

Estudio de vórtices en fluidos viscosos.

Franco Blanco

francoblnc@gmail.com

Nicolas Unger

nicounger@hotmail.com

Laboratorio 5 - Dept. de Física - FCEyN - UBA

30 de octubre de 2015

Resumen

En este trabajo estudiamos un vórtice generado por un agitador magnético en un fluido viscoso de agua y glicerina. Comparamos los modelos de Rankine y el de Burgers para un vórtice y observamos que el modelo de Burgers ajustaba mejor a nuestro arreglo experimental. Realizamos mediciones con distintas viscosidades y vimos indicios de que la velocidad máxima que se alcanza es inversamente proporcional a la viscosidad del fluido. También realizamos un estudio cualitativo del comportamiento del fluido si se introduce un obstáculo en el vórtice.

1. Introducción

El objetivo de esta practica fue el de estudiar el campo de velocidades de fluidos generado por un vórtice. Para caracterizar este campo y poder realizar un análisis cuantitativo de las velocidades utilizamos imágenes fotográficas y una programa de computadora que nos permitió, a partir de dos fotos sucesivas, medir las velocidades de algunas partes del fluido.

El campo de velocidades que queríamos estudiar tenía un único vórtice, existen dos modelos básicos que modelan este tipo de comportamiento: el modelo de Rankine y el modelo de Burgers, ambos estacionarios. El modelo de Rankine es para un fluido ideal sin viscosidad y que además tiene simetría de translación en z (altura del fluido mucho mayor que el ancho del recipiente que lo contiene). En este modelo, una parte del fluido realiza un movimiento de rotación rígida, además de tener vorticidad constante, uniforme y no nula, mientras que fuera de esa región cilíndrica el fluido carece de vorticidad y la velocidad decae con la distancia. La velocidad depende únicamente del radio medido respecto al eje de rotación rígida y tiene componente solo en la dirección azimutal. La expresión de la velocidad es:

$$v_{\phi}(r) = \begin{cases} \Omega r & \text{si } r \leq a \\ \frac{\Omega a^2}{r} & \text{si } r > a \end{cases}$$

donde a es el radio que separa la región rotacional de la irrotacional (radio característico) y Ω es la velocidad angular de la rotación rígida. Para $r < a$ la vorticidad vale 2Ω y para $r > a$ vale 0.

El modelo de Burgers, tiene componentes no nulas de velocidad para todas las direcciones y estas a su vez dependen de la altura o la coordenada z . Además, este modelo presenta un vorticidad no uniforme en el espacio

que decae con el radio. La velocidad azimutal tiene la siguiente expresión en este modelo:

$$v_{\phi} = \frac{\Omega a^2}{r} (1 - e^{-\frac{r^2}{a^2}}) \quad (1)$$

La vorticidad en este modelo deja de ser uniforme y ahora adquiere la expresión:

$$\omega = -2\Omega e^{-\frac{r^2}{a^2}} \quad (2)$$

2. Armado experimental

La experiencia se baso en tres etapas cruciales: generación del campo de velocidades estacionario, captura de las imágenes y por ultimo el análisis de los datos experimentales. En la figura 1 se puede ver un esquema del armado experimental utilizado.

La generación del campo de velocidades era una parte fundamental de la experiencia. El fluido no podía ser agua corriente ya que está mezclada con sales y otros fluidos que favorecen la transición a un régimen turbulento. Es decir, se dificulta la generación de flujos laminares y estacionarios, que es lo que esperábamos obtener. Por eso se utilizó agua destilada en vez de agua corriente.

Por otro lado, también se le añadió glicerina al agua para incrementar la viscosidad del fluido. Además, debíamos elegir un contenedor para el fluido. Primero optamos por un recipiente de acrílico cilíndrico, que era mas ancho que alto. Este recipiente no era el óptimo para investigar estos efectos, ya que el campo de velocidades no mostraba una transición entre una región con vorticidad y otra que no tuviese. Por eso se optó por utilizar un vaso de precipitados que es mas alto que ancho, favoreciendo esto a la condición de simetría de translación en la dirección z .

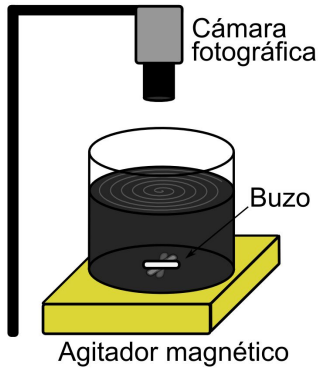


Figura 1: Esquema del armado experimental utilizado para estudiar los vórtices en fluidos viscosos.

