

# Medición de constantes de Verdet para agua destilada

Agustina Fernández Casafuz, Luciana Martínez, Nicolás Nuñez Barreto

Mayo 2015

## Resumen

En el presente trabajo medimos los coeficientes de Verdet del agua destilada para dos láseres: rojo (632.8 nm) y verde (532 nm), obteniendo para ellas los valores  $(0,0030 \pm 0,0005) \text{min}/G.cm$  y  $(0,010 \pm 0,002) \text{min}/G.cm$  respectivamente. Para ello, primero se hizo pasar el haz por un polarizador lineal y luego por un tubo de vidrio con el agua, centrado en una bobina de 100 cm de largo donde se generaba campo magnético. Finalmente se puso un segundo polarizador con su eje a  $45^\circ$  del primero que funciona como analizador. El campo magnético, del orden de 1 G, ocasiona una rotación del plano de oscilación del haz del orden de 1 minuto. Adicionalmente se utilizó un láser azul, pero debido a su baja intensidad no se lograron obtener datos.

## 1. Introducción

Cuando un haz de luz polarizado (radiación electromagnética) atraviesa un medio al cual se le aplica un campo magnético, su plano de polarización rota un determinado ángulo. Este efecto se conoce como rotación de Faraday, o simplemente efecto Faraday. Fue descubierto por Michael Faraday en 1845 y fue la primera evidencia experimental de que la luz y el magnetismo estaban relacionados. La naturaleza de este efecto se debe a la inducción de birrefringencia circular en el medio. Descomponiendo a la onda incidente (linealmente polarizada) en dos ondas circulares opuestas, debido a ésta birrefringencia cada una de ellas se propagará con un índice de refracción efectivo distinto, lo cual provocará un desfase que se verá reflejado al final en una rotación del plano de polarización en la onda refractada.

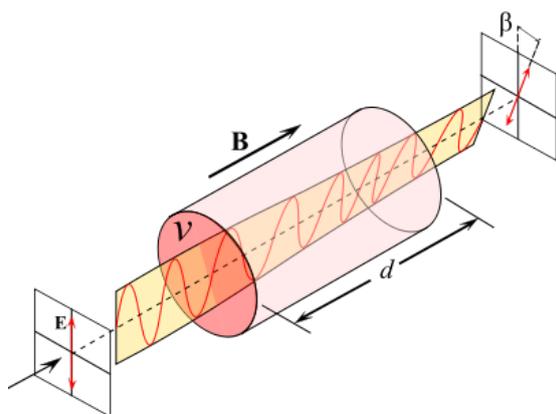


Figura 1: Esquema teórico del efecto. La polarización del haz refractado está rotado un ángulo  $\beta$  respecto al incidente, el cual atraviesa un medio de longitud  $d$  al que se le aplica un campo magnético  $B$  intenso.

Se puede cuantificar el ángulo de rotación mediante la ecuación 1:

$$\theta = VBL = \pi \Delta n L / \lambda \quad (1)$$

Allí,  $\theta$  es el ángulo de rotación de la polarización,  $B$  es el campo aplicado,  $L$  la longitud del medio,  $\Delta n$  es la diferencia inducida de índices de refracción en polarización circular izquierda y derecha,  $\lambda$  la longitud de onda incidente, y  $V$  es una constante que cuantifica la rotación del material. Ésta se denomina constante de Verdet, y depende, entre otras cosas, de la longitud de onda incidente. Para el alcohol etílico o el agua destilada, por ejemplo, en el rango de espectro visible la constante de verdet  $V$  es del orden de  $10^{-2} \text{min}.G^{-1}.cm^{-1}$ , es decir que para un campo aplicado de 1 G, si la luz atraviesa un medio de 100 cm de largo, el plano de polarización rotaría un ángulo del orden de 1 minuto de grado.

El efecto Faraday se considera de importancia en la astronomía que lo emplea en la medición de campos magnéticos fuera de la galaxia ya que la luz proveniente de objetos extragalácticos sufre el efecto causado por campos existentes dentro de la Vía Láctea al atravesar el medio interestelar. En este caso el efecto es causado por electrones libres en el medio y no por un medio líquido por lo que la teoría difiere un poco a la utilizada en este trabajo.

## 2. Desarrollo experimental

El objetivo de la experiencia es medir la constante de Verdet en el agua destilada. Para ello necesitamos una fuente de luz polarizada y un campo magnético controlado.

