

Problemas de Física 4

Práctica 0: Diferenciales Exactas

1. Diferenciales Exactas

Verificar si las siguientes ecuaciones son diferenciales exactas. De ser posible, encontrar la ecuación primitiva:

(a) $3x^2y^2dx + 2x^3ydy = 0$

(b) $3ydx + 2xdy = 0$

(c) $(6x^5y^3 + 4x^3y^5)dx + (3x^6y^2 + 5x^4y^4)dy = 0$

(d) $2x(ye^{x^2} - 1)dx + e^{x^2}dy = 0$

(e) $(\cos y + y \cos x)dx + (\sin x - x \sin y)dy = 0$

2. Factor de Integración

Encontrar el factor de integración y resolver las siguientes ecuaciones:

(a) $x^2(y + 1)dx + y^2(x - 1)dy = 0$

(b) $-ydx + 4xdy = x^2dy$

(c) $\frac{dy}{dx} = \frac{4y}{x(y-3)}$

(d) $x^2 - 2y^2 + 2xyy' = 0$ (ayuda: verificar si es homogénea)

3. Relaciones entre derivadas Parciales

Sean x, y, z cantidades que satisfacen una relación funcional $f(x,y,z) = 0$. Sea w una función de cualquier par de variables x,y,z . Probar:

(a) $\left. \frac{\partial x}{\partial y} \right|_z = \frac{1}{\left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_z}$

(b) $\left. \frac{\partial x}{\partial y} \right|_z \left. \frac{\partial y}{\partial z} \right|_x \left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_y = -1$

(c) $\left. \frac{\partial x}{\partial y} \right|_w \left. \frac{\partial y}{\partial z} \right|_w = \left. \frac{\partial x}{\partial z} \right|_w$

(d) $\left. \frac{\partial x}{\partial y} \right|_z = \left. \frac{\partial x}{\partial y} \right|_w + \left. \frac{\partial x}{\partial w} \right|_y \left. \frac{\partial w}{\partial y} \right|_z$

4. Transformaciones de Legendre

Sea $df = g dx + h dy$ una diferencial exacta y $g = g(x,y)$ y $h = h(x,y)$, utilizar las transformaciones de Legendre para demostrar que

$$(a) \left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)_g = - \left(\frac{\partial h}{\partial g} \right)_y$$

$$(b) \left(\frac{\partial g}{\partial y} \right)_x = \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)_y$$

$$(c) \left(\frac{\partial g}{\partial h} \right)_x = - \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_h$$

$$(d) \left(\frac{\partial x}{\partial h} \right)_g = \left(\frac{\partial y}{\partial g} \right)_h$$