

# Informe Nuclear

Manuel Der, Agustín Somacal, Facundo Fabián Sapienza

14 April 2015

## Resumen

En el presente informe nos proponemos estudiar fenómenos relacionados con la radiación gamma producida por fuentes compuestas por distintos elementos. Para ello, caracterizamos el espectro de energías radiado por cada uno de ellos, identificando las correspondientes a la meseta y borde Compton, y al fotopico de radiación. A partir del análisis del borde Compton se pudo obtener una expresión para la masa del electrón en reposo que resultó consistente con los valores tabulados, en  $(520 \pm 30)$ . Finalmente estudiamos la naturaleza de la distribución estadística asociada al decaimiento radiactivo, relacionándola con la distribución de Poisson, que caracteriza la cantidad de rayos gammas emitidos por la fuente por unidad de tiempo.

## Introducción

En este trabajo nos interesamos por el proceso de detección de rayos gamma debidos a la interacción con la materia. Hay distintas maneras en las que el mismo puede interactuar con el sistema en cuestión.

En primer lugar, un rayo gamma puede ionizar un átomo mediante efecto fotoeléctrico, para esto es necesario que la energía del fotón sea mayor que la energía de ligadura atómica del electrón al átomo. Por otro lado, también puede sufrir una serie de scatterings Compton en los que cede su energía de manera progresiva a un conjunto de electrones. Finalmente, si la energía del fotón es suficiente, puede generar un par electrón-positrón, cuyo posterior proceso de colisión en cadena producirá un efecto final de generación de gran número de átomos excitados, los cuales vuelven a su estado fundamental emitiendo fotones ópticos.

En general, la limitación espacial de los detectores provoca que haya una probabilidad no despreciable de que los fotones que han sufrido una interacción Compton escapen sin dejar depositada toda su energía en el detector. De esta manera, si bien la fuente radiactiva tiene su pico de emisión en un canal determinado (energía del fotopico), se observan mediciones por debajo de este punto. En la Figura 1 se muestra un espectro esperado para un detector con pérdidas. Sobre el mismo también se representa el llamado borde Compton. La detección

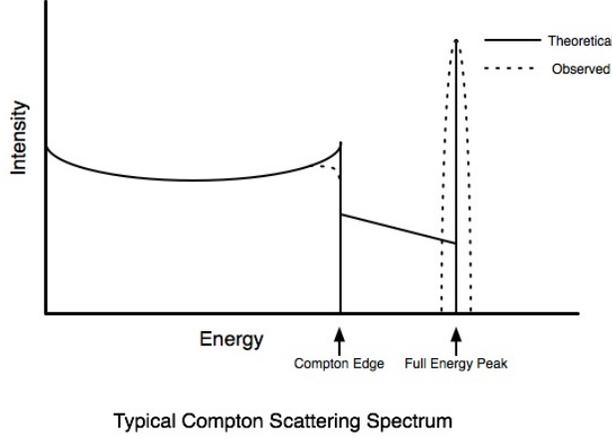


Figura 1: Resultado teórico para nuestro dispositivo experimental.

y medición de este borde a lo largo de la experiencia resulta será de utilidad para la estimación de la masa del electrón. La energía del límite Compton es la máxima energía que el rayo gamma incidente puede transmitir al electrón. Finalmente, la energía de dicho electrón queda atrapada en el centellador, mientras que el fotón resultante se escapa, de forma que su energía no es medida.

Para un scattering de Compton, se tiene que la energía del electrón final es máxima cuando el proceso es unidireccional, es decir, cuando el electrón es emitido en la misma dirección que el rayo gamma incidente, mientras que este último sale en un ángulo de  $\theta = 180^\circ$ . La relación clásica entre energía cinética  $T$  e impulso  $p$  es

$$T = \frac{p^2}{2m_e} \quad (1)$$

Para el caso clásico, si  $E_\gamma$  es la energía del fotón incidente y  $T$  la energía cinética entregada al electrón, se tiene la relación:

$$m_e c^2 = \frac{(2E_\gamma - T)^2}{2T} \quad (2)$$

donde  $m_e = 511 \text{KeV}$  es la masa del electrón en reposo y  $c$  la velocidad de la luz. Si, por el contrario, utilizamos la relación relativista

$$T = \sqrt{c^2 p^2 + m_e^2 c^4} - m_e c^2 \quad (3)$$

llegamos a una expresión distinta para la masa del electrón

$$m_e c^2 = \frac{2E_\gamma(E_\gamma - T)}{T} \quad (4)$$

A lo largo de la experiencia se pondrá a prueba la validez de ambas expresiones.

