

## CINEMÁTICA, Cátedra Leszek Szybisz

1 - Un cuerpo se mueve a lo largo de una línea recta de acuerdo a la ecuación

$$x = -kt^3 + bt^2, \text{ con } k, b \text{ constantes } \geq 0.$$

- Calcule la velocidad y la aceleración del cuerpo en función del tiempo, y grafíquelas.
- Halle el instante de tiempo, y la correspondiente posición, en el cual el cuerpo tendrá velocidad nula.
- Describa cualitativamente el movimiento indicando en qué intervalos de tiempo el movimiento es acelerado y en cuáles desacelerado.

2 - Una partícula se desplaza en línea recta de acuerdo a la ecuación

$$x = \sqrt{x_0^2 + 2kt}, \text{ con } x_0, k \text{ constantes } > 0.$$

- Calcule la velocidad y la aceleración de la partícula en función del tiempo.
- Expresé las magnitudes del punto a) en función de la posición, y grafíquelas partiendo de la posición a  $t = 0$ .

3 - Un cuerpo se mueve en línea recta partiendo a  $t = 0$  de la posición  $x(t = 0) = 0$  con velocidad  $v(t = 0) = v_0$ .

Encuentre  $x(t)$  y  $x(v)$  en los casos en que la aceleración del cuerpo está dada por la ecuación ( $k$  constante):

- $a = kt^2$ ,  $k > 0$ .
- $a = -kv^2$ ,  $k > 0$ .
- $a = kvx$ ,  $k > 0$ .

4 - A  $t=0$  se deja caer un cuerpo sin velocidad inicial desde una altura  $H$  del piso. Además del peso actúa una fuerza en la dirección horizontal que provoca una aceleración en esa dirección que puede expresarse como  $a_x = -kt^2$  con  $k > 0$ .

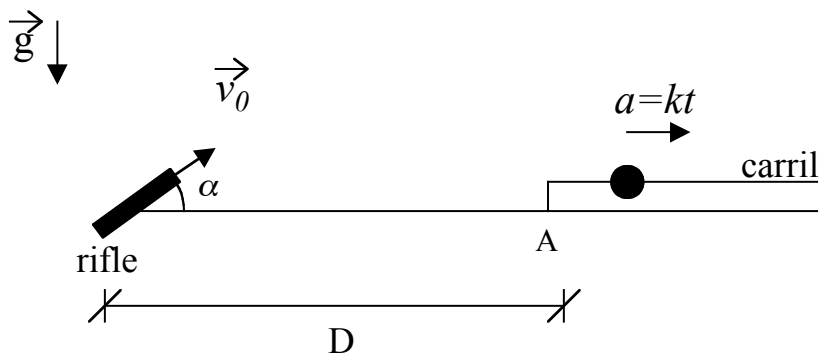
- Escriba las ecuaciones de movimiento y halle la ecuación de la trayectoria.
- Diga en qué punto del eje  $x$  el cuerpo tocará el suelo. Compare con los resultados que se obtienen para  $a_x = 0$

5 - Un helicóptero se encuentra suspendido en la posición  $x = L$ ,  $y = H$ . En  $t = 0$  el helicóptero comienza a descender con aceleración  $a_y = -kt$  ( $k$  constante  $> 0$ ). En el origen de coordenadas hay un cañón que forma un ángulo  $\alpha$  con la horizontal y dispara

proyectiles con velocidad de salida  $v_0$ .

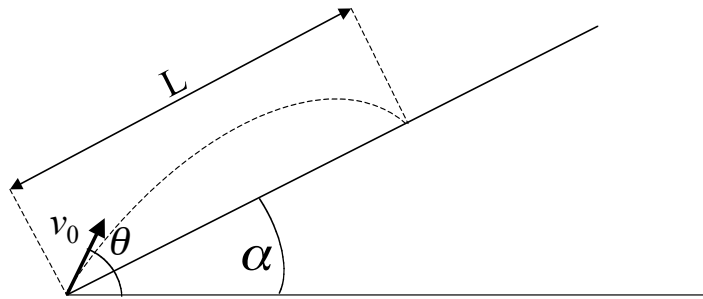
- Encuentre la trayectoria del proyectil (o sea, dé  $y$  en función de  $x$ ). Grafique  $y$  vs  $x$  para el proyectil y para el helicóptero.
- ¿Para qué valores de  $v_0$  la trayectoria del proyectil y la del helicóptero se intersectan?
- Si  $v_0$  es alguno de los valores hallados en b) diga en qué instante debe efectuarse el disparo para que el proyectil haga impacto sobre el helicóptero.