Para generar el campo se utilizó un solenoide de cobre esmaltado de 550 vueltas y longitud 107,5cm,

alimentado por un generador de funciones Tektronix AFG3002B. De esta manera se consigue un campo magnético  $B$  modulado por la frecuencia del generador de la forma :

$$B = B_0 \text{sen}(\omega t) \quad (2)$$

En la que  $\omega$  es la frecuencia del generador. La ventaja de esto es que luego se puede filtrar el ruido con esta misma frecuencia ya que trabajamos con valores muy chicos para la rotación  $\theta$ .

La muestra de agua se colocó en un cilindro plástico de  $L = 101,5 \pm 0,5 \text{cm}$  de longitud situado en el centro de la bobina (largo del medio). Entonces podemos usar la aproximación de solenoide infinito que nos da un valor para la magnitud del campo  $B$ :

$$B_0 = n\mu J \quad (3)$$

En donde el campo depende directamente de la corriente  $J$  que circula por la bobina, y  $n$  y  $\mu$  son las constantes de cantidad de vueltas por metro y permitividad magnética del medio respectivamente. Teniendo en cuenta la ecuación 1 y la dependencia del módulo de  $B$  según la ecuación 3, se ve que es conveniente usar la mayor corriente posible, del orden del Ampère. Por lo tanto se conectó un amplificador de factor de amplificación 6 a la salida del generador como se puede ver en la figura 2. Para obtener un valor a tiempo real de la corriente  $J$  que circula por el circuito se midió la caída de potencial sobre una resistencia  $R = (7,8 \pm 0,1)\Omega$  conectada en serie con la bobina, con un osciloscopio Tektronix TDS1001B.

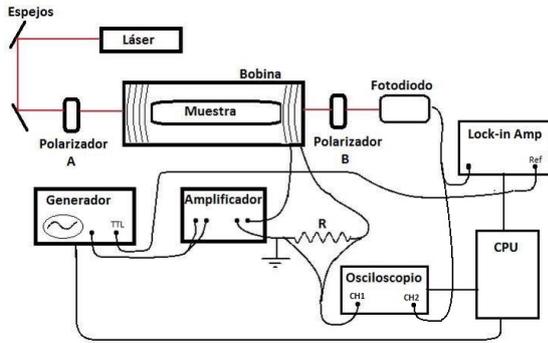


Figura 2: Esquema del diseño experimental utilizado.

Utilizamos distintos láseres como fuentes de luz polarizada: uno de He-Ne con  $\lambda = 632,8 \text{nm}$ , uno verde  $\lambda = 532 \text{nm}$  y por último uno azul con  $\lambda = 405 \pm 10 \text{nm}$ . Para alinearlos se usan dos espejos con los que se manejan los dos grados de libertad del haz y así atraviesa el material alineado con el campo magnético.

Para poder medir el ángulo  $\theta$  de rotación de la polarización se midió la intensidad del haz luego de

pasar por un par de polarizadores lineales. De esta manera nos aseguramos dos cosas: que la luz está linealmente polarizada y, al pasar por el segundo polarizador (el "analyzer") sabemos que el ángulo de la polarización entre ellos es un ángulo  $\alpha$  más la rotación de Faraday  $\theta$ . Esto es muy útil considerando que la ley de Malus nos dice cómo se atenúa la intensidad al pasar por un polarizador. La intensidad medida por el fotodiodo será:

$$I = A_0^2 \cos^2(\alpha - \theta) \quad (4)$$

Siendo  $A_0^2$  la intensidad inicial del láser. Considerando que  $\theta$  es mucho menor a  $1^\circ$ , se puede ver que la sensibilidad de la intensidad en el fotodiodo es máxima para un ángulo  $\alpha = 45^\circ$  entre ambos polarizadores (la cuenta entera se halla en [1] y algunos detalles se muestran en el apéndice). Además, si se tiene en cuenta que el campo varía en el tiempo entonces se tiene que  $\theta = \theta_0 \text{sen}(\omega t)$  y podemos escribir la intensidad de la siguiente manera:

$$I = I_0 + \Delta I \text{sen}(\omega t) \quad (5)$$

Donde  $I_0$  es la intensidad continua del láser. Por ende, se puede escribir al ángulo de rotación como:

$$\theta_0 = \frac{1}{2} \frac{\Delta I}{I_0} \quad (6)$$

La intensidad de salida  $I$  se mide con un fotodiodo, cuya señal de salida se mide con un Lock-in Stanford Research Systems SR830 para medir la modulación ( $\Delta I$ ) y con un Osciloscopio Tektronix TDS 1002 para medir la parte continua. La ventaja del Lock-in se debe a que la modulación de la señal no es detectable con un osciloscopio debido a que es una señal muy chica (del orden de los  $100 \mu\text{V} - 1 \text{mV}$ ); en cambio, con el Lock-in será detectable al colocarle a éste la referencia de la alimentación de la bobina, ya que la frecuencia de oscilación será la misma.

