

GUÍA 5: CUERPO NEGRO, FOTOELÉCTRICO, COMPTON

- Hallar la relación entre la densidad de energía interna $u_v(T)$ y la energía que emite un cuerpo negro por unidad de área y tiempo $K_v(T)$. Deducir la relación entre la densidad de energía total $u(T)$ y la energía total emitida por unidad de área y tiempo R .
- Mostrar la ley de Kirchoff, es decir que la densidad de energía de un cuerpo negro depende solamente de la temperatura.
- La teoría electromagnética permite mostrar que $p = u/3$ para la radiación electromagnética. Considere un cilindro con un pistón sin fricción y conteniendo dicha radiación en equilibrio térmico a temperatura T . Se mueve el pistón de manera reversible.

- (a) Probar la ley de Stefan-Boltzmann (ayuda: escriba el diferencial de la entropía, teniendo en cuenta que es un diferencial exacto)

$$u = aT^4$$

- (b) Mostrar que

$$R = \sigma T^4; \quad \sigma = \frac{ac}{4}$$

(σ es la constante de Stefan-Boltzmann)

- Considere que el Sol irradia como cuerpo negro. Sabiendo que el radio del Sol es $R_S = 7 \cdot 10^8 m$, que la distancia Sol-Tierra es $R_{ST} = 1.49 \cdot 10^{11} m$ y que la energía por unidad de área y tiempo que llega a la Tierra es $W = 1.4 \cdot 10^3 \text{ joule} / (m^2 s)$ estimar la temperatura en la superficie del Sol ($\sigma = 5.73 \times 10^{-8} \frac{j}{m^2 s (^\circ K)^4}$).

5.

- (a) Suponiendo que la densidad de energía espectral $u_v(T)$ depende solamente de v, T y de las constantes dimensionales c (velocidad de la luz en el vacío) y k_B (constante de Boltzmann = R/N_a) mostrar vía análisis dimensional que

$$u_v(T) = \Pi \frac{v^2 k_B T}{c^3}$$

donde Π es un número real

- (b) Suponiendo que existe una nueva constante fundamental que interviene en el problema, mostrar que

$$\begin{aligned} u_v(T) &= \frac{v^2 k_B T}{c^3} f\left(\frac{hv}{k_B T}\right) \\ &= \frac{hv^3}{c^3} f_1\left(\frac{hv}{k_B T}\right) \end{aligned}$$

donde

$$f_1(x) \equiv \frac{f(x)}{x}$$

Ayuda: Uno tendrá una nueva constante adimensional Π' tal que $\Pi = f(\Pi')$. Mostrar que no se pierde generalidad escribiendo $\Pi' = \alpha v T^\chi$ con α una combinación de c, k_B y la nueva constante. Determine χ usando la ley de Stefan-Boltzmann. Se obtiene la forma exacta del resultado definiendo, al final, $\alpha \equiv h/k_B$. Wien, usando datos experimentales, propuso $f_1(x) = \exp(-x)$.

- (c) Mostrar que se puede escribir el resultado anterior de la forma siguiente

$$u_\lambda(T) = \frac{hc}{\lambda^5} g(y)$$

con $g(y) \equiv y f(\frac{1}{y}), y \equiv \lambda k_B T / (hc)$. Usando este último resultado, demostrar la ley de desplazamiento de Wien

$$\lambda_m T = cte$$

6. Demostrar que en una cavidad con radiación en equilibrio térmico, el número de modos de oscilación por unidad de volumen es

$$n_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}$$

7. Usando la hipótesis de Planck para calcular el valor medio de la energía y el resultado del problema anterior, calcule la densidad de energía $u_\nu(T) d\nu$. Compare con lo que obtendría usando equipartición. Calcule los límites de baja y de alta frecuencias y corrobore que obtiene las leyes de Rayleigh-Jeans y Wien.

8. Calcule la constante de Stefan-Boltzmann

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15h^3 c^2}$$

9. Los datos del potencial de frenado vs longitud de onda en una experiencia de iluminación de una placa de sodio son

$\lambda(\text{\AA})$	2000	3000	4000	5000	6000
$V_0(\text{Volts})$	4.20	2.06	1.05	0.41	0.03

Table 1: ejercicio 9

Obtener gráficamente la función trabajo ϕ , la frecuencia de corte y el valor de h/e .

10. En una dispersión Compton un electrón adquiere una energía cinética de 0.1 MeV cuando un fotón X de 0.5 MeV de energía incide sobre él.

- Determinar la longitud de onda del fotón dispersado, si el electrón se hallaba inicialmente en reposo.
- Hallar el ángulo de dispersión del fotón respecto de la dirección de incidencia.

11.

- Demostrar que el efecto fotoeléctrico no puede ocurrir con un electrón libre.
- ¿Por qué no puede observarse efecto Compton con luz visible? ¿Puede observarse fotoeléctrico?

12. Incide luz monocromática de longitud de onda λ sobre una placa cuya función trabajo es ϕ , arancando electrones por efecto fotoeléctrico. Estos electrones alcanzan una región donde existe un campo magnético B perpendicular a la velocidad de los electrones. Calcular el radio de giro de los electrones en función de ϕ .

13. Considere una superficie de potasio a 75 cm de una lámpara de 100 W de 5 % de eficiencia. Cada átomo de potasio tiene un radio aproximado de 1\AA . Determinar el tiempo requerido por cada átomo para absorber una cantidad de energía igual a su función trabajo ($\phi = 2eV$) de acuerdo a la interpretación clásica.

14.

- Hallar la máxima energía que un fotón de 50 KeV de energía le transfiere a un electrón libre.
- ¿Cuál es la energía cinética de un electrón dispersado un ángulo θ ? Expresarla en términos de la energía del fotón incidente.