6 - Un juego de un parque de diversiones consiste en una pelotita que se mueve por un carril rectilíneo con aceleración  $a = kt$  hacia la derecha, con  $k$  constante  $> 0$ . A  $t = 0$ , la pelotita se halla en reposo en el extremo izquierdo del carril (punto A). El jugador dispone de un rifle, ubicado a una distancia  $D$  del punto A, que dispara bolas con velocidad  $v_0$  variable, pero con un ángulo  $\alpha$  fijo.



- ¿Con qué velocidad  $v_0$  debe disparar el jugador para que le sea posible acertar en la pelotita? Es decir, ¿para qué valor de  $v_0$  las trayectorias de la bala y la pelotita se intersectan?
- Si  $v_0$  es alguna de las velocidades halladas en a), ¿en qué instante debe disparar el jugador para pegarle a la pelotita?

7 - Un jugador de fútbol patea la pelota fuera de la cancha hacia las tribunas con velocidad inicial  $v_0$  y ángulo de elevación  $\theta$ . La tribuna forma un ángulo  $\alpha$  con la horizontal (ver fig.). Se aconseja utilizar un sistema de referencia con los ejes  $(x,y)$  en las direcciones horizontal y vertical, respectivamente.



a) Muestre que la expresión del alcance  $L$  en función del ángulo  $\theta$  está dada por:

$$L = \frac{2v_0^2}{g \cos^2 \alpha} \sin(\theta - \alpha) \cos \theta .$$

b) Grafique el alcance  $L$  en función de  $\theta$  y demuestre que para cada valor de  $L$  hay dos valores posibles de  $\theta$  (tiro rasante y tiro de elevación).

c) ¿Cuál es el ángulo  $\theta$  para el cual el alcance es máximo?

8 - Un cuerpo inicialmente en reposo ( $\theta(t=0) = 0$ ,  $\omega(t=0) = 0$ ) es acelerado en una trayectoria circular de 1,3 m de radio, de acuerdo a la ley  $\gamma = 120s^{-4}t^2 - 48s^{-3}t + 16s^{-2}$  donde  $\gamma$  es la aceleración angular medida en  $seg^{-2}$ .

Halle:

a)  $\theta = \theta(t)$

b)  $\omega = \omega(t)$

c) el vector aceleración (utilice la descomposición polar).

d) ¿cuánto vale  $\vec{v}$  en  $t = 2$  seg ?

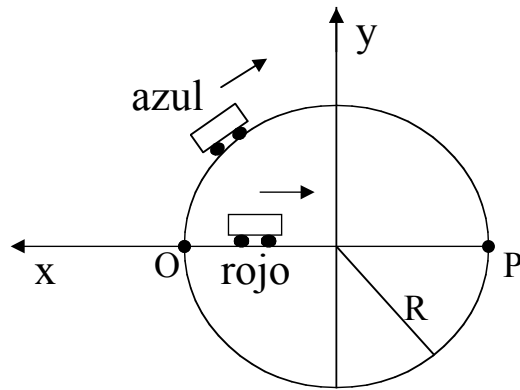
9 - Un mecanismo de relojería utilizado para controlar cierta maquinaria consiste de dos agujas A y B que se mueven ambas en sentido horario. La aguja A se mueve con velocidad angular constante  $\omega_0$  partiendo de  $\varphi_A(t=0) = 0$ , la aguja B se mueve con una aceleración angular constante  $\gamma$  partiendo con velocidad angular  $\omega_B(t=0) = 2\omega_0$  de la posición  $\varphi_B(t=0) = 0$ .

a) Calcule en qué instantes ambas agujas coinciden.

b) Idem en el caso en que la aguja A se mueva en sentido antihorario.

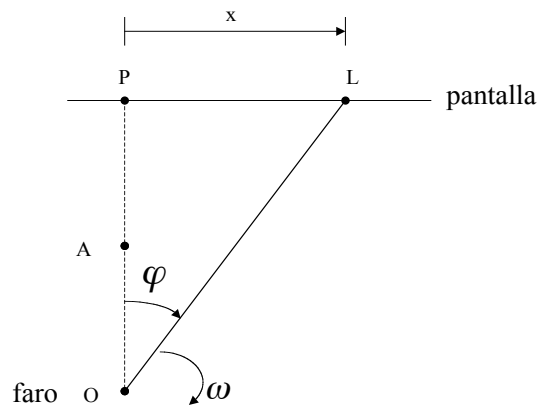
10 - Un auto azul parte del reposo desde el punto  $O$  en el instante  $t = 0$ , y describe una trayectoria circular de radio  $R = 90$  m con una aceleración angular  $\Gamma_a = kt$  ( $k = \frac{\pi}{6} s^{-3}$ ). Pasado un tiempo de 3 s desde la partida del auto azul, parte del reposo desde  $O$  un auto rojo que se mueve en línea recta hacia el punto  $P$  con una aceleración constante:

$$a_r = -a_0 \hat{x}$$



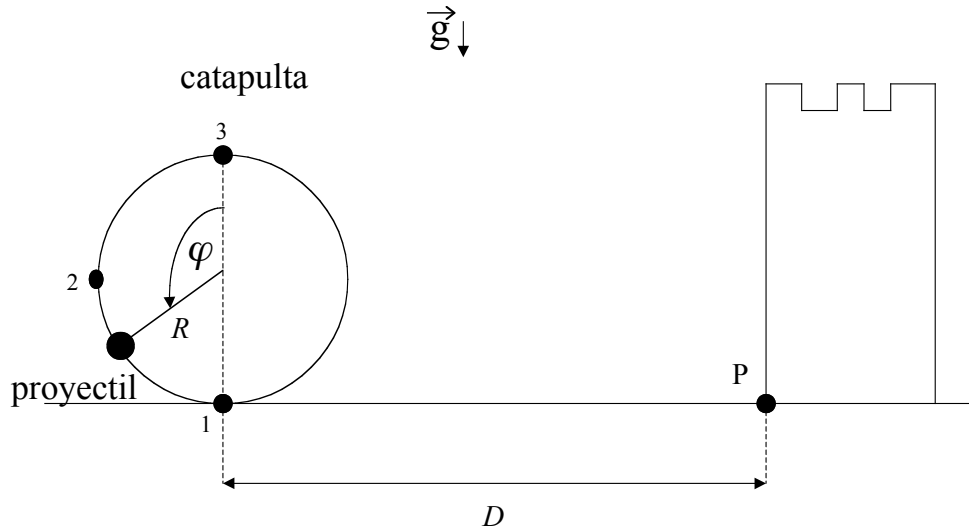
- ¿Cuánto tiempo tarda el auto azul en llegar al punto  $P$ ?
- ¿Cuál debe ser el valor de  $a_0$  para que el auto rojo pueda alcanzar al auto azul en el punto  $P$ ?

11 - Un faro que gira con velocidad angular constante  $\omega$ , proyecta su luz sobre una pantalla ubicada a una distancia  $d = \overline{OP}$  (ver fig.).



- Halle la velocidad lineal del punto luminoso sobre la pantalla en función de datos y de  $x$ .
- Calcule en función de datos y de  $x$  la velocidad angular del punto luminoso para un observador situado a una distancia  $D = \overline{AP}$  de la pantalla. (Sugerencia: haga este cálculo usando trigonometría).
- ¿Cómo debería ser la velocidad angular del faro para que el punto luminoso se mueva con velocidad constante?

12 - Una catapulta está ubicada a una distancia  $D$  de un castillo (ver fig.). La catapulta se utiliza para lanzar proyectiles y consiste en un dispositivo mediante el cual cada proyectil parte desde la posición (1) con velocidad nula, luego se mueve sobre la trayectoria circular de radio  $R$  con una aceleración angular  $\ddot{\varphi}$  dada por  $\ddot{\varphi} = -\frac{(n+1)K}{\pi^{n+1}}\varphi^n$  (donde  $K$  y  $n$  son constantes,  $n = 4$ ) y finalmente es liberado en la posición (3).



- Expresar la velocidad tangencial  $v$  del proyectil (cuando está en la catapulta) en función de  $K$ ,  $R$  y  $\varphi$ . Calcular  $v$  para la posición (2).
- Calcular (en función de  $K$ ,  $R$  y  $g$ ) la distancia  $D$  a la que hay que ubicar la catapulta para que los proyectiles lanzados por ella lleguen en el punto P del castillo.

13 - Un nadador puede nadar a  $0,7$  m/seg. respecto del agua. Quiere cruzar un río de  $50$  m de ancho. La corriente del agua es de  $0,5$  m/seg.

- Si quiere llegar al punto opuesto en la otra orilla, ¿en qué dirección debe nadar? ¿cuánto tarda en cruzar?
- Si quiere cruzar en el menor tiempo posible, ¿en qué dirección debe nadar?, ¿a qué punto llegará?

14 - Sobre una rampa inclinada a  $30^\circ$  respecto de la horizontal, un móvil asciende con una aceleración de  $1$  m/seg<sup>2</sup>. Si la rampa se acelera a partir del reposo hacia la derecha a  $0,5$  m/seg<sup>2</sup>:

- ¿Cuál es la aceleración del móvil respecto de la tierra?
- ¿Qué velocidad adquiere el móvil al cabo de  $1$  seg respecto de la rampa y de la tierra?