

# RADIACION GAMMA Y ANALISIS ESTADISTICO DEL DECAIMIENTO RADIOACTIVO

Federico Frith\*  
federicofrith@hotmail.com

Alejandra Barrios\*  
alejandra.b.barrios@gmail.com

\*Laboratorio 5-Departamento de Física-FCE y N, Universidad de Buenos Aires

*La emisión de rayos gamma de fuentes radiactivas permite conocer y estudiar muchos fenómenos relacionados con la interacción entre radiación y materia. Utilizando fuentes de  $^{207}\text{Bi}$ ,  $^{137}\text{Cs}$ ,  $^{133}\text{Ba}$ ,  $^{22}\text{Na}$ , y un fotocentellador Harshaw de ioduro de sodio dopado con thalio, se obtuvieron los espectros energéticos gamma para los respectivos elementos. Esto permitió el cálculo de las energías para los modelos relativista y clásico, además de otros parámetros relacionados con el momento del electrón, producto de la interacción. Se observó también el decaimiento de la intensidad del espectro del bismuto con la distancia de la muestra a la fuente. En la segunda parte del trabajo, aislando el pico energético mas bajo del Bismuto  $^{207}$  localizado en 72,20 KeV, se realizó un análisis estadístico del decaimiento radioactivo para este elemento concluyendo que la distribución obedece un comportamiento Poissoniano.*

## INTRODUCCION

### EFFECTO COMPTON ANALISIS RELATIVISTA Y NO RELATIVISTA

En la escala atómica las constantes de movimiento, principalmente la energía y el momento de una partícula se pueden tratar mediante descripciones relativistas o no relativistas. Para poder estudiar la comparación entre ambas descripciones es necesario comprender cómo es la interacción de la radiación con la materia. Hacia 1924 Compton brindó una descripción de la interacción de rayos gamma con los electrones de un material, el efecto observado lleva el nombre de efecto Compton e involucra la energía y el momento del electrón del material y el cuanto energético incidente.

Básicamente el efecto de interacción Compton se observa cuando un cuanto energético o fotón colisiona con un electrón en reposo de la materia, el resultado de esta interacción es la propagación de un fotón con un cierto ángulo  $\theta$  y el electrón con energía cinética  $T$  y momento  $P$  dispersado con otro ángulo  $\Phi$ , como puede observarse en la Fig.(1). Toda esta mecánica de interacción se rige por la conservación de la energía y el impulso.

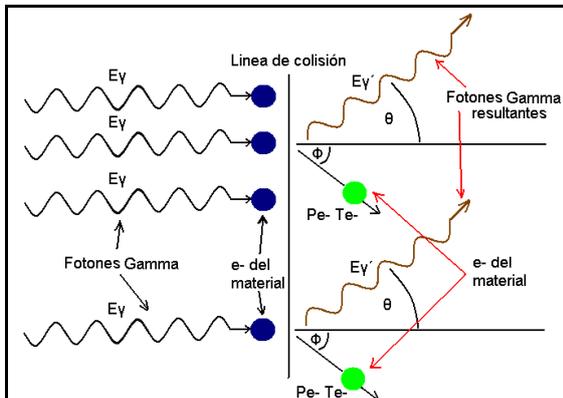


Figura.1: Esquema de la interacción Compton [1].

Donde  $p_e$  y  $T_e$  son el momento y la energía del electrón luego de la interacción,  $E_\gamma$  es la energía del fotón incidente mientras que  $E_\gamma'(\theta)$  es la energía del fotón dispersado en un ángulo  $\theta$ . Un caso importante es cuando el fotón resultante de la interacción es dispersado  $\theta=180^\circ$ , es el caso de una colisión unidimensional. Si planteamos la conservación del impulso para este caso vemos que:

$$P_\gamma = P_e - P_\gamma' \quad (1)$$

donde  $P_\gamma$ ,  $P_\gamma'$  y  $P_e$  son los momentos lineales del fotón incidente, dispersado y el momento del electrón respectivamente. El signo menos del momento lineal del fotón dispersado tiene que ver con su sentido de propagación, contrario al del fotón incidente. Al plantear la conservación de la energía de esta interacción, obtenemos:

$$P_\gamma C = P_\gamma' C - T_e \quad (2)$$

donde  $P_\gamma C$ ,  $P_\gamma' C$  y  $T_e$  son las energías de los fotones incidente, dispersado y la energía cinética del electrón luego de la interacción, respectivamente. Reemplazando la Ec.(1) en la Ec.(2), tenemos la siguiente expresión.

