

LABORATORIO DE FÍSICA 1

para estudiantes de la Licenciatura en Ciencias Biológicas y Geológicas

Departamento de Física, FCEyN, Universidad de Buenos Aires.

PRÁCTICA 3: Leyes de Escala

OBJETIVO GENERAL

En esta práctica mediremos magnitudes que se relacionan mediante funciones no-lineales. En particular estudiaremos cómo mostrar que una determinada relación entre datos experimentales presenta características no-lineales particulares; y veremos cómo hacer para determinar cuál es la forma funcional de dicha relación.

INTRODUCCIÓN

En esta práctica estudiaremos, como ejemplo muy particular de funciones no-lineales, una relación definida por una función potencial, que tiene la forma:

$$f(x) = a x^k, \text{ donde } a \text{ es la constante de proporcionalidad y } k \text{ el exponente.}$$

Estas funciones tienen la siguiente propiedad:

$$f(cx) = a (cx)^k = c^k a x^k = c^k f(x)$$

o sea, $f(cx) \propto f(x)$

Esto quiere decir que alcanzará con una transformación lineal para superponer las gráficas correspondientes a distintos dominios.

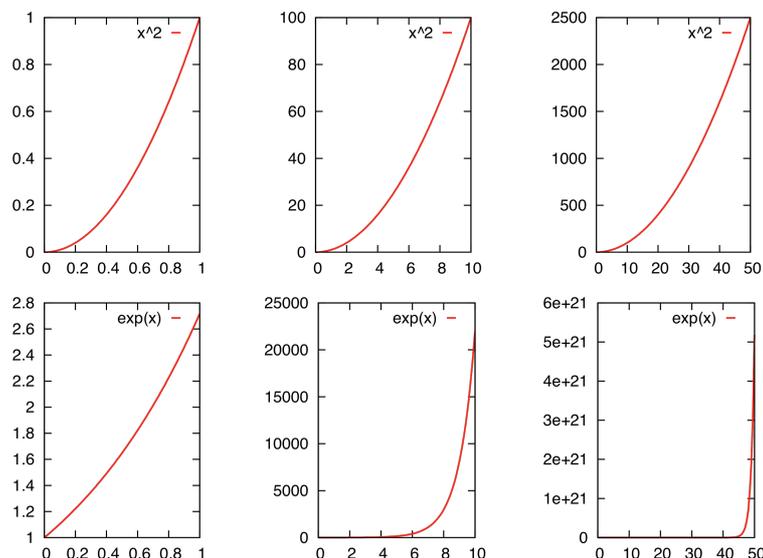


Figura 1: Comparación entre funciones potenciales (por ej. x^2) y no potenciales (por ej. $\exp(x)$)

En este sentido, un fenómeno descrito por una función potencial tiene el mismo aspecto, independientemente de la escala a la que la contemplemos. Debido a esto, si un fenómeno

LABORATORIO DE FÍSICA 1

para estudiantes de la Licenciatura en Ciencias Biológicas y Geológicas

Departamento de Física, FCEyN, Universidad de Buenos Aires.

puede ser descripto por una ley potencial se lo denomina “libre de escala” o que sigue una “ley de escala”

Las leyes de escala se encuentran en muchos campos. Ejemplos variados se han mostrado en física, biología, geología, sociología y lingüística, entre otros.

La primera Ley de escala, se encontró en lingüística. En 1930, George K. Zipf midió la longitud de las palabras en un texto y la frecuencia con que cada longitud aparecía. El resultado fue una ley de escala. Además vio que todos los idiomas modernos siguen leyes de escala del mismo tipo. Este fenómeno se conoce actualmente como la Ley de Zipf.

