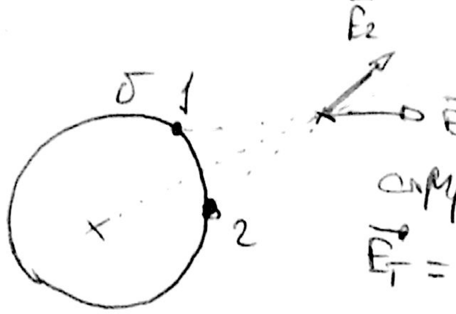
P2

(a)



$\Rightarrow \bar{E}_1+\bar{E}_2 \parallel \hat{e}_r$

campo de una "cáscara" σ:

$$\vec{E}_T = \underbrace{\bar{E}_1+\bar{E}_2}_{\parallel \hat{e}_r} + \dots = E(r,\theta,\phi)\,\hat{e}_r$$

de a pares $\parallel \hat{e}_r$

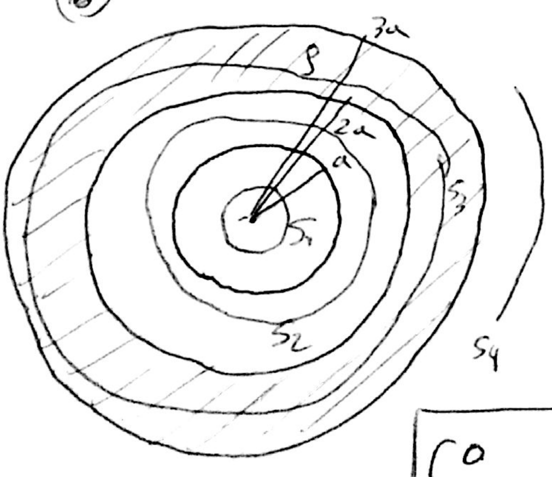
E_T NO puede depender de θ ó φ por simetría esférica de la distribución de carga: Si cambio el punto campo en Δθ se "ve" la misma distribución ⇒ no dep. de θ

Idem en φ.

la distribución ρ es una superposición de "cáscaras σ"

⇒ $\boxed{\text{El campo total en este problema es } \bar{E} = E(r)\,\hat{e}_r}$ (1)

(b)



$\bar{E} \parallel \hat{e}_r \Rightarrow$ tomo sup. de Gauss esféricas: $\boxed{d\bar{S} = dS\,\hat{e}_r}$ (2)

$$\oint_{S_i(r=cte)} \bar{E}\cdot d\bar{S} \overset{(1),(2)}{=} \oint_{S_i(r=cte)} E(r)\,\hat{e}_r\cdot dS\,\hat{e}_r = \oint_{S_i(r=cte)} E(r)\,dS = E(r)\,4\pi r^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4\pi r^2 E(r) = \frac{1}{\epsilon_0}\begin{cases} 0 & (0,a) \\ 4\pi a^2\sigma & (a,2a) \\ 4\pi a^2\sigma + \frac{4}{3}\pi\rho\left(r^3-(2a)^3\right) & (2a,3a) \\ 4\pi a^2\sigma + \frac{4}{3}\pi\rho\left[(3a)^3-(2a)^3\right] & (3a,\infty) \end{cases}$$

Q_{int} / cada esfera de Gauss.

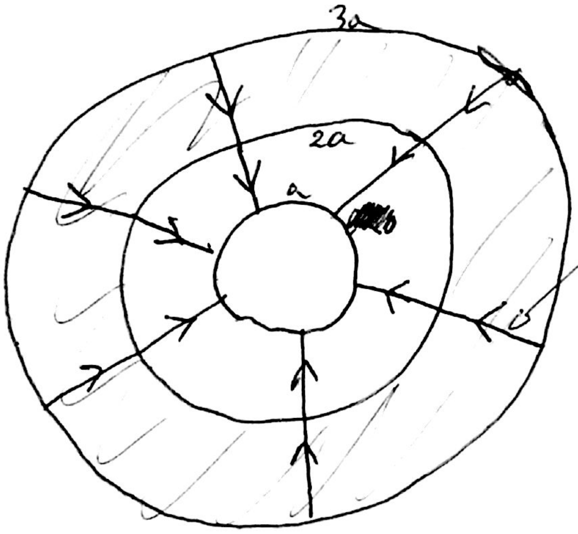
$$\Rightarrow \boxed{\vec{E} = \frac{k\,\hat{e}_r}{r^2}\begin{cases} 0 & (0,a) \\ 4\pi a^2\sigma & (a,2a) \\ 4\pi a^2\sigma + \frac{4}{3}\pi\rho\left[r^3-(2a)^3\right] & (2a,3a) \\ 4\pi a^2\sigma + \frac{4}{3}\pi\rho\,\underbrace{\left[(3a)^3-(2a)^3\right]}_{19a^3} & (3a,\infty) \end{cases}}$$ (3)