$$P_e C = 2E_\gamma C - T_e \quad (3)$$

Estas ecuaciones corresponden a las conservaciones de la energía y el momento. Por otra parte, de la física no relativista, la energía cinética del electrón esta dado por:

$$T_e = \frac{P_e^2}{2m_{nr}} \quad (4)$$

donde  $m_{nr}$  es la masa no relativista del electrón. De las últimas ecuaciones conseguimos una expresión de la energía del electrón no relativista dada por:

$$m_{nr}C^2 = \frac{(2E_\gamma - T_e)^2}{2T_e} \quad (5)$$

En el caso de la física relativista tenemos que la energía cinética del electrón se expresa como:

$$T_e = \sqrt{P_e^2 C^2 + m_r^2 C^4} - m_r C^2 \quad (6)$$

donde  $m_r$  es la masa relativista del electrón. Y para este caso, tenemos que la energía del electrón es:

$$m_r C^2 = \frac{2E_\gamma(E_\gamma - T_e)}{T_e} \quad (7)$$

Luego es posible calcular, con las Ecs. (5) y (7), la energía del electrón no relativista y relativista en función de la energía del fotón y la energía cinética del electrón luego de la interacción.

Un análisis importante, dentro del marco relativista, se da también pudiendo expresar tres parámetros en función de la energía del fotón incidente y el impulso lineal del electrón, como son  $\beta$ ,  $\gamma$  y  $E_e$ .

$$\beta = \frac{v_e}{C} = \frac{p_e C}{E_e} = \frac{T_e(2E_\gamma - T_e)}{T_e^2 - 2E_\gamma T_e + 2E_\gamma^2} \quad (8)$$

Siendo  $E_e$  la energía del electrón y  $v$  la velocidad del mismo. Por último, la expresión de la energía del electrón en el marco relativista esta dada por:

$$E_e = \left( P_e^2 \cdot c^2 + m_e^2 \cdot c^4 \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{T_e^2 - 2E_\gamma T_e + 2E_\gamma^2}{T_e} \quad (9)$$

## ANÁLISIS ESTADÍSTICO DEL DECAIMIENTO RADIATIVO

En la naturaleza de los materiales radiactivos, la emisión de fotones se realiza en forma aleatoria, emitiendo radiación en distintas direcciones y tiempos. Su análisis está determinado por la estadística de tal emisión, es decir determinaciones sucesivas del número de cuentas, emitidas por una fuente radiactiva en un dado intervalo de tiempo. El número de cuentas ( $n$ ) corresponde al número de fotones con un rango de energías discriminado, que se toma para el análisis estadístico y a tiempos cortos el proceso es estocástico, es decir completamente aleatorio.

Es de esperar que para un proceso estadístico que se rige por la función de probabilidad de Poisson, la probabilidad de encontrar un determinado número de cuentas sea muy alta dentro de un pequeño rango cercano a cero ( $\langle n \rangle, \sigma, \lambda \ll 1$ ) y que a medida que crece el tiempo de determinaciones sucesivas este rango se haga más amplio, con un valor medio mayor y simétrico con respecto a este ( $\langle n \rangle, \sigma, \lambda \gg 1$ ). Es decir

que la forma funcional de la probabilidad evolucione a una forma de probabilidad Gaussiana, Fig.(2).

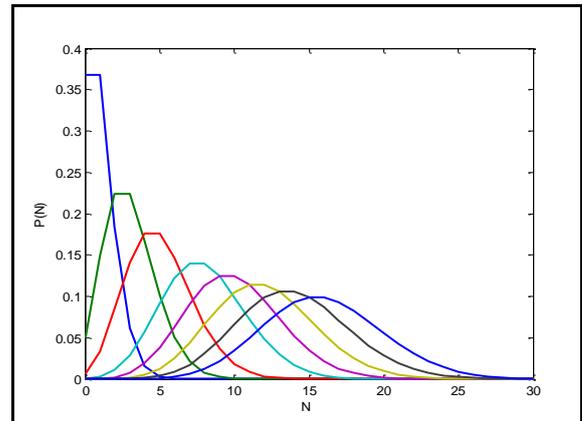


Figura.2: Función de probabilidad de Poisson para varios valores de  $\lambda$ , se observa como a medida que aumenta  $\langle n \rangle$  y  $\lambda$  la distribución presenta una forma Gaussiana ( $\lambda=1, 3, 5, 8, 10, 12, 14, 16$ )

Los valores obtenidos estarán distribuidos alrededor de un cierto valor medio  $\langle n \rangle$  y ajustándose a la distribución de probabilidad de Poisson:

$$P(n) = \frac{1}{n!} \cdot \lambda^n \cdot e^{-\lambda} \quad (10)$$

Donde para cada  $n$ , cantidad de fotones medidos, se obtiene una probabilidad de que ocurra cierto evento  $P(n)$ . El parámetro  $\lambda$  es característico de esta distribución, además dependerá del tiempo en que se mida y de la actividad del material.