Por último, veremos que la distribución de rayos gamma emitidos es de tipo Poisson, dada por la fórmula:

$$P(k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!} \quad (5)$$

donde  $P(k)$  representa la probabilidad de medir  $k$  cuentas en un intervalo fijo de tiempo y  $\lambda$  es el parámetro característico de la distribución.

## Procedimiento

Para el análisis de la emisión de rayos gamma se utilizaron fuentes de  $^{137}\text{Cs}$ ,  $^{22}\text{Na}$ ,  $^{133}\text{Ba}$ , o  $^{207}\text{Bi}$ , cuyos fotopicos tienen energías tabuladas iguales a  $662\text{KeV}$ ,  $511\text{KeV}$ ,  $356\text{KeV}$  y  $569\text{KeV}$  respectivamente, de manera que cubrimos un rango de energías de orden de los  $300\text{KeV}$ . Para detectar la radiación se empleó un dispositivo que, como se puede observar en la figura 2, consta de un centelleador inorgánico de Ioduro de Sodio dopado con Talio ( $\text{NaI(TL)}$ ) sucedido por un fotomultiplicador (PMT) alimentado por una fuente de alta tensión. La fuente se encontraba encerrada por un recubrimiento de plomo, de manera que la radiación emitida permaneciera dentro de esta cavidad, logrando además que la señal no fuera afectada apreciablemente por ruido externo.

El centelleador absorbe la energía de los fotones gamma incidentes y produce una cantidad proporcional de fotones ópticos, que inciden sobre el fotocátodo del PMT, el cual, a partir de una reacción en cadena genera un pulso de tensión cuya amplitud es proporcional a la energía absorbida del rayo gamma original[2].

Para poder medir la señal generada por esta lluvia de electrones se utilizó un amplificador, que llevaba la amplitud de la señal a un rango del orden de los  $10\text{V}$ . Se tuvo el cuidado de que la amplitud de los pulsos medidos de interés (correspondientes a las energías de los fotopicos y bordes Compton) estuviera por debajo de su nivel de saturación ( $10\text{V}$ ). Por otra parte se acordó poner un *shaping* de  $12\mu\text{s}$ , dado que resultaba menor que la distancia promedio entre pulsos consecutivos (de forma que no se mezclaban pulsos distintos) y permitía ensanchar el pulso lo suficiente como para tener un correcto análisis de datos. También resulta importante ajustar bien este parámetro para poder discriminar satisfactoriamente cada pulso y no perderlo. La adquisición se llevó a cabo con una placa Sensor DAQ, y el análisis de datos se realizó con el programa Matlab, hallando los picos de los pulsos por cada gamma que emitió la fuente.

Finalmente, se filtraron los datos correspondientes a los picos de voltaje y, relacionando esta última magnitud con el valor de la energía del rayo gamma absorbido, se organizaron en histogramas que relacionaban el número de absorciones detectadas por canal energético.

experimental.jpg

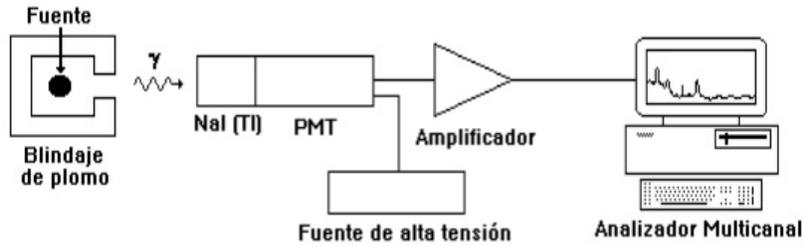


Figura 2: Esquema del dispositivo experimental

## Resultados y Análisis

### Calibración

Con el dispositivo experimental utilizado, lo que se midió es la amplitud en voltaje de un pico de tensión correspondiente a cada rayo gamma que incidía sobre el centellador y producía una lluvia de electrones, que fue la magnitud detectada. El analizador multicanal cuenta cuántos picos llegan con determinada amplitud. Sin embargo, lo que nos interesa es relacionar la amplitud de tensión de la señal con la energía entregada al centellador por los rayos gamma. Siendo la amplitud de la señal proporcional a la cantidad de fotones ópticos generados, y siendo esta proporcional a la cantidad de energía entregada al centellador, concluimos que el voltaje del pico es proporcional a la energía entregada por los rayos gamma. Tenemos entonces la relación:

$$E = mV + b \quad (6)$$

Sabiendo que el punto del fotopico se corresponde con la situación en la que el rayo gamma depositó toda su energía en el centellador (y por lo tanto la señal medida corresponde a la energía del rayo gamma), se midió para distintas fuentes el voltaje del punto donde se encuentra el fotopico. Para las distintas mediciones siempre se mantuvo constante el setup instrumental. La Figura 3 representa, para la muestra de  $^{137}\text{Cs}$ , un histograma de cuentas por voltaje de la señal medida. El fotopico se corresponde al punto donde el número de cuentas es máximo (marcado en el histograma con un círculo).

Se realizó este procedimiento para otras muestras de  $^{133}\text{Ba}$ ,  $^{22}\text{Na}$ ,  $^{207}\text{Bi}$  y  $^{137}\text{Cs}$ . La Figura 4 muestra un gráfico de la energía de emisión de los rayos gamma en función de la amplitud de la señal para el fotopico. Sobre el mismo se realizó un ajuste lineal para obtener la dependencia entre energía  $E$  y voltaje  $V$  que necesitamos para analizar la energía del canto Compton. Mediante el ajuste se pudieron determinar  $m = (120 \pm 20)\text{meV/Volts}$  y  $a = (100 \pm 70)\text{meV}$ . Hecho esto, podemos comenzar a hablar de la energía donde se encuentra el borde Compton.

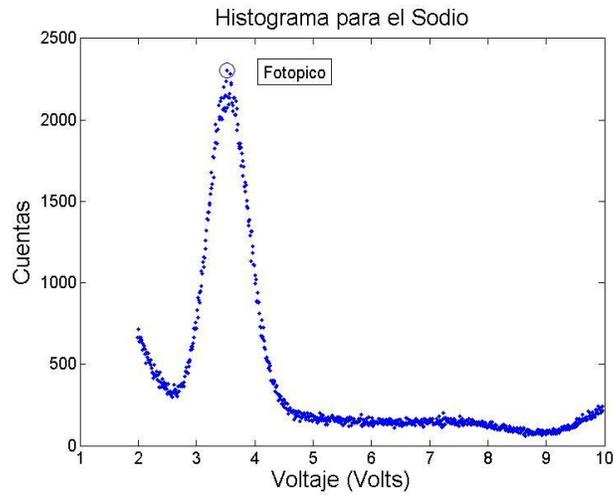


Figura 3: Cuentas en función del voltaje para una muestra de Sodio.

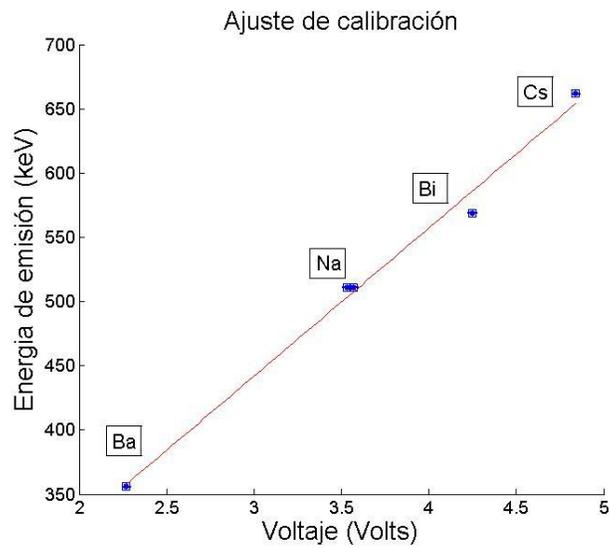


Figura 4: Curva de calibración. Energía en función del voltaje. Se estimó la pendiente como  $(120 \pm 20) keV/Volts$  y la ordenada al origen como  $(100 \pm 70) keV$ .