(c) f_0 en $r > 3a$: $\vec{F} = q_0 \bar{E}(r>3a) = 0 \iff \bar{E}(r>3a) = 0 \iff$

$$\iff \cancel{4\pi} a^2 \sigma + \frac{\cancel{4\pi}}{3} 19 a^{\cancel{3}} \rho = 0 \iff \boxed{\rho = -\frac{3}{19}\frac{\sigma}{a}} \quad (4)$$

(3)

(i)



El campo $\bar{E}_T = \bar{E}_\sigma + \bar{E}_\rho$ se hace cero en 3a y más allá ⇒
⇒ en r: (2a, 3a) $|\bar{E}_\sigma| > |\bar{E}_\rho|$ ⇒
⇒ $E(r) < 0$ en $(2a, 3a)$

(ii) toma un camino radial $d\bar{\ell} = dr\,\hat{e}_r$

$$\boxed{V(3a) - V(0)} = -\int_0^{3a} \bar{E}\cdot d\bar{\ell} = -\int_0^{3a} E(r)\,\hat{e}_r \cdot dr\,\hat{e}_r$$

$$= -\int_0^{3a} E(r)\,dr \underset{(3)}{=} -\left[\int_0^{a} 0\cdot dr + \int_a^{2a} 4\pi\sigma a^2 \frac{k}{r^2}\,dr + \right.$$

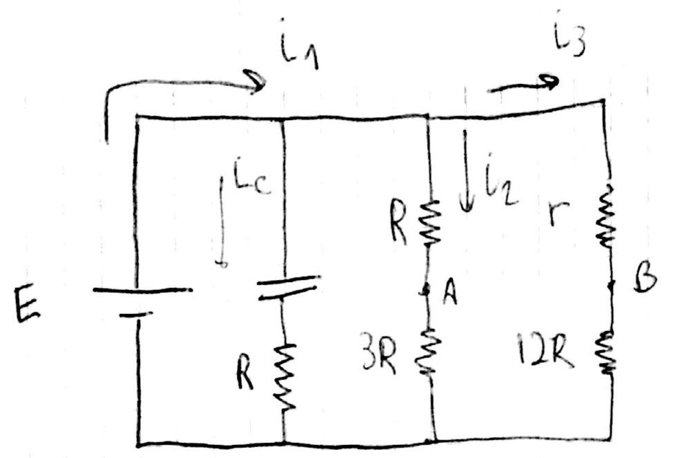
$$\left. + \int_{2a}^{3a} \frac{\left(4\pi a^2\sigma + \frac{4}{3}\pi\rho\left[r^3 - (2a)^3\right]\right)k}{r^2}\,dr\right]$$

$$= k(4\pi a^2\sigma)\left(\frac{1}{2a} - \frac{1}{a}\right) + k(4\pi a^2\sigma)\left(\frac{1}{3a} - \frac{1}{2a}\right) +$$

$$+ k\frac{4}{3}\frac{\pi\rho}{2}\left[(3a)^2 - (2a)^2\right] - k\frac{4}{3}\pi\rho\, 8a^3\left(\frac{1}{3a} - \frac{1}{2a}\right)$$

$$= 4\pi k a\left[-\frac{\sigma}{2} - \frac{2}{3}\sigma + \frac{5}{6}\rho a + \frac{8}{27}\rho a\right]$$

→ Se puede simplificar usando (4), pero ya está.



$E = 15\,V$

$R = 100\,\Omega$

$C = 1\,mF$

resistencia incógnita y corrientes.

$i_c = 0$ (no hay corriente en la rama del capacitor)

ECUACIONES:

① $i_1 = i_2 + i_3$

② $E - i_2 R - i_2 3R = 0$

③ $E - i_3 r - i_3 12R = 0$

COMO r ES INCÓGNITA, HAY QUE USAR UN DATO MÁS, TENEMOS QUE USAR QUE $\Delta V_{AB} = 0$.

SE PUEDE PLANTEAR: ④a) $i_2 R - i_3 r = 0$

ó ④b) $-i_2 3R + 12R\, i_3 = 0$

De ② $E = 4R\, i_2 \Rightarrow i_2 = E/4R = 15V/400\Omega = 0{,}0375\,A$

De ④b) $12R\, i_3 = 3R\, i_2 \quad i_3 = \frac{i_2}{4} = 0{,}009375\,A$

$i_1 = i_2 + i_3 = 0{,}046875\,A$