Esta distribución presenta ciertas características. Al calcular el valor medio de cuentas,  $\langle n \rangle$ , y la varianza  $\sigma^2 = \langle (n - \langle n \rangle)^2 \rangle$  se tiene que:

$$\langle n \rangle = \lambda = \sigma^2 \quad (11)$$

## REGIONES ENERGETICAS DESTACABLES EN LA INTERACCION FOTON - ELECTRON

En la obtención del espectro energético, Fig.(3), de un elemento radioactivo, es decir el número de fotones incidentes en función de su energía, uno puede observar varias regiones de interés que se pueden explicar a partir de las interacciones fotón-electrón.

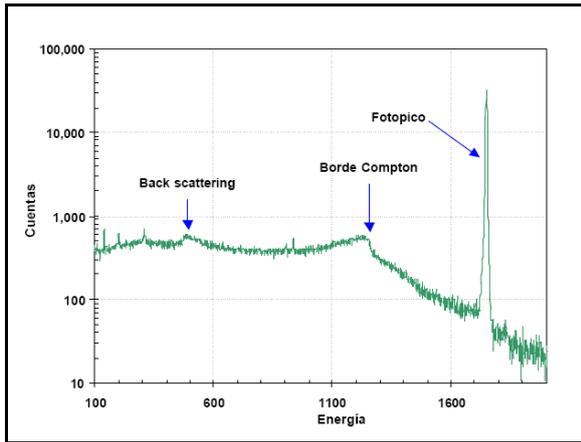


Figura.3: Espectro energético en función del número de fotones gamma incidentes (cuentas), se destacan las tres regiones importantes de la interacción fotón-electrón [1]

La región de Backscattering es la región de interés de más baja energía, conformada por aquellos fotones que son retrodispersados por el medio hacia el fotodetector. No tienen interacción inmediata, luego de ser emanados por el material, con el fotodetector sino que interactúan con el medio y luego terminan dentro del fotodetector.

En la región de meseta y borde Compton el fotón dispersado de la interacción puede escapar del fotodetector y por lo tanto la energía entregada proviene principalmente del electrón, por ello que esto ocurre a energías menores que la del fotopico, el hecho de la existencia de una meseta es la energía de los electrones eyectados por la interacción, varía según el ángulo en que sale el fotón dispersado, el borde Compton corresponde a la dispersión de 180° del fotón resultante dándole una máxima transferencia de energía al electrón, por ende el borde Compton es el borde de la máxima transferencia de energía al electrón por interacción Compton. Por último, la región donde toda la energía del fotón incidente queda en el detector constituye el fotopico.

## DESARROLLO EXPERIMENTAL

### EFFECTO COMPTON - ESPECTROS ENERGETICOS

Los espectros energéticos se obtuvieron empleando varias muestras 133Ba, 137Cs, 22Na y 207Bis como fuentes de emisión gamma. Estas muestras se colocaron en una cavidad de plomo para evitar la emisión radioactiva al medio circundante. En la salida de la cavidad se colocó un detector centellador 'Harshaw' del tipo NaI(Tl) (ioduro de sodio dopado con thalio). Los fotones que inciden sobre el detector interactúan de varias formas dependiendo de su energía. Hay para destacar dos procesos además del efecto Compton, en la incidencia del fotón sobre el detector, uno de ellos es la creación de pares y el otro es efecto fotoeléctrico.

- *Creación de pares:* el fotón incidente entrega su energía generando un par electrón-positrón. Es necesaria una energía incidente mayor a 1000KeV.

- *Efecto fotoeléctrico:* el fotón transmite su energía a un electrón ligado del material, de manera tal que la energía del electrón será la del fotón inicial menos la del trabajo para liberarse. Es apreciable para energías por debajo de 50KeV. Estas interacciones producen una cantidad de fotones ópticos en proporción con la energía recibida.

