FISICA 1 (Q) – PRIMERA PARTE –2do CUATRIMESTRE 2009

1- CINEMÁTICA

1 - Un cuerpo se mueve a lo largo de una línea recta de acuerdo a la ecuación

$$x = -kt^3 + bt^2 \text{, con } k, b \text{ constantes } \geq 0 .$$

a) Calcule la velocidad y la aceleración del cuerpo en función del tiempo, y grafíquelas.
b) Halle el instante de tiempo, y la correspondiente posición, en el cual el cuerpo tendrá velocidad nula.
c) Describa cualitativamente el movimiento indicando en qué intervalos de tiempo el movimiento es acelerado y en cuáles desacelerado.

2 - Una partícula se desplaza en línea recta de acuerdo a la ecuación

$$x = \sqrt{x_0^{\ 2} + 2kt} \text{ , con } x_0 ,\ k \text{ constantes} > 0.$$

a) Calcule la velocidad y la aceleración de la partícula en función del tiempo.
b) Exprese las magnitudes del punto a) en función de la posición, y grafíquelas partiendo de la posición a $t = 0$.

3 - Un cuerpo se mueve en línea recta partiendo a $t = 0$ de la posición $x(t = 0) = 0$ con velocidad $v\ (t = 0) = v_0$.
Encuentre $x(t)$ y $x(v)$ en los casos en que la aceleración del cuerpo está dada por la ecuación (k constante):

a) $a = kt^2$, $k > 0$.
b) $a = -kv^2$, $k > 0$.
c) $a = kvx$, $k > 0$.

4 - A $t=0$ se deja caer un cuerpo sin velocidad inicial desde una altura H del piso. Además del peso actúa una fuerza en la dirección horizontal que provoca una aceleración en esa dirección que puede expresarse como $a_x = -kt^2$ con $k > 0$.
a) Escriba las ecuaciones de movimiento y halle la ecuación de la trayectoria.
b) Diga en qué punto del eje x el cuerpo tocará el suelo. Compare con los resultados que se obtienen para $a_x = 0$

5 - Un helicóptero se encuentra suspendido en la posición $x = L$, $y = H$. En $t = 0$ el

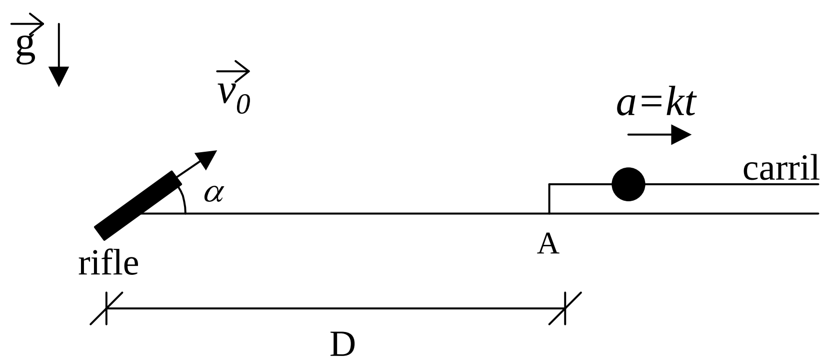
helicóptero comienza a descender con aceleración $a_y = -kt$ (k constante > 0). En el origen de coordenadas hay un cañón que forma un ángulo α con la horizontal y dispara proyectiles con velocidad de salida v_0.

a) Encuentre la trayectoria del proyectil (y en función de x). Grafique y vs x para el proyectil y para el helicóptero.

b) Diga para qué valores de v_o la trayectoria del proyectil y la del helicóptero se intersectan.

c) Si v_0 es alguno de los valores hallados en b) diga en qué instante debe efectuarse el disparo para que el proyectil haga impacto sobre el helicóptero.

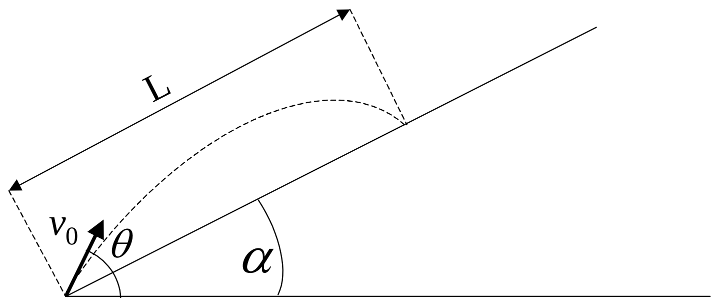
6 - Un juego de un parque de diversiones consiste en una pelotita que se mueve por un carril rectilíneo con aceleración $a = kt$ hacia la derecha, con k constante > 0. A $t = 0$, la pelotita se halla en reposo en el extremo izquierdo del carril (punto A). El jugador dispone de un rifle, ubicado a una distancia D del punto A, que dispara bolas con velocidad v_0 variable, pero con un ángulo α fijo.



a) ¿Con qué velocidad v_0 debe disparar el jugador para que le sea posible acertar en la pelotita? Es decir, ¿para qué valor de v_0 las trayectorias de la bala y la pelotita se intersectan?.

b) Si v_0 es alguna de las velocidades halladas en a), ¿en qué instante debe disparar el jugador para pegarle a la pelotita?.