Para generar el vórtice utilizamos un agitador magnético *Decalab-FBR*. Este actúa sobre una pastilla magnética (buzo) que la hace girar y esto genera un vórtice en el fluido. Intentamos que la velocidad del fluido sea relativamente baja para no generar inestabilidades.

Una vez generado el campo de velocidades, el siguiente paso era adquirir las imágenes que nos permiten determinar el campo de velocidades. Para eso utilizamos pigmento perlado blanco de la marca *Van Rossum* para seguir el movimiento del fluido. Además, como solo queríamos investigar el campo de velocidades en la superficie del fluido debíamos aumentar el contraste entre las partículas y el fluido además de esconder las capas por debajo de la superficie. Para esto añadimos anilina negra (*Van Rossum*) que torna el agua de color negro haciendo que las partículas que están en la superficie contrasten con el agua y se vean mucho más que las partículas que están por debajo.

Las imágenes del fluido fueron tomadas por una cámara que estaba colocada sobre el vaso de precipitados. El mayor desafío a la hora de tomar las fotos fue el de iluminar apropiadamente la superficie del fluido, de manera de obtener una iluminación homogénea y que no aparezcan reflejos. Para iluminar el fluido usamos un reflector y dos lámparas de escritorio, que colocamos a un lado y otro del vaso para iluminar lo mejor posible el fluido pero lejos como para que no aparezca los reflejos de estas luces. Las imágenes las capturamos con el programa de la cámara que permitía ajustar parámetros como el tiempo de exposición o los fotogramas por segundo. El tiempo de exposición de la cámara debía ser bajo para que las partículas no tengan *motion blur* pero no tanto como para que todavía haya buena luz en la imagen. Tomábamos de a dos imágenes por vez ya que con eso alcanza para ver la diferencia entre ambas imágenes y analizar el campo de velocidades.

Una vez obtenidas las imágenes las exportamos al

programa *PIVlab* de Matlab [1]. Este programa calcula el campo de velocidades de un fluido a partir de dos imágenes utilizando una técnica de correlación cruzada. Para obtener las velocidades en metros por segundo fue necesario calibrar las distancias en la imagen como así también indicar el tiempo entre una captura y la siguiente. Para hacer lo primero se coloca un objeto de dimensiones conocidas y se indica al programa el tamaño de este objeto, esto crea la correlación entre píxeles y metros. Para calibrar el tiempo entre fotos se usa la inversa de los cuadros por segundo con los que fueron tomadas las imágenes, en nuestro caso fue de 50fps .

3. Análisis y resultados

Comenzamos con una solución de alta viscosidad de 60 % glicerina y 40 % agua, esto equivale a una viscosidad cinemática de $\nu = 13,7 \frac{\text{mm}^2}{\text{s}}$ [2]. Luego fuimos agregando agua al fluido para reducir la concentración de glicerina de a 10 %, obteniendo concentraciones de 50 %, 40 % y por último 30 %. A continuación presentamos los resultados para los fluidos de 50 % y 30 % de glicerina.

Como describimos en la sección anterior, con el agitador magnético generamos un vórtice en el fluido y con la cámara tomamos dos fotos consecutivas de la superficie del fluido. Con *PIVlab* analizamos las imágenes y obtuvimos el campo de velocidades de la figura 2.

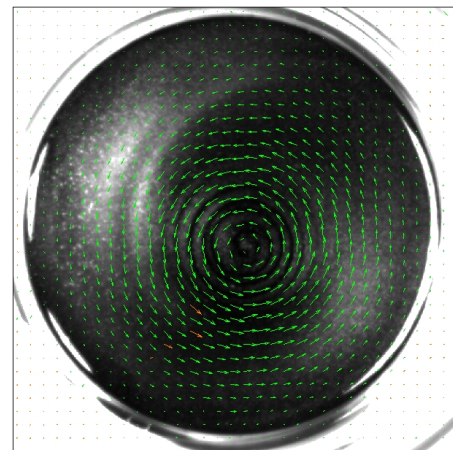


Figura 2: Campo de velocidades para un vórtice en un fluido de 50 % glicerina y 50 % agua.

De este campo de velocidades se puede obtener la velocidad tangencial en función de la distancia al centro del vórtice, es decir, el radio. En la figura 3 se puede observar esta velocidad tangencial en función del radio.