Los fotones inciden sobre el fotocátodo de un tubo fotomultiplicador (PMT) produciendo la emisión de electrones por efecto fotoeléctrico. Éstos son acelerados y dirigidos a una serie de electrodos dispuestos en serie (dínodos) donde se produce el desprendimiento de electrones ocasionando un efecto cascada. El número de electrones expulsados depende de la diferencia de potencial entre los dínodos obtenida a partir de la conexión del PMT a una fuente de alta tensión 'Lasertopics' la cual se fija en  $(1403 \pm 1)$  V para todas las mediciones. Resumiendo, la amplitud de la señal de salida del PMT es proporcional a la energía del fotón incidente. La señal de salida se conectó a un amplificador 'Canberra 2030' que permite establecer el grado de amplificación de la señal de entrada a través de diferentes ganancias. Además, permite regular la duración de los pulsos recibidos o 'shaping' de la señal de manera que sean detectados por el multicanal. En la experiencia se fijó la máxima ganancia de señal en 3K. Mientras que el shaping de la señal se estableció en 1µs ya que para shapings mayores el espectro pierde resolución de los fotopicos o aparecen picos que no se corresponden con energías de las muestras empleadas. Para shapings menores (0.5 µs) también se pierden picos energéticos.

La salida del amplificador se conectó a un analizador Multicanal que realiza un análisis de la altura del pulso, convirtiendo la señal analógica (tensión) en un número digital equivalente ( $n^{\circ}$  canal). En la experiencia, se estableció el número de canales en 8192 para obtener una mejor resolución de la señal adquirida. Todo el esquema descrito se observa en al Fig.( 4).

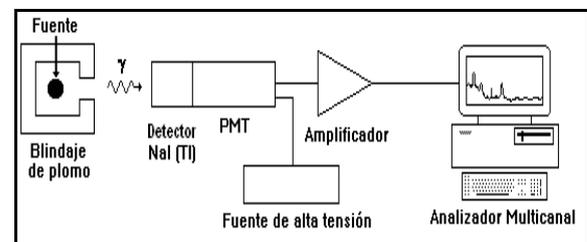


Figura.4: Esquema del dispositivo experimental

Luego, mediante la utilización del software para la adquisición, en modo PHA (Pulse Height Analysis), se obtuvieron los espectros energéticos de las muestras empleadas expresados en  $n^{\circ}$  de cuentas en función de los canales establecidos.

Mediante una calibración fue posible la conversión de la escala de canales a escalas

energéticas, conociendo los valores de las energías gamma de las muestras del  $^{133}\text{Ba}$ ,  $^{137}\text{Cs}$  y  $^{22}\text{Na}$  empleados [2]. Los tiempos de adquisición se establecieron en 200s para asegurarse una buena definición de los fotopicos.

Con ésto, y fijando el tiempo de adquisición en 800 s, fue posible encontrar los valores de  $E_\gamma$ ,  $T_e$  y realizar un análisis de los modelos relativistas y no relativistas detallados en la introducción.

Por último, se estudió la naturaleza estadística del decaimiento radioactivo. Para ello la salida del amplificador se conectó a la entrada del analizador de canal simple SCA2030 de Canberra. El analizador posee dos ajustes: lower level y window. El primero determina el nivel mínimo de voltaje que se detecta, y el otro define la ventana, de manera que el máximo voltaje detectado corresponde a la suma de ambos. De esta manera el analizador discrimina la señal de entrada, emitiendo pulsos a su salida si la señal entrante corresponde al rango de voltaje ajustado. Además el software se configuró en MCS, en este modo el programa cuenta la cantidad de pulsos que le llegan en un cierto intervalo de tiempo que se puede regular (dwell time).

Se utilizó como fuente el  $^{207}\text{Bi}$  y se fijó como mínimo voltaje 0,3V y como ventana 0,8V, rango dentro del cual se localizaba el fotopico de mayor intensidad del bismuto. Se realizaron mediciones para distintos dwell time y se calculó en cada caso  $\langle n \rangle$  y  $\sigma^2$ .

## RESULTADOS Y DISCUSION

### CALIBRACION

Con los datos tomados del  $^{133}\text{Ba}$ ,  $^{137}\text{Cs}$  y  $^{22}\text{Na}$ , se realizó la calibración del equipo para traducir números de canales a energías, Fig.(5). Para determinar los errores tuvo que analizarse cada fotopico por separado, puesto que habían algunos cuya ubicación era mucho menos evidente que otros, debido a la gran dispersión de los puntos adquiridos.