La ecuación 1 junto con la ecuación 6 determinarán la constante de Verdet para el agua destilada para cada longitud de onda del láser.

### 3. Resultados y análisis

Se realizaron barridos simultáneos con un programa de adquisición de Labview en función del voltaje del generador para obtener: la corriente del circuito (proporcional a  $B$ ) con el Osciloscopio y la variación de intensidad  $\Delta I$  que medía el fotodiodo con el Lock-in.

#### 3.1. Láser rojo

A continuación en la figura 3 se grafica la corriente del circuito en función del voltaje del generador para distintas frecuencias:

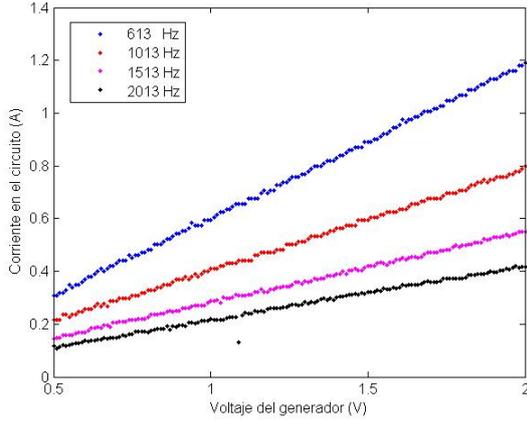


Figura 3: Corriente (A) en función del voltaje del generador (V) para distintas frecuencias elegidas.

Se obtiene la corriente al medir el voltaje sobre la resistencia; para que la señal se vea con poca dispersión es necesario que en el Osciloscopio puedan verse al rededor de 10 períodos. Era de esperar que la corriente dependiera de la frecuencia porque se trata de un circuito alterno RL. Cumple que a frecuencias mayores la corriente disminuye.

En la figura 4 se grafica la variación de la intensidad ( $\Delta I$ ) en función del voltaje del generador para las frecuencias elegidas.

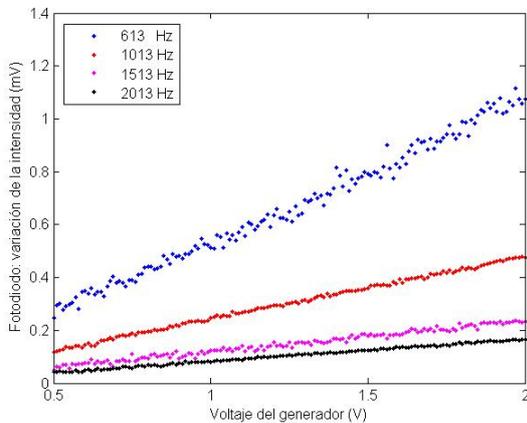


Figura 4: Variación de la intensidad (mV) en función del voltaje del generador (V).

Para que la señal tenga poca dispersión se usó un tiempo de integración del Lock-in de 100 ms con un intervalo entre cada medida de 1 s en caso de 1013 Hz, los tiempos de integración variaban para cada frecuencia.

Por otro lado conectado desde el fotodiodo se midió la intensidad continua con el osciloscopio, siendo del orden de 1,50 V (variaba 0,01 V para cada medición, se anotó  $I_0$  en cada caso). Esta figura sirve para ilustrar el orden de la señal alterna en compa-

ración con la señal continua.

Finalmente se obtuvo el ángulo de rotación utilizando la ecuación 6; este caso es si el analizador se hallaba a  $45^\circ$  del polarizador de entrada. Sin embargo como el mismo tenía un error de  $10^\circ$  instrumental, se calculó la relación entre el ángulo de rotación del campo  $\theta$  con un ángulo  $\alpha$  cualquiera entre los dos polarizadores (ver Apéndice). La relación está dada por:

$$\theta_0 = \frac{1}{2} \frac{\Delta I}{I_0} \cotg(\alpha) \quad (7)$$

Que en el caso de  $\alpha = 45^\circ$  la ec.7 cumple la ecuación 6.