Primero ajustamos las velocidades con el modelo de Rankine (línea roja) separando en regiones según los

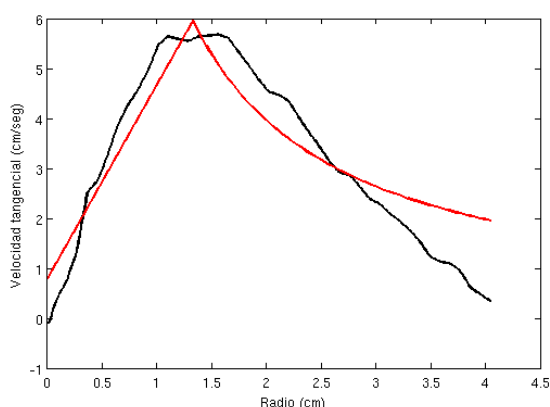


Figura 3: Velocidad tangencial del fluido en función del radio, para un fluido de 50% glicerina y 50% agua. La línea roja es un ajuste de acuerdo al modelo de Rankine.

dos comportamientos. Este ajuste devolvió un coeficiente de determinación de $R^2 = 0,88$ para la parte lineal y $R^2 = 0,75$ para la parte homográfica. El ajuste en la parte homográfica da peor que en la parte lineal. Sospechamos que esto se debe a que tanto el modelo de Rankine como el modelo de Burgers suponen un vórtice infinito. Dado que nosotros usamos un recipiente de diámetro finito, introduce una condición de contorno que el modelo no contempla. Esto es que la velocidad en el borde es 0, por eso nuestros datos decaen de forma más rápida de lo que el modelo predice.

Después ajustamos los mismos datos con el modelo de Burgers (ecuación 1) en la figura 4.

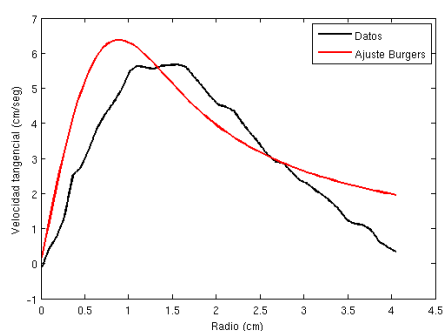


Figura 4: Velocidad tangencial del fluido en función del radio, para un fluido de 50% glicerina y 50% agua. La línea roja es un ajuste de acuerdo al modelo de Burgers.

En este caso el ajuste de Burgers dio un coeficiente de determinación de $R^2 = 0,99$. El modelo de Burgers ajusta mejor que el modelo de Rankine.

Luego agregamos agua al fluido para tener una concentración de 30% glicerina y 70% agua ($\nu = 2,7 \frac{mm^2}{s}$) y volvimos a realizar ambos ajustes. Primero ajustamos las velocidades con el modelo de Rankine y luego con el modelo de Burgers igual que en el caso anterior. Los resultados de ambos ajustes pueden verse en la figura 5

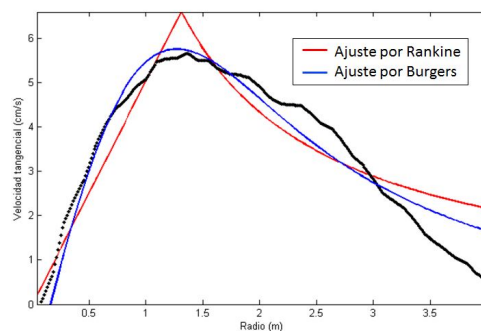


Figura 5: Velocidad tangencial del fluido en función del radio, para un fluido de 30% glicerina y 70% agua. Los puntos negros son los datos experimentales, en rojo está dibujado el ajuste con el modelo de Rankine y en azul ajuste con el modelo de Burgers.

Para el ajuste con el modelo de Rankine obtuvimos un coeficiente de determinación de $R^2 = 0,72$ en la parte lineal, mientras que en la parte en que comienza a decaer la velocidad dio $R^2 = 0,88$. Por otro lado, para el modelo de Burgers el ajuste nos entregó $R^2 = 0,92$. Devuelta, tanto para el fluido con 50% de glicerina como para el de 30% glicerina, se obtuvieron mejores resultados con el modelo de Burgers que con el modelo de Rankine.

Por último, en la figura 6 se pueden ver las velocidades tangenciales en función del radio para los 4 casos distintos de viscosidades.