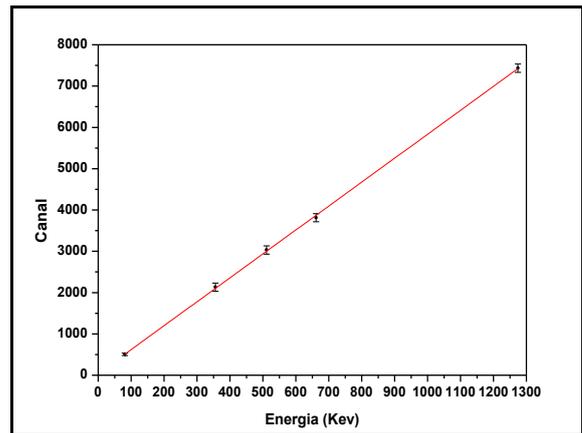


Figura 5: Curva de calibración realizada con las muestras de  $^{133}\text{Ba}$ ,  $^{137}\text{Cs}$  y  $^{22}\text{Na}$ . La pendiente obtenida fue  $(5,79 \pm 0,03)$  canal/energía y la ordenada al origen  $(40 \pm 14)$  canal

Se obtuvo una recta de calibración de pendiente  $(5,79 \pm 0,03)$  canal/energía y ordenada al origen  $(40 \pm 14)$  canal.

## EFEECTO COMPTON - ESPECTROS ENERGETICOS

Los espectros, número de cuentas en función de la energía, para cada una de las 4 muestras empleadas se presentan superpuestas en la Fig.(6).

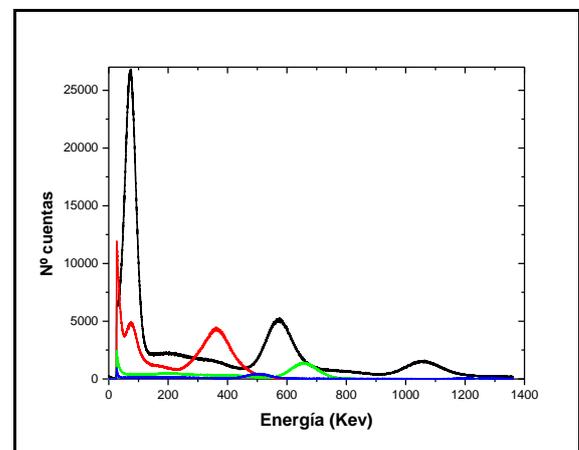


Figura.6: Números de cuenta (fotones incidentes) en función de las energías para las muestra medidas  $^{207}\text{Bi}$  (negro),  $^{133}\text{Ba}$  (rojo),  $^{137}\text{Cs}$  (verde) y  $^{22}\text{Na}$  (azul)

En la Fig. (7) se presenta, para el caso particular del  $^{207}\text{Bi}$ , un gráfico donde se aprecia cómo varía el espectro con la distancia de la muestra al detector. Se tomaron datos durante 200 s. para 0, 3, 6 y 9.cm aproximadamente. Si bien puede verse que sólo la intensidad de los fotopicos disminuye, mientras permanecen constantes sus localizaciones energéticas, la escasa cantidad de mediciones y la mala determinación de la ubicación real de la muestra dentro de su caja contenedora, impidió modelar de manera concluyente dicho decaimiento (Fig.8).

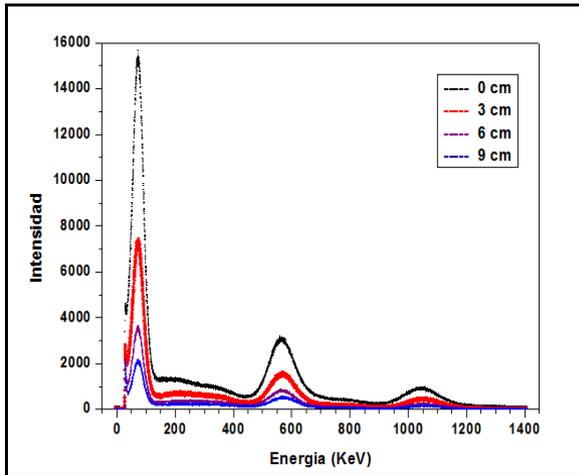


Figura 7: Grafico de la intensidad del espectro adquirido en función de la energía para diferentes distancias de la muestra de  $^{207}\text{Bi}$  al detector.

