

## Ejercicios Adicionales

1. Considere una red triangular descrita por los vectores primitivos:  $\vec{a}_1 = \frac{1}{2}a\hat{x} + \frac{\sqrt{3}}{2}a\hat{y}$  y  $\vec{a}_2 = \frac{1}{2}a\hat{x} - \frac{\sqrt{3}}{2}a\hat{y}$ .
- Calcule los vectores primitivos de la red recíproca.
  - Grafique la estructura de bandas de electrones libres para esta red a lo largo del camino:  $\Gamma \rightarrow Y \rightarrow W \rightarrow L \rightarrow \Gamma$ , donde  $\Gamma = (0, 0)$ ,  $Y = (0, \frac{2\pi}{a}\frac{\sqrt{3}}{3})$ ,  $W = (\frac{2\pi}{3a}, \frac{2\pi}{a}\frac{\sqrt{3}}{3})$  y  $L = (\frac{\pi}{a}, \frac{\pi}{a}\frac{\sqrt{3}}{3})$ .
  - Encuentre la energía de Fermi,  $E_F$ , suponiendo que el sistema tiene 2 electrones por átomo. ¿Cómo se comporta el sistema, como conductor o como aislante? Justifique.
  - Obtenga la densidad de estados.
  - ¿Qué degeneración tiene el primer nivel de energía correspondiente a los puntos  $Y$ ,  $W$  y  $L$ ?
  - Proponga un potencial periódico débil que levante las degeneraciones en los puntos  $Y$ ,  $W$  y  $L$ . Justifique su elección. Calcule cómo se modifican estas energías de electrón libre en dichos puntos por la presencia del potencial elegido. Grafique cualitativamente la primera y la segunda banda del sistema considerando el potencial.
2. Suponga una red monoatómica con una base que consiste de iones idénticos en posiciones  $\vec{d}_j$ . El potencial cristalino  $U(\vec{r})$  generado por los átomos es:

$$U(\vec{r}) = \sum_R \sum_j \phi(\vec{r} - \vec{R} - \vec{d}_j) \quad (1)$$

Encuentre que los coeficientes de Fourier de este potencial tienen la forma:

$$U(\vec{K}) = \frac{1}{v} \phi(\vec{K}) S_{\vec{K}}^* \quad (2)$$

donde  $v$  es el volumen de la celda primitiva,  $\phi(\vec{K})$  es la transformada de Fourier del potencial atómico,

$$\phi(\vec{K}) = \int_{\text{todo el espacio}} d\vec{r} \exp^{-i\vec{K}\cdot\vec{r}} \phi(\vec{r}) \quad (3)$$

y  $S_{\vec{K}}$  es el factor de estructura geométrico.

¿Qué cambia en este resultado si los átomos de la base no fueran iguales?.