Estructura de la Materia 2
Segundo Cuatrimestre 2020
Guía Repaso (Optional): Electrones libres

1. ELECTRONES LIBRES

   i) Demuestre que la energía cinética de un gas tridimensional de N electrones libres a $T = 0K$ es E_o=3/5 N E_F, donde E_F es la energía de Fermi del sistema.

   ii) Derive la relación que conecta la presión y el volumen para un gas de electrones a 0 K. Note que puede ser escrita como $p = (2/3)(E_o/V)$

   iii) Muestre que el módulo de bulk de un gas de electrones a 0 K es $B = 5p/3 = 10E_o/9V$

2. Estime la temperatura de Fermi de:

   i) ^3He líquido (densidad 81 kg m^{-3})

   ii) los neutrones en una estrella de neutrones (densidad 10^{17} kg m^{-3})

3. DENSIDAD DE NIVELES Y DE ESTADOS

   Para un gas de electrones libres calcule la densidad de niveles en el espacio **k** y la densidad de estados en función de la energía para los siguientes casos:

   i) una caja unidimensional de longitud L.

   ii) una caja bidimensional cuadrada de lado L.

   iii) una caja tridimensional cúbica de arista L.

   Tenga en cuenta el spin de lo electrones.

4. GAS DE ELECTRONES BIDIMENSIONAL

   Sea un gas de electrones libres bidimensional:

   i) ¿Cuál es la relación entre n y k_F?.

   ii) Utilizando la densidad de estados calculada en el punto ii) del item anterior, encuentre que

   $$\mu + k_B T \;\; \ln(1 + e^{-\mu/k_B T}) = E_F$$

   iii) Repita el cálculo a partir de la expansión de Sommerfeld. Explique que sucede.

   La expansión de Sommerfeld hasta segundo orden es la siguiente:

   $\int_{-\infty}^{\infty} H(\varepsilon) f(\varepsilon) d\varepsilon = \int_{-\infty}^{\mu} H(\varepsilon) d\varepsilon + \frac{\pi^2}{6}(k_B T)^2 H'(\mu) + O(\frac{k_B T}{\mu})^4$

5. SUSCEPTIBILIDAD DE PAULI

   Analice la contribución de los electrones de conducción a la susceptibilidad magnética de un metal a $T = 0K$. Para ello suponga que los mismos son libres y considere un campo magnético aplicado **H** según ẑ. Descomponga la densidad total de estados en una suma de dos contribuciones, $g_\uparrow(E)$ y $g_\downarrow(E)$, que representen la contribución de electrones con spin paralelo y antiparalelo al campo magnético aplicado. Recuerde que la energía de un electrón en presencia de un campo magnético **H** es

   $$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} - g\mu_B \frac{\mathbf{S}.\mathbf{H}}{\hbar} \qquad ,$$

   donde g=2 es el factor giromagnético y μ_B es el magnetón de Bohr.

   i) Calcule el número de electrones con 'spin up' $N_\uparrow$ y con 'spin down' $N_\downarrow$ en función del campo **H**.

   ii) Calcule la magnetización total $\mathbf{M} = \mu_B(N_\uparrow - N_\downarrow)\hat{\mathbf{z}}$ en función de **H**.

   iii) Calcule la susceptibilidad magnética $\chi = M/H$.

6. CALOR ESPECIFICO DE METALES

   i) Demuestre que el calor específico de un gas de electrones libres depende linealmente de la temperatura.

   ii) Calcule la contribución de los electrones de conducción a la energía libre de Helmholtz y al coeficiente de expansión térmica de un metal.