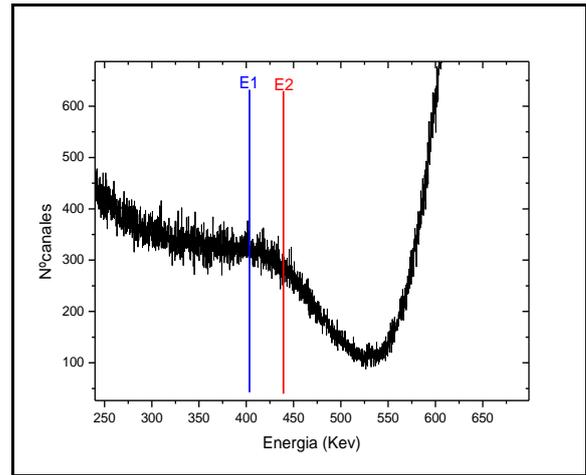


Figura.9: Método gráfico utilizado para determinar los parámetros, en la muestra del  $^{137}\text{Cs}$ , para el cálculo del borde Compton. Las energías E1 y E2 son los límites del rango donde se encuentra el borde Compton

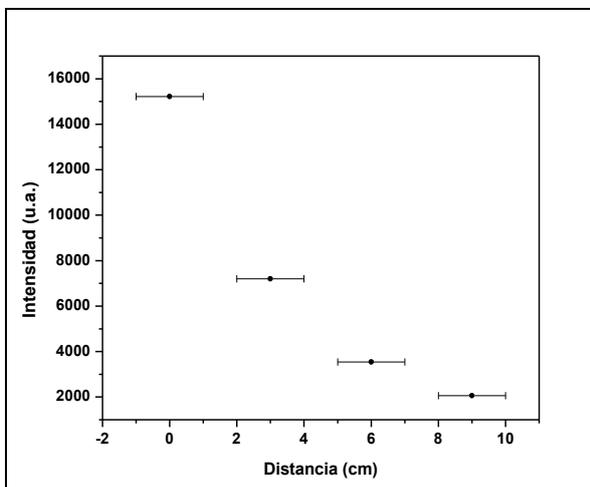


Figura 8: Grafico de la intensidad del espectro adquirido en función de la distancia de la muestra de  $^{207}\text{Bi}$  al detector.

A continuación, se procedió a calcular los parámetros  $E_y$  y  $T_{e-}$ , para poder comparar los modelos clásico y relativista. Para hallar el valor de  $T_{e-}$  se establecieron gráficamente dos energías límites  $E1$  y  $E2$  asumiendo que el valor energético Compton se encuentra dentro del rango. El valor del borde Compton es el promedio de las energías límites  $E1$  y  $E2$ . En la Fig.(9) se muestra el método gráfico explicado para la muestra del  $^{137}\text{Cs}$ .

Una vez hallado el valor de  $T_{e-}$  y sabiendo los valores de  $E_y$ , se procedió a analizar los modelos clásico y relativista a través de las ecuaciones de la introducción. A partir de las Ecs. (5) y (7), se calculó la energía en reposo del electrón para los 2 modelos, en las Figs. (10) y (11) se muestran las energías en función  $T_{e-}$  para los casos clásico y relativista respectivamente.

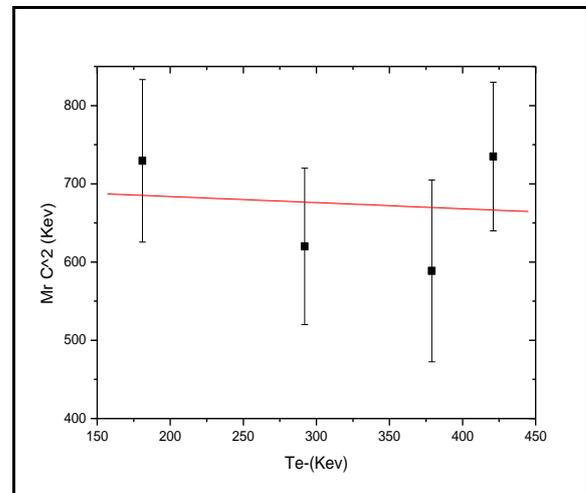


Figura.10: Energía del electrón con masa relativista en función de su energía cinética. Ajuste lineal con ordena al origen de  $(690 \pm 190)$  KeV.

Del ajuste lineal realizado se obtuvo un valor de ordenada de  $a = (690 \pm 190)$  KeV que aunque incluye el valor de referencia  $(m_0 c^2 = 512.7 \pm 0.9)$  KeV dado en la bibliografía[3], no es una buena aproximación. Esto puede deberse principalmente al método empleado para determinar el borde Compton además de la falta de datos para el análisis.

