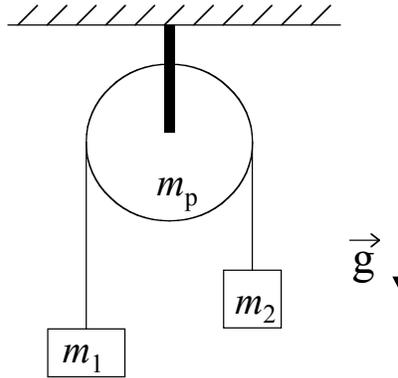
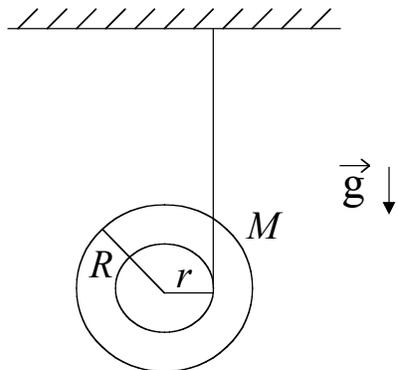


12- DINÁMICA DEL CUERPO RÍGIDO, , Cátedra Leszek Szybisz

- 1 - El sistema de la figura consiste de dos cuerpos de masas m_1 y m_2 unidos por una cuerda inextensible que pasa a través de una polea cilíndrica homogénea de masa m_p , que no posee rozamiento con su eje. Calcule la aceleración de las masas. Observe que el resultado no depende del radio de la polea.

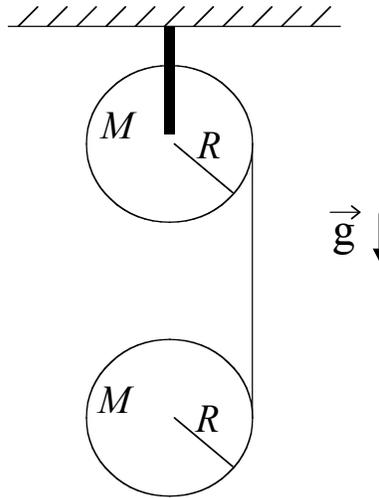


- 2 - Considere un yo-yo con radio exterior R igual a 10 veces su radio interior r . El momento de inercia I_o del yo-yo respecto de su centro de masa está dado por $I_o = 1/2 MR^2$, donde M es la masa total del yo-yo. El extremo final de la cuerda se mantiene en reposo y ésta no desliza respecto del yo-yo.
- Calcule la aceleración del centro de masa del yo-yo. Cómo es comparada con g ?
 - Encuentre la tensión en la cuerda a medida que el yo-yo desciende. Cómo es comparada con Mg ?

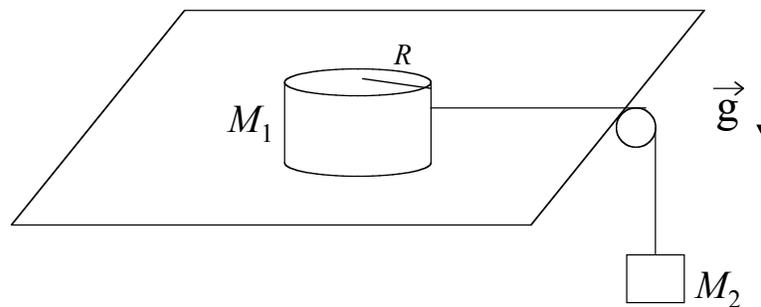


- 3 - En la figura se muestran dos cilindros homogéneos de radio R y masa M . El cilindro de arriba, sostenido por un eje horizontal a través de su centro, rota libremente. Se enrosca una cuerda y se deja caer el cilindro inferior. La cuerda no desliza respecto de los cilindros.
- Cuál es la aceleración del centro de masa del cilindro inferior?
 - Calcule la tensión de la cuerda.

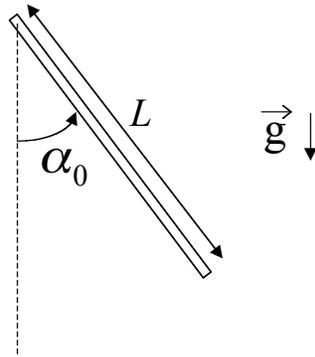
- c) Calcule la velocidad del centro de masa del cilindro inferior, cuando ha caído una distancia $10 R$.



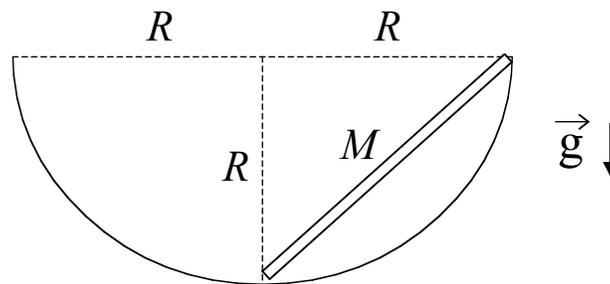
- 4 - Un disco cilíndrico homogéneo de radio R y masa M_1 es arrastrado sobre una superficie horizontal sin fricción por una cuerda que está unida a un cuerpo de masa M_2 , como se indica en la figura. Determine:
- la aceleración del centro del disco.
 - La aceleración angular del disco.
 - La aceleración del cuerpo de masa M_2 .
 - La tensión en la cuerda.
 - La velocidad del centro de masa del disco cuando se ha desplazado una distancia igual a su diámetro, medida desde la posición en la que estaba en reposo.
 - La velocidad de la masa colgante en ese instante.