Como se puede ver, las velocidades máximas para cada viscosidad son distintas pero el radio donde se alcanzan estas velocidades es aproximadamente igual. La elección de velocidad con el agitador era muy impreciso, pero intentábamos de que no varié mucho entre mediciones. Teniendo esto en cuenta, se puede ver que en general para menor viscosidad la velocidad máxima alcanzada es mayor. Esto se puede interpretar como que con más viscosidad el buzo del agitador tiene que hacer más fuerza para poner en movimiento el fluido, entonces a mismas potencias la velocidad resultante es menor para viscosidades mayores.

En otros trabajos [3] se mostró que para una viscosidad fija el radio característico del vórtice aumenta si se incrementa la potencia del agitador. Nosotros observamos que este radio no cambia de forma significativa para distintas viscosidades e igual potencia. En ambos

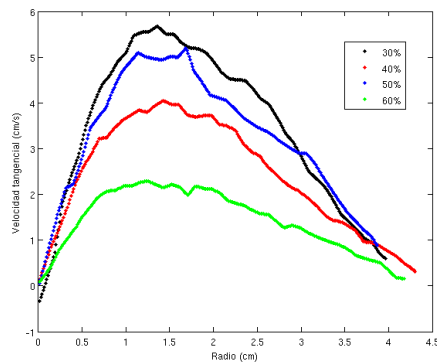


Figura 6: Velocidad tangencial del fluido en función del radio, para las distintas viscosidades del fluido estudiado.

casos se variaron parámetros como la viscosidad y la potencia del agitador, pero se mantenía igual la geometría del experimento. Proponemos para trabajos futuros estudiar si a potencia y viscosidad fija, el tamaño y forma del buzo afecta el radio característico del vórtice.

4. Obstrucciones en el vórtice

Por último nos interesa estudiar de forma cualitativa como se comporta el fluido si se pone una obstrucción. Colocamos una regla en la dirección radial para frenar el fluido y obligarlo a tomar otro camino. Lo que observamos es que además del vórtice principal generado por el agitador, se generaba otro vórtice enfrentado al principal en sentido opuesto. El campo de velocidades de este experimento se puede ver en la figura 7.

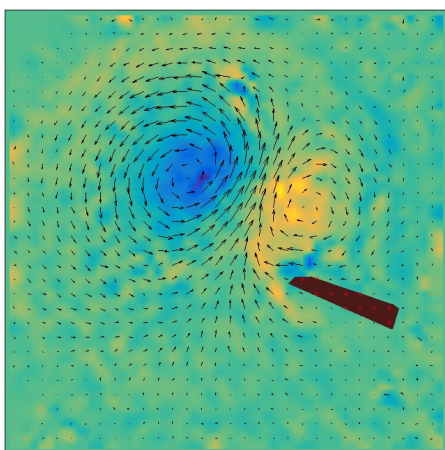


Figura 7: Campo de velocidades para un vórtice y una regla puesta como obstáculo. Azul representa zonas con vorticidad positiva y naranja zonas con vorticidad negativa.

5. Conclusiones

En esta experiencia pudimos estudiar campos de velocidades generados por un vórtice. La estrategia para estudiar los campos fue de ajustar los datos de las velocidades con dos modelos distintos: el modelo de Rankine y el modelo de Burgers. En general, el modelo de Burgers se ajustó mejor a los datos experimentales valiéndonos del valor del R^2 para llegar a esta conclusión. Sin embargo hay una diferencia entre las mediciones y los modelos que se vuelve más pronunciada cerca de las paredes del recipiente. Esto puede deberse a que ambos modelos no tienen en cuenta las paredes del recipiente y por lo tanto no suponen que la velocidad se anula allí.

Analizamos el comportamiento del vórtice para distintas viscosidades del fluido. Vimos que dejando fija la potencia del agitador y variando la viscosidad del fluido la velocidad máxima alcanzada disminuye para viscosidades mayores. Además observamos que el radio característico del vórtice no cambia para distintos valores de la viscosidad.

6. Referencias

- [1] Thielicke, W. and Stamhuis, E. J. (2014): *PIVlab - Time-Resolved Digital Particle Image Velocimetry Tool for MATLAB* (versión: 1.4)
- [2] http://www.met.reading.ac.uk/~sws04cdw/viscosity_calc.html
- [3] F. Blanco, J. M. Perez Ipiña, S. Zacarías, *Análisis del campo de velocidades alrededor de un vórtice en fluidos viscosos*, 2015, Laboratorio 5, FCEN, UBA