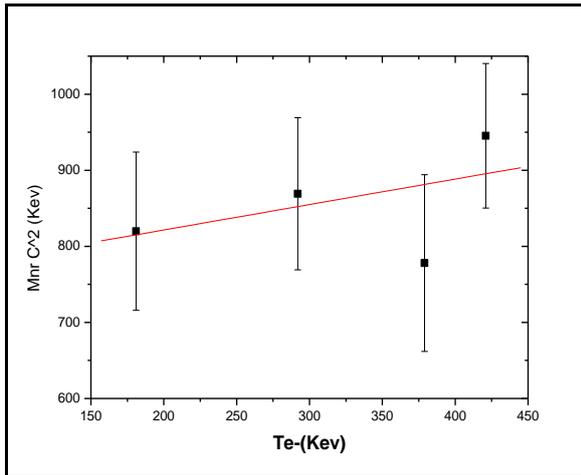


Figura.11: Energía del electrón con masa no relativista en función de su energía cinética

En este caso ocurre algo similar con la ordenada obtenida del ajuste lineal,  $(700 \pm 195)$  KeV, mientras que la pendiente toma un valor  $(0,55 \pm 0,03)$ , es importante destacar que a pesar de que la aproximación de la ordenada no es buena con respecto al valor de bibliografía [3] se logra apreciar un aumento de la masa no relativista a medida que aumenta  $T$ .

Por último para ambos modelos en función de parámetros que involucren el momento del electrón  $P_e$  y el parámetro  $\beta$  dado por la Ec. (8), se emplearon las Ecs. (3) y (8), utilizando los pares  $T_e$ - $E_\gamma$ . A partir de esto se obtuvo la Fig. (12)

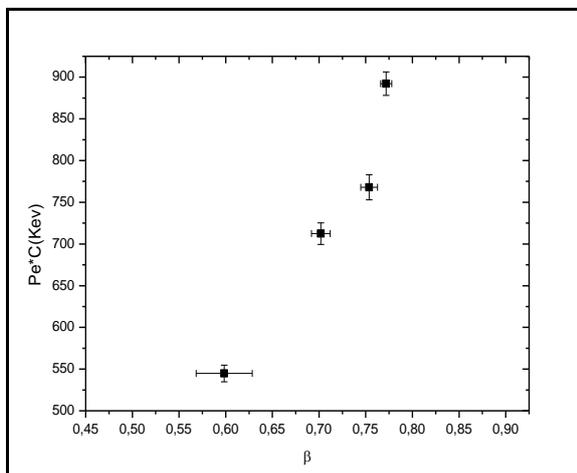


Figura.12: Momento del electrón en función del parámetro  $\beta$

Puede verse el comportamiento asintótico de  $P_e \cdot c$  cuando  $\beta$  tiende a uno. Esto es completamente predicho por el modelo relativista ya que, si  $\beta$  se escribe como  $\beta = \frac{P_e \cdot c}{E_e}$  usando las Ecs.(3) y (8), y  $E_e$  se expresa como

$E_e = \frac{m_0}{\sqrt{(1 - \beta^2)}} c^2$ , luego la energía del electrón tiende a infinito y por lo tanto también lo hace  $P_e$ .

## ESTADISTICA DEL DECAIMIENTO RADIOACTIVO

En la Fig. (13) se puede ver un gráfico de la varianza sobre el valor medio para los datos obtenidos de las mediciones realizadas con distintos dwell time, con su correspondiente ajuste lineal. La pendiente del ajuste tuvo un valor de  $(1,02 \pm 0,02)$  y la ordenada al origen,  $(-0,02 \pm 0,13)$  por lo que efectivamente se cumple la hipótesis de que estas distribuciones son Poissonianas.

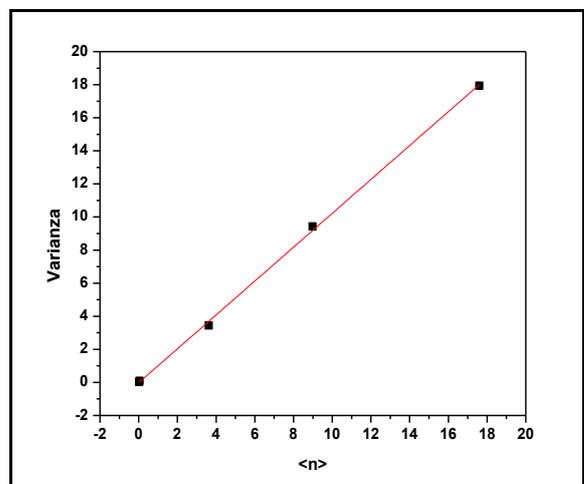


Figura 13: Gráfico de la varianza en función del  $\langle n \rangle$  para las mediciones con dwell time de 4, 10, 40, 100 y 200 ms. Ajuste lineal de pendiente  $(1,02 \pm 0,02)$  y ordenada al origen  $(-0,02 \pm 0,13)$ , acorde a lo esperado para distribuciones tipo Poisson,  $\sigma^2 \sim \langle n \rangle$

En las Figs. (14) y (15) pueden observarse los histogramas obtenidos para las mediciones con dwell time de 100ms. y 200ms. respectivamente.

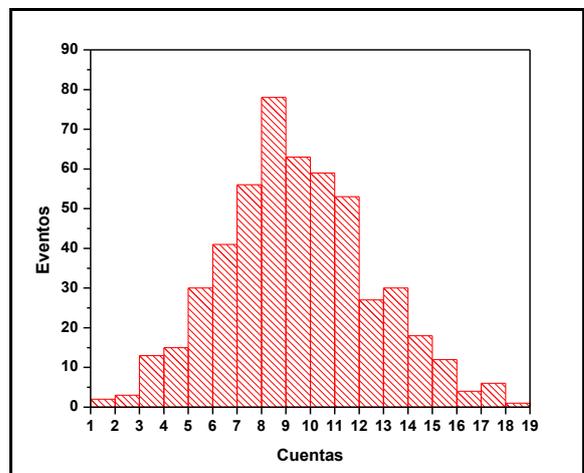


Figura 14: Histograma correspondiente a la medición con dwell time de 100 ms

En este caso, el valor de  $\langle n \rangle$  obtenido fue 8,98, mientras que la varianza fue 9,42.

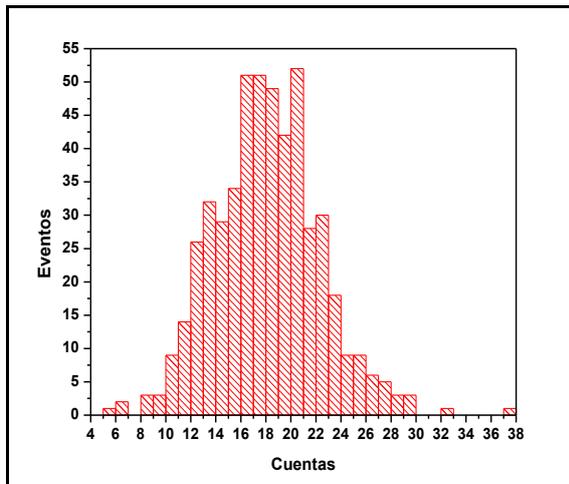


Figura 14 : Histograma correspondiente a la medición realizada con un dwell time de 200 ms.

Para el caso de 200 ms. de dwell time,  $\langle n \rangle$  resulto ser 17,6, mientras que la varianza, 17,9.

Puede apreciarse que al aumentar el dwell time, la campana va corriéndose hacia la derecha y su forma va asemejándose más a la de una Gaussiana.

## CONCLUSIONES

En cuanto a los espectros de las muestras, se logró observar las regiones establecidas en la introducción propias de la interacción de la radiación con la materia. Pudo, además, apreciarse cualitativamente el decaimiento de la intensidad con la distancia de las muestras a la fuente.

El método para la determinación de el borde Compton propuesto en esta experiencia no fue óptimo, ya que influyó en gran medida en el cálculo de los parámetros de comparación entre los modelos relativistas y clásico, como fue la energía en reposo y el momento del electrón. Sin embargo se logra apreciar los aumentos de energía en reposo a medida que aumenta la energía cinética del electrón en el caso clásico, mientras en el caso relativista esta relación se asemeja a un valor constante, aunque lejos del valor esperado, tal como lo predice la teoría. Por otra parte fue posible observar con éxito el comportamiento asintótico del momento del electrón en función del parámetro  $\beta$  dentro del marco relativista. Llegando a conclusión que  $\beta$  puede tomar valor unidad solo cuando los el momento del electrón y su energía son infinitamente grandes.

Finalmente, en lo referente al análisis del decaimiento del  $^{207}\text{Bi}$ , pudo verificarse satisfactoriamente que el mismo responde a la estadística de Poisson.

## REFERENCIAS

[1] Gil S. y Rodriguez E., Física Re-Creativa, 'Dinamica relativista- interaccion foton-electron'

[2] Lederer C.M., Table of Isotopes, 7<sup>th</sup> Ed., John Willey & Sons, New York, 1978

[3] Jolivette P y Rouze N. Compton scattering, the electron mass, and relativity: A laboratory experiment. Am. J. Phys. 62 (3), (1994)