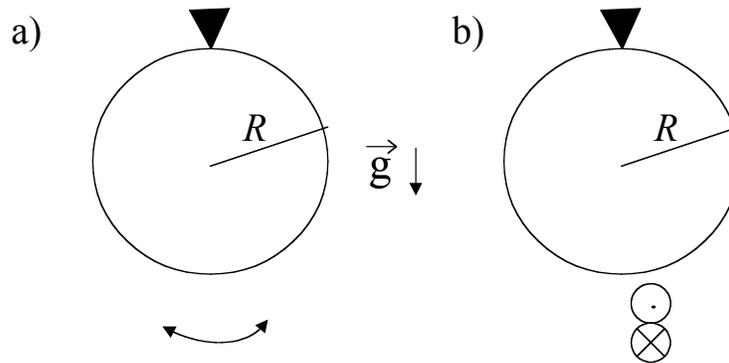
- 5 - Una barra homogénea delgada de masa M y longitud L puede girar libremente en torno de su eje fijo horizontal, tal como se indica en la figura. Se suelta la barra desde una posición que forma un ángulo α_0 con la vertical. Hallar:
- la velocidad angular de la barra cuando ésta pasa por la posición más baja.
 - la fuerza que ejerce el eje fijo sobre la barra cuando ésta pasa por la posición vertical.
 - Resuelva nuevamente por energía el punto a).



- 6 - Una varilla homogénea de masa M y longitud L es abandonada en reposo en la posición que se observa en la figura. Sus extremos deslizan sobre una superficie cilíndrica de radio R , sin rozamiento. La varilla se mueve en un plano vertical.
- Hallar, utilizando argumentos cinemáticos, el eje instantáneo de rotación de la varilla cuando ésta adopta la posición horizontal.
 - Calcule, por energía, la velocidad del centro de masa de la varilla cuando ésta adopta la posición horizontal.



- 7 - Un anillo de masa M y radio R cuelga de un soporte, tal que el anillo puede oscilar en su propio plano como un péndulo físico. Encuentre el período T_1 de pequeñas oscilaciones. Suponga un anillo idéntico que puede girar en torno de un eje tangente al anillo y contenido en el plano del mismo. El anillo puede efectuar oscilaciones dentro y fuera del plano. Encuentre el período T_2 de pequeñas oscilaciones. ¿Qué oscilación tiene el período más largo?

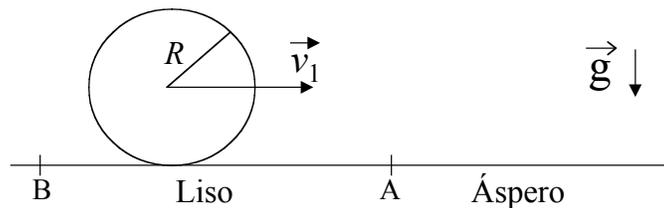


8 - Desde el extremo superior de un plano inclinado se sueltan, sin velocidad inicial, una esfera, un cilindro y un aro homogéneos, que bajan rodando hasta el extremo inferior del mismo.

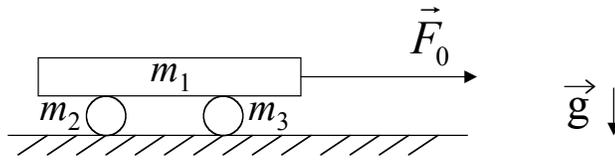
Demuestre que la esfera llega al piso en menos tiempo que el cilindro y éste en menos tiempo que el aro, cualquiera sean sus masas y sus radios.

9 - Un cilindro homogéneo de masa M y radio R se traslada sin rodar con velocidad \vec{v}_1 en la parte exenta de rozamiento BA de una superficie horizontal. Más allá de A cambia la superficie de manera que a la derecha de A el coeficiente de rozamiento es μ . Una vez que haya pasado el punto A, el cilindro deslizará primeramente sobre el plano áspero pero acabará rodando sin deslizar.

- a) Calcule en qué punto empezará a rodar sin deslizar (rodadura) y cuál será la velocidad correspondiente del centro de masa.
- b) Calcule la aceleración del cilindro y el valor de la fuerza de rozamiento a partir del punto en que entra en rodadura (punto C).
- c) Calcule la energía perdida entre el punto A y el punto C. Justifique el valor hallado por razonamientos energéticos.