En la figura 5 se grafica el ángulo de rotación ( $\theta$ ) en función del campo (B) por largo del medio (L).

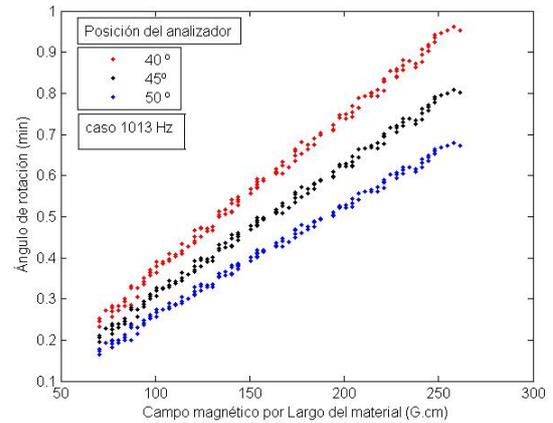


Figura 5: Ángulo de rotación (min) en función del campo magnético por el largo del medio (G.cm).

Como puede verse la relación entre el ángulo de rotación y el campo B es lineal, y el ángulo de rotación que varía el campo es de menos de 1 min aplicando un campo del orden de 1 G. La curva fue obtenida para el caso de 1013 Hz, la curva negra representa el caso donde la sensibilidad es máxima ( $45^\circ$ ). Realizando un ajuste lineal se obtiene de la pendiente la constante de Verdet. Se graficó también las posibilidades de que el ángulo entre los polarizadores sea de  $40^\circ$  (curva roja) o de  $50^\circ$  (curva azul), para tener una cota máxima y mínima de la constante de Verdet.

Se realizó lo mismo para las frecuencias elegidas, en la figura 6 se grafica solo para el ángulo de  $45^\circ$ .

En la figura 7 se grafica las pendientes obtenidas (la constante de Verdet) en función de las frecuencias, utilizando las cotas superiores e inferiores de  $40^\circ$  y  $50^\circ$ .

Se encontró la constante de Verdet variando en el rango de  $0,0015 \text{ min/G.cm}$  y  $0,0060 \text{ min/G.cm}$ .

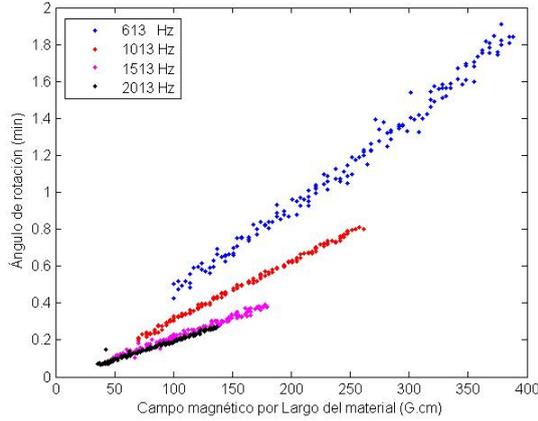


Figura 6: Ángulo de rotación (min) en función del campo magnético por el largo del medio (G.cm).

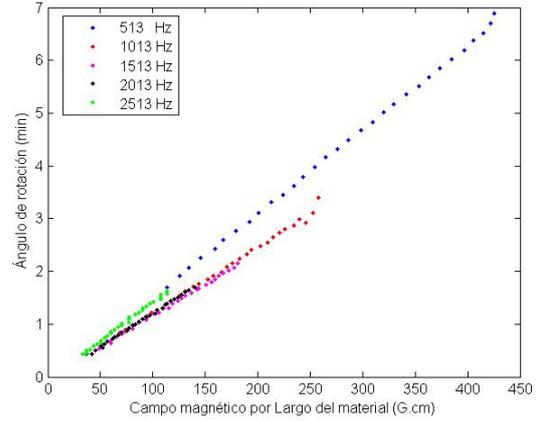


Figura 8: Ángulo de rotación (min) en función del campo magnético por el largo del medio (G.cm).