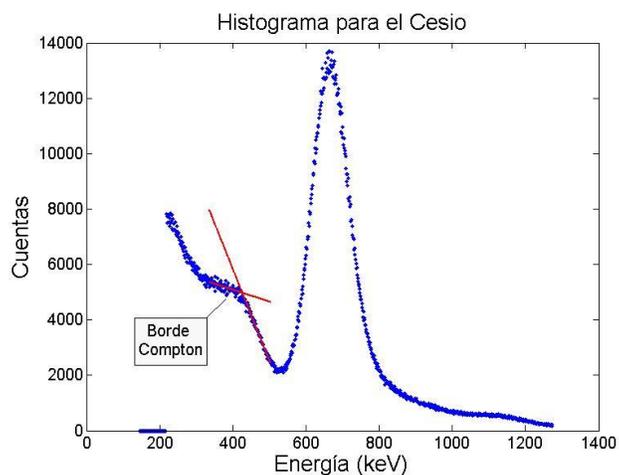


Figura 5: Determinación del borde Compton para una muestra de cesio. Se pudo estimar el mismo como  $(2,9 + 1)V$  o bien en energías  $(424 + 40)keV$ . Se pueden observar sobre el gráfico los ajustes lineales por tramos que llevaron al cálculo de esta energía.

## Borde Compton

En esta sección se busca medir la energía del borde Compton para las fuentes antes presentadas. Con los valores de las mismas se espera poder obtener un valor para la masa del electrón. En un caso ideal, esperaríamos ver un espectro como el que se ve en la figura 1. Sin embargo, en un caso real el borde suele ser más sutil y menos marcado. Esto se debe en parte a que el fotón puede volver a interactuar con el centellador antes de salir del mismo, entregando mayor cantidad de energía al sistema, que luego pasa a ser medida. El borde Compton se presenta como un punto donde la cantidad de cuentas por energía presenta una inflexión. De esta forma, hay distintos criterios para determinar la posición exacta del mismo. El método que fue utilizado consiste en obtener el punto donde hay un salto abrupto en la pendiente. La figura 5 muestra el histograma para la muestra de cesio. En la zona donde se espera ver el borde Compton, se ajustó a tramos por rectas y se calculó el punto de intersección de dichos ajustes. Todo este análisis se realizó con el programa Matlab. Sobre la misma figura se observan ambos ajustes. Se puede ver claramente el borde Compton y cómo el método empleado resulta ser exitoso para determinar tal punto.

Luego se realizó el mismo procedimiento para las muestras de sodio y bario. Para el bismuto no fue posible detectar el borde Compton, dado que el mismo no se podía apreciar. En la figura 6 se muestra un gráfico de la energía del electrón en reposo esperada teóricamente para el caso relativista (ecuación 4) y el clásico (ecuación 2) en función de la energía del borde Compton. La energía Compton se corresponde al valor máximo de energía cinética que puede obtener

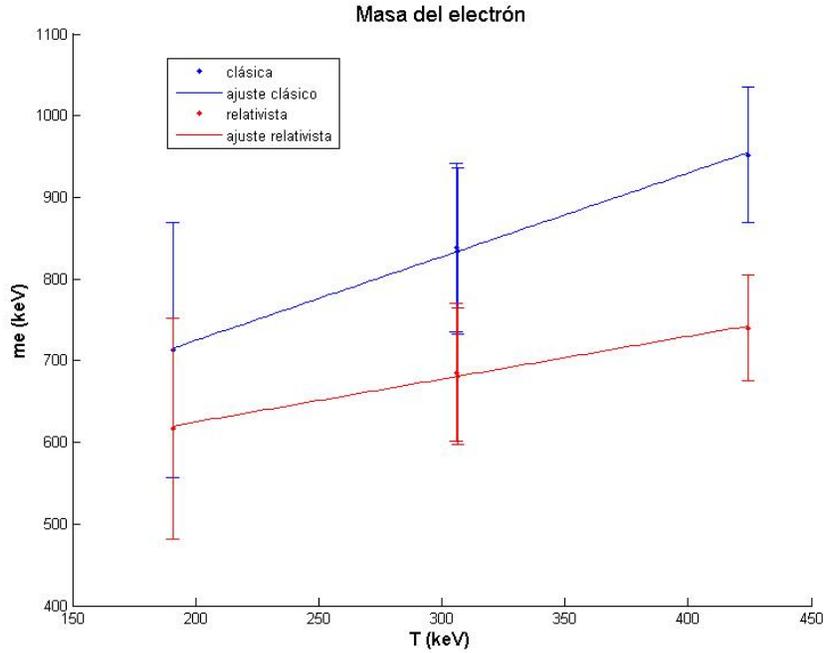


Figura 6: energía del electrón en reposo en función de la energía del borde Compton. En azul (arriba) para el caso clásico y en rojo (abajo) para el caso relativista.

del electrón ( $T$ ). Esto se debe a que el borde Compton corresponde al punto donde sólo es medida la energía del electrón, mientras que la del fotón se escapa. La diferencia de energía entre el electrón antes y después de interactuar con el rayo gamma es exactamente la energía cinética  $T$  que se mide.