Otro ejemplo interesante lo encontramos en terremotos. En 1956, Gutenberg y Richter [1] obtuvieron una ley potencial empírica que relacionaba la frecuencia de los terremotos con la energía que se liberaba en cada evento. Si s es el momento sísmico (o energía E) correspondiente a un terremoto, el número total $N(s)$ sigue la ley:

$$N(s) \propto s^{-1-b}$$

Los datos reales fueron extraídos del catálogo de Harvard de terremotos. Una dato muy interesante es que el exponente b es prácticamente independiente del área geográfica observada. Es decir, existen regiones de la corteza terrestre (por ej. zonas de fallas) donde los movimientos sísmicos de alta intensidad son mucho mas probables, y otra zonas donde los terremotos aparecen muy raramente y son de baja intensidad. Lo interesante es que todos los eventos se ajustan con la misma función con el mismo exponente.

El hecho de que exista la ley universal de Gutenberg-Ritcher implica que la frecuencia de los grandes terremotos se puede extrapolar a partir de la frecuencia de los pequeños, lo cual indica la existencia de un mecanismo común subyacente.

Como ejemplo concreto para esta práctica, proponemos utilizar un caso de estudio de interés en biología: las leyes de escala en la morfología de plantas. Un ejemplo destacable de la aparición de leyes de escala en biología es el caso de las leyes alométricas que se expresan de la forma:

$$Y = Y_0 M^b \quad (1)$$

donde Y es una variable biológica dada y M es la masa, mientras que b e Y_0 son constantes. Muchos y variados fenómenos biológicos tienen la particularidad de escalar por “cuartos”. Por ejemplo, la tasa metabólica escala como $M^{3/4}$, el ritmo cardíaco y la tasa de metabolismo celular escalan como $M^{1/4}$, el tiempo de circulación de la sangre y el crecimiento embrionario escalan como $M^{1/4}$. Existe un modelo desarrollado por West, Brown y Enquist [2] que propone que, tanto en plantas como en animales, la evolución por selección natural ha resultado en optimizar las redes vasculares de forma fractal. Esta es la principal hipótesis que permite predecir las leyes de escala mencionadas anteriormente, entre muchas otras [3].

LABORATORIO DE FÍSICA 1

para estudiantes de la Licenciatura en Ciencias Biológicas y Geológicas

Departamento de Física, FCEyN, Universidad de Buenos Aires.

PROPUESTA

Lo que proponemos en esta práctica es juntar hojas y medir alguna de sus características físicas, para luego estudiar como ellas dependen del tamaño de la hoja. La idea es coleccionar por lo menos 10 hojas frescas, **que pueden o no ser de la misma especie**. Lo importante aquí es que la muestra que recoja abarque un **rango amplio de tamaños**. Por ejemplo: una hoja de orégano, una de potus y una de gomero.

ACTIVIDADES DE MEDICIÓN

Para cada hoja medimos el largo, el ancho, el área y la masa. Con esos datos, grafique en tres gráficos independientes cada una de las variables medidas (largo, ancho y área) en función de la masa; graficando cada par de variables en escala lineal.

Observe cada uno de los gráficos y trate de comprender e interpretar la información que cada uno de ellos tiene. ¿Hay alguno redundante o son todos independientes?

Observando los gráficos que construyó, responda:

- ¿Qué *forma* tienen los datos? (p. ej.: recta, cuadrática, raíz cuadrada, etc).
- ¿Es posible realizar un ajuste lineal de los datos que resulte en una buena descripción de la relación entre variables?

Repita los gráficos del ítem anterior, pero esta vez utilizando un gráfico con escalas logarítmicas en ambos ejes coordenados.

Observe los gráficos y reflexione acerca de las siguientes preguntas:

- ¿Qué forma adoptan en esta nueva representación?
- ¿Qué información es posible obtener de un ajuste lineal en esta representación?

Referencias bibliográficas

- [1] Gutenberg & Richter (1956)
- [2] West, Brown & Enquist. *Science* **276**, 122 (1997).
- [3] Price & Enquist. *Functional Ecology* **20**, 11 (2006).