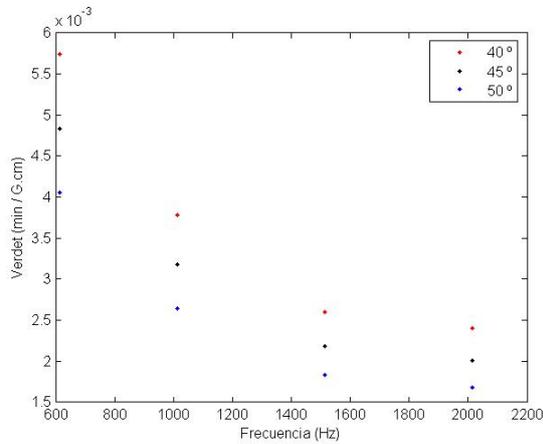


Figura 7: Constante de Verdet (min/G.cm) en función de la frecuencia del campo (Hz) para el láser rojo.

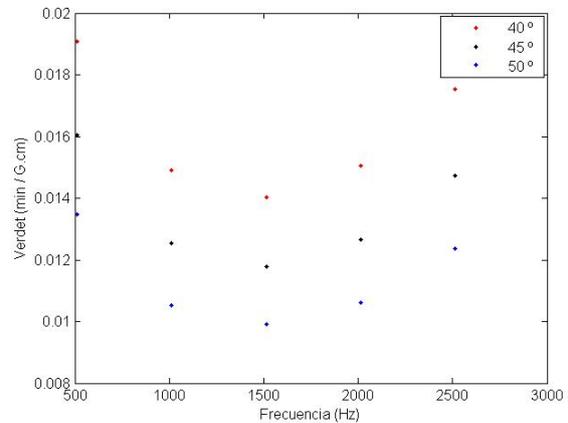


Figura 9: Constante de Verdet (min/G.cm) en función de la frecuencia del campo (Hz) para el láser verde.

### 3.2. Láser verde

Se realiza el mismo análisis para el láser verde, en la figura 8 se grafica el ángulo de rotación en función al campo magnético para distintas frecuencias. Se grafica para el caso de que el analizador y el polarizador se hayan a  $45^\circ$  entre si.

En la figura 9 se grafica las pendientes obtenidas en función de la frecuencia.

En este caso la constante de verde varía en un rango de  $0,0100 \text{ min/G.cm}$  y  $0,0190 \text{ min/G.cm}$ .

### 3.3. Comparando longitudes de onda

A continuación en la figura 10 se muestra para los dos láseres las constantes de verdet obtenidas para distintas frecuencias, utilizando como cota superior y cota inferior la incerteza del ángulo entre el polarizador y el analizador entre  $40^\circ$  y  $50^\circ$ .

Considerando la variación de la constante de Verdet al medir en distintas frecuencias, se tomo valor

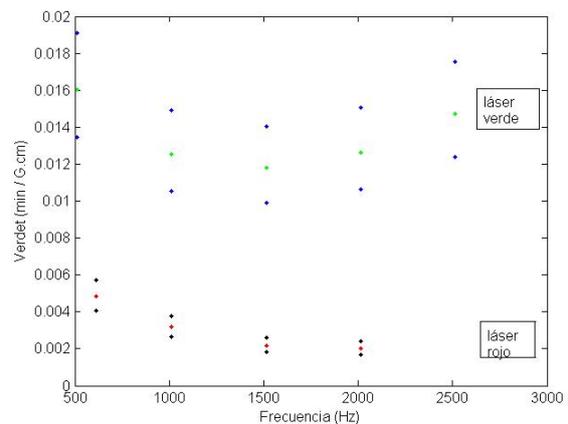


Figura 10: Constante de Verdet (min/G.cm) en función de la la frecuencia.

medio en ambos casos para obtener la constante de verdet en función de la longitud de onda. La va-

riación de estos valores frente a la frecuencia puede deberse a ruido infiltrado en el fotodiodo. Aunque sabemos que por falta de puntos no es correcto realizar estadística, es un criterio para obtener el orden de la constante de Verdet. Finalmente al realizar el valor medio, se obtuvo  $(0,0030 \pm 0,0005) \text{ min/G.cm}$  para el láser rojo y  $(0,010 \pm 0,002) \text{ min/G.cm}$  para el láser verde, donde los errores provienen de realizar el valor medio a las cotas superior ( $40^\circ$ ) e inferior ( $50^\circ$ ) en cada caso. En la figura 11 se grafica la dependencia con la longitud de onda que indicaba cada láser:

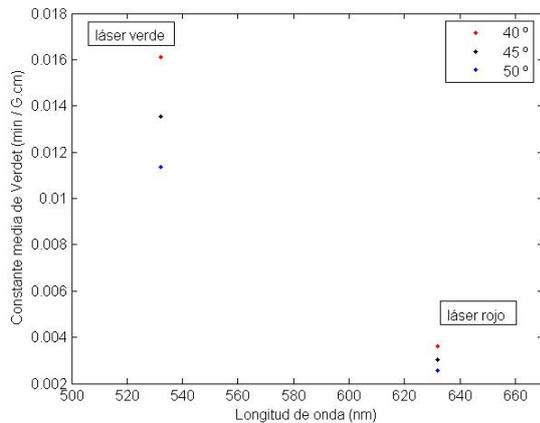


Figura 11: Constante de Verdet media (min/G.cm) en función de la longitud de onda de los láseres.