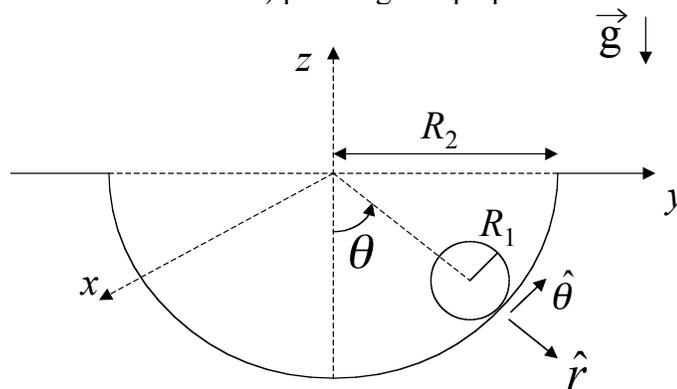


10 - Una tabla de masa m_1 está apoyada sobre dos cilindros sólidos de igual masa ($m_2 = m_3$) y diámetro d . No hay deslizamiento entre la tabla y los cilindros ni entre los cilindros y la superficie horizontal. Se tira de la tabla con una fuerza constante \vec{F}_0 . Calcule la velocidad de la tabla cuando se ha desplazado una distancia D desde la posición de reposo.



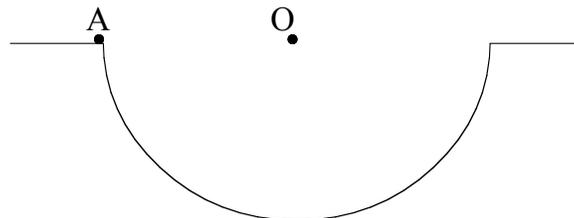
11 - Un cilindro homogéneo de radio R_1 y masa m rueda sin resbalar (hay rozamiento) dentro de una cavidad semicilíndrica de radio R_2 (ver figura).

- Si θ es el ángulo de la figura y \vec{v}_{CM} es la velocidad del centro de masa del cilindro de radio R_1 , escriba los vectores \vec{v}_{CM} y $\dot{\vec{v}}_{CM}$ en función de datos y de las derivadas de θ con respecto al tiempo.
- Teniendo en cuenta los resultados de a) y que el cilindro rueda sin deslizar, exprese los vectores velocidad angular $\vec{\Omega}$ y aceleración angular $\dot{\vec{\Omega}}$ de este cilindro en función de datos y de las derivadas de θ con respecto al tiempo.
- Indique en un dibujo todas las fuerzas que actúan sobre el cilindro y plantee las ecuaciones de Newton y momentos para este cilindro. Obtenga una ecuación diferencial para $\theta(t)$ y diga qué tipo de movimiento realiza el cilindro.
- Si en el instante inicial $\theta(t=0) = 0$ y $\dot{\theta}(t=0) = \omega_0$, diga cuál es la solución de la ecuación diferencial obtenida en c) para ángulos pequeños.



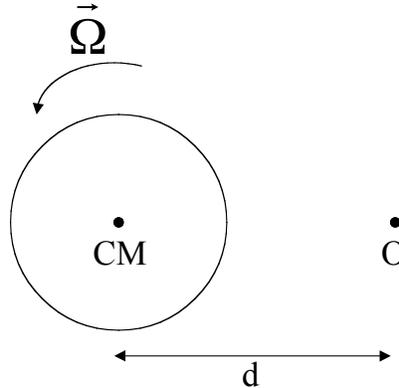
12 -Pregunta: En los problemas 6 y 11 discuta cuál o cuáles de las siguientes alternativas son incorrectas:

- $\vec{L}_A = I_A \vec{\Omega}$
- $\vec{L}_O = I_O \vec{\Omega}$
- $\vec{L}_{CM} = I_{CM} \vec{\Omega}$



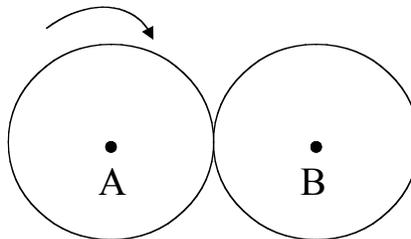
13 – Pregunta: El disco de la figura tiene su centro de masa fijo. Diga si es correcto que:

$$\vec{L}_O = I_O \vec{\Omega} = (I_{CM} + md^2) \vec{\Omega}.$$



14 - Considere dos rodillos iguales en contacto, como muestra la figura. Los ejes A y B están fijos y hay rodadura entre los rodillos.

- Muestre que $\vec{L}_{total} = 0$ cualquiera sea la velocidad angular de rotación $\Omega(t)$. Es decir que \vec{L}_{total} se conserva en cualquier circunstancia.
- Si se coloca una manija a uno de los cilindros y se ejerce sobre ella un momento, ¿cómo justifica que se conserve \vec{L}_{total} ?



15 - Una persona está parada sobre una plataforma giratoria que rota con velocidad angular ω . La persona tiene sus brazos extendidos horizontalmente y en cada mano sostiene un cuerpo de masa m . Repentinamente deja caer ambos cuerpos en forma simultánea; halle la velocidad angular final de la plataforma después del choque plástico de los cuerpos con la misma.