En ninguno de los dos casos se observa un valor constante para  $m_e c^2$ , como sería de esperarse según el modelo teórico. Para el modelo clásico esto no sorprende, dado que el efecto Compton es en sí un efecto donde las relaciones clásicas no se corresponden con la realidad y uno espera que fallen. Para el caso relativista esto no era lo que se esperaba, aunque dado el error con el que se trabajó, poco podemos afirmar sobre la confiabilidad del valor de la pendiente.

Se realizó un ajuste lineal a ambos pares de mediciones. En ambos casos obtenemos una ordenada al origen de  $(520 \pm 30) keV$  y una pendiente de  $(1,0 \pm 0,1)$  para el caso clásico y  $(0,5 \pm 0,1)$  para el relativista. Si estimamos que la ordenada al origen representa la energía del electrón en reposo, vemos que esta se solapa con el valor tabulado de  $m_e c^2 = 511 keV$ . En tal caso, restaría ofrecer una explicación de la razón por la que se observa que para mayores valores de  $T$  se mide mayor energía en el detector de la que es esperada.

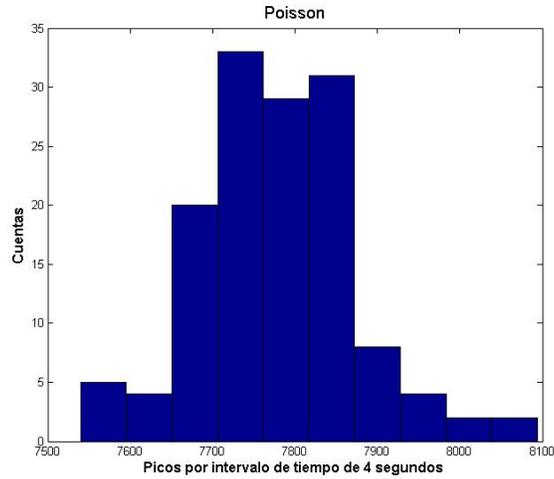


Figura 7: Histograma para el número de cuentas medido por unidad de tiempo fija. La distribución se corresponde a una Poisson.

## Distribución de Poisson

En esta sección se busca determinar si la emisión de rayos gamma de las fuentes radioactiva sigue una distribución de Poisson. Para ello, se midió la cantidad de cuentas que llegaban al detector por una unidad de tiempo fija (en nuestro caso de cuatro segundos) repetidas veces. La figura 7 muestra un histograma de la cantidad de veces que se midió una determinada cantidad de cuentas para la muestra cesio. En un principio se realizó este procedimiento sólo para los pulsos que se correspondían a cuentas dentro de un rango en torno al fotopico. Sin embargo, se observó que la distribución era similar sin importar el rango de energías que se elija. si bien no fue posible realizar un ajuste mediante la ecuación 5, se puede ver que la distribución se corresponde a una distribución Poisson.

## Conclusiones

En primer lugar, en lo que refiere al dispositivo experimental, se verificó la relación lineal entre la amplitud de tensión de la señal y la energía entregada al centelleador por los rayos gamma.

Por otra parte, cabe destacar que, para el espectro de emisión gamma de las fuentes estudiadas, se obtuvieron perfiles similares a los esperados por la aproximación teórica de un centelleador con pérdidas, identificando tanto el borde compton, como el valor correspondiente a la energía del fotopico en cada caso.

En lo que respecta al borde compton, aplicando el criterio de identificación

relativo al punto donde hay un salto abrupto en la pendiente, se pudo determinar exitosamente para las fuentes de cesio, sodio y bario. Posteriormente, este dato fue útil para extrapolar la masa en reposo del electrón, que resultó ser de  $(520 \pm 30)keV$  bajo las aproximaciones clásica y relativista, confirmando la validez de ambas relaciones en este caso, pues dicho valor se solapa con el tabulado, de  $m_e c^2 = 511keV$ .

Para terminar, se realizó un estudio cualitativo de la distribución de emisión gamma en el tiempo para la muestra de cesio, en torno a la energía correspondiente al fotopico, obteniendo una relación que responde a la distribución de poisson, como se esperaba teóricamente

## Referencias

- [1] <http://nuclear.fis.ucm.es/webgrupo/labo/LabEspectrosDetector.html>
- [2] <http://users.df.uba.ar/bragas/Labo51er2011/Compton.pdf>