Como puede verse en la figura, la constante de verdet es mayor para el caso de longitudes menores. Esto cumple cualitativamente el modelo de la ecuación 1, pero no es posible realizar un ajuste por falta de longitudes de onda.

Adicionalmente se midió la constante de Verdet para el caso de láser azul; sin embargo, la intensidad de éste detectada por el fotodiodo era de dos órdenes de magnitud por debajo de las del rojo o verde. Ésto podría deberse, además de que el láser tenga de por sí menor intensidad, a que no se logró alinear correctamente el láser, lo cual causó reflexiones en el medio que ocasionaron pérdidas de intensidad en la salida. Al realizar las mediciones se detectó una dependencia de la constante de Verdet con la frecuencia muy marcada, lo cual llevó a darse cuenta la existencia de un problema con la tierra del fotodiodo, la cual estaba conectada a una plancha de aluminio que ocasionaba efectos secundarios, los cuales no fueron notorios para los láseres anteriores debido a que la intensidad recibida por el fotodiodo era mucho mayor y ésto ocasionó que estos efectos sean despreciables en esos casos.

## 4. Conclusiones

Al medir simultáneamente la corriente (proporcional al campo magnético) y la intensidad en el fotodiodo (la parte alterna con el Lock-in y la continua con el osciloscopio) podemos independizarnos de la respuesta del amplificador frente a distintas frecuencias o amplitudes del generador.

Pudo verificarse que la luz monocromática al pasar por un campo magnético rota su polarización. El ángulo de rotación es menor a un grado (del orden del minuto) y aumenta con la magnitud del campo magnético. También comprobamos que la constante de Verdet dependía de la longitud de onda inversamente. Los valores encontrados son del orden de la referencia [1].

Algunas cosas a solucionar a futuro son: eliminar las fuentes de ruido, principalmente aislar al fotodiodo de la mesa óptica; realizar un barrido en función de la frecuencia para más valores y verificar que la constante de verdet no depende de la frecuencia con la que oscila el campo. Mejorar la alineación del haz al atravesar la bobina; esto puede hacerse utilizando posicionadores móviles para los polarizadores y el fotodiodo. Variar el largo o el tipo del medio material para estudiar la dependencia de la rotación con el mismo. Adicionalmente, mediante el uso de más fuentes de luz de distintas longitudes de onda es posible verificar (cuantitativamente) la relación dada por la ecuación 1 ( $V$  proporcional a  $1/\lambda$ ), ya que, al medir solo dos puntos, no son suficientes para comprobar esta relación.

## Referencias

- [1] A. Jain. A simple experiment for determining verdet constants using alternating current magnetic fields, physics teachers, 1999. URL <http://users.df.uba.ar/bragas/PaperVerdet1.pdf>.

## 5. Apéndice

De la referencia [1]:

$$I = A_0^2 \cos^2(\alpha - \theta) \quad (8)$$

Siendo  $I$  la intensidad con la que llega la luz al fotodiodo luego de atravesar el medio con campo magnético, pasando inicialmente por un polarizador lineal y un analizador a la salida puestos entre sí en un ángulo  $\alpha$  cualquiera. Realizando Taylor de primer orden en torno a  $\theta = 0$ , por ser el ángulo de rotación del orden de los minutos se llega a que:

$$I = A_0^2 (\cos^2(\alpha) + \theta \sin(2\alpha)) \quad (9)$$

Por otro lado, como el campo magnético oscila, entonces  $\theta = \theta_0 \text{sen}(\omega t)$ , y la intensidad puede dividirse en la señal continua y la alterna:

$$I = I_0 + \Delta I \text{sen}(\omega t)$$

$$(10) \quad \theta_0 = \frac{1}{2} \frac{\Delta I}{I_0} \cot g(\alpha) \quad (11)$$

Utilizando 9 y 10 se llega a que el ángulo de rotación cumple la siguiente relación: