Práctica 1

Problema 1
Hallar la derivada primera utilizando la mínima cantidad de puntos discretos en las siguientes aproximaciones:

a) Diferencias finitas adelantadas.

b) Diferencias finitas atrasadas.

c) Diferencias finitas centradas.

Haga un esquema indicando a qué puntos discretos corresponden los valores considerados y en cada caso especificar el orden de aproximación.

Problema 2
Hallar las aproximaciones en diferencias finitas centradas de:

a) la derivada segunda.

b) la derivada tercera.

c) la derivada cuarta.

Haga un esquema indicando a qué puntos discretos corresponden los valores considerados y en cada caso especificar el orden de aproximación.

Problema 3
Encontrar en la aproximación de diferencias finitas centradas la expresión de la derivada primera a cuarto orden.

Problema 4
Encontrar en la aproximación de diferencias finitas *no centradas o asimétricas* a orden 2 de la derivada primera. Suponer que la información está disponible solo hacia la derecha del punto en que se aproxima la derivada. Indicar mediante un esquema a qué puntos discretos corresponden los valores considerados. Compare el término mas importante del error de truncamiento de esta aproximación con el obtenido para diferencias finitas centradas.

Problema 5
Dada la ecuación de advección lineal:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c\frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

Se realiza la aproximación en diferencias finitas según los esquemas:

a) $$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} + c\,\frac{u_j^n - u_{j-1}^n}{\Delta x} = 0$$

b) $$\frac{u_j^{n+1} - \frac{1}{2}(u_{j+1}^n + u_{j-1}^n)}{\Delta t} + c\frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2\Delta x} = 0$$

Indique mediante un diagrama a qué puntos discretos corresponden los valores utilizados en ambos casos. Determine el error de truncamiento en ambos esquemas. ¿En qué condiciones constituyen una aproximación consistente con la ecuación de advección lineal?

Problema 6

Dada la ecuación de difusión:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - k\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$$

Se realiza la aproximación en diferencias finitas según los esquemas:

a) $$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} - k\frac{u_{j+1}^n - 2u_j^n + u_{j-1}^n}{(\Delta x)^2} = 0$$

b) $$\frac{u_j^{n+1} - u_j^{n-1}}{2\Delta t} - k\frac{u_{j+1}^n - (u_j^{n+1} + u_j^{n-1}) + u_{j-1}^n}{(\Delta x)^2} = 0$$

Indique mediante un diagrama a qué puntos discretos corresponden los valores utilizados en ambos casos. Determine el error de truncamiento en ambos esquemas. ¿En qué condiciones constituyen una aproximación consistente con la ecuación de difusión?

Problema 7

Escriba un código que estime la derivada primera de la función: $sen(x)$ en el intervalo $[0, 10]$, utilizando diferentes valores del incremento h en los siguientes esquemas:

a) adelantado a primer orden.

b) adelantado a segundo orden.

c) atrasado a primer orden.

d) atrasado a segundo orden.

e) centrado a segundo orden.

f) centrado a cuarto orden.

Compárelo para estos casos con la derivada analítica, calcule el error de truncamiento y calcule la diferencia entre la solución analítica y la numérica.

Problema 8

Repita el ejercicio anterior con la función $tg(x)$ en $x = 1$.