7 - Un jugador de fútbol patea la pelota fuera de la cancha hacia las tribunas con velocidad inicial v_0 y ángulo de elevación θ. La tribuna forma un ángulo α con la horizontal (ver fig.). Se aconseja utilizar un sistema de referencia con los ejes (x,y) en las direcciones horizontal y vertical, respectivamente.



a) Muestre que la expresión del alcance L en función del ángulo θ está dada por:

$$L = \frac{2v_0^2}{g\cos^2\alpha}\operatorname{sen}(\theta-\alpha)\cos\theta \,.$$

b) Grafique el alcance L en función de θ y demuestre que para cada valor de L hay dos valores posibles de θ (tiro rasante y tiro de elevación).

c) ¿Cuál es el ángulo θ para el cual el alcance es máximo?

8 - Un cuerpo inicialmente en reposo (θ (t = 0) = 0, ω (t = 0) = 0) es acelerado en una trayectoria circular de 1,3 m de radio, de acuerdo a la ley $\gamma = 120 s^{-4} t^2 - 48 s^{-3} t + 16 s^{-2}$ donde γ es la aceleración angular medida en seg^{-2}.

Halle:

a) θ = θ (t)

b) ω = ω (t)

c) el vector aceleración (utilice la descomposición polar).

d) ¿cuánto vale $\bar{v}$ en t = 2 seg ?

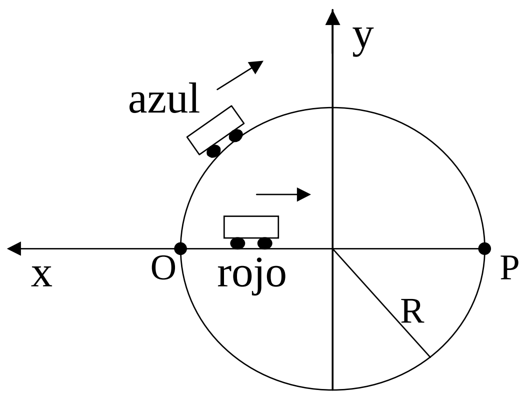
9 - Un mecanismo de relojería utilizado para controlar cierta maquinaria consiste de dos agujas A y B que se mueven ambas en sentido horario. La aguja A se mueve con velocidad angular constante ω_0 partiendo de φ_A (t = 0) = 0, mientras que la aguja B se mueve con una aceleración angular constante γ partiendo con velocidad angular ω_B (t = 0) = $2\omega_0$ de la posición φ_B (t = 0) = 0.

a) Calcule en qué instantes ambas agujas coinciden.

b) Idem en el caso en que la aguja A se mueva en sentido antihorario.

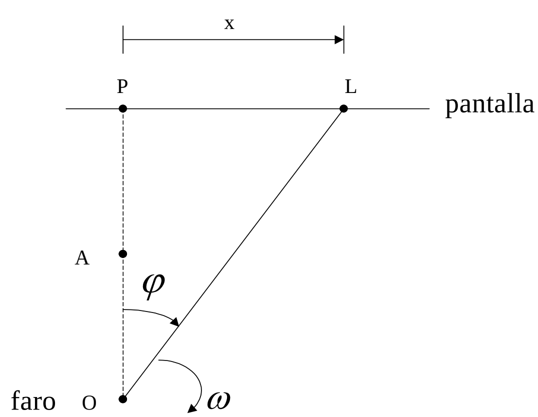
10 - Un auto azul parte del reposo desde el punto O en el instante t = 0, y describe una trayectoria circular de radio R = 90 m con una aceleración angular $\Gamma_a = kt$ ($k = \frac{\pi}{6} s^{-3}$). Pasado un tiempo de 3 s desde la partida del auto azul, parte del reposo desde O un auto rojo que se mueve en línea recta hacia el punto P con una aceleración constante:

$$a_r = -a_0\hat{x}$$



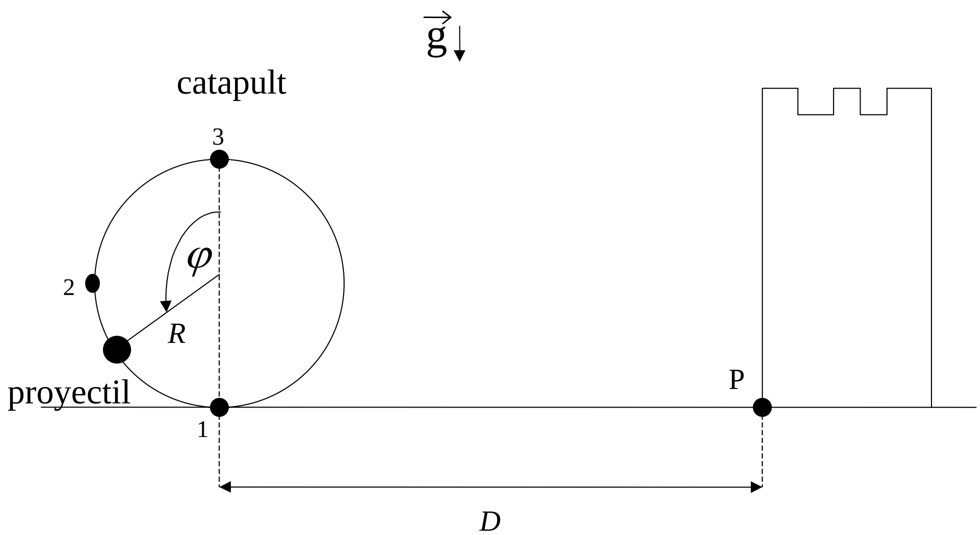
a) Calcule la aceleración y la velocidad del auto azul como función del tiempo.
b) ¿Cuánto tiempo tarda el auto azul en llegar al punto P ?.
c) ¿Cuál debe ser el valor de a_0 para que el auto rojo pueda alcanzar al auto azul en el punto P ?.

11 - Un faro que gira con velocidad angular constante w, proyecta su luz sobre una pantalla ubicada a una distancia $d = \overline{OP}$ (ver fig.).



a) Halle la velocidad lineal del punto luminoso sobre la pantalla en función de datos y de x.
b) Calcule en función de datos y de x la velocidad angular del punto luminoso para un observador situado a una distancia $D = \overline{AP}$ de la pantalla. (Sugerencia: haga este cálculo usando trigonometría).
c) ¿Cómo debería ser la velocidad angular del faro para que el punto luminoso se mueva con velocidad constante?

12 - Una catapulta está ubicada a una distancia D de un castillo (ver fig.). La catapulta se utiliza para lanzar proyectiles y consiste en un dispositivo mediante el cual cada proyectil parte desde la posición (1) con velocidad nula, luego se mueve sobre la trayectoria circular de radio R con una aceleración angular $\ddot{\varphi}$ dada por $\ddot{\varphi} = -\frac{(n+1)K}{\pi^{n+1}}\varphi^n$ (donde K y n son constantes, $n = 4$) y finalmente es liberado en la posición (3).



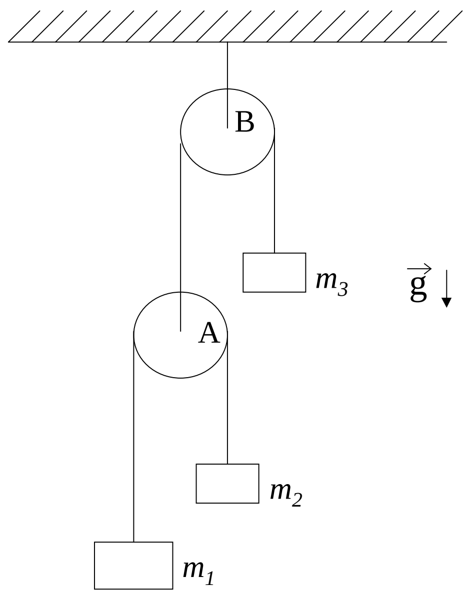
a) Exprese la velocidad tangencial v del proyectil (cuando está en la catapulta) en función de K, R y φ. Calcule v para la posición (2).
b) Calcule (en función de K, R y g) la distancia D a la que hay que ubicar la catapulta para que los proyectiles lanzados por ella peguen en el punto P del castillo.

13 - Un nadador puede nadar a 0,7 m/seg. respecto del agua. Quiere cruzar un río de 50 m de ancho, cuya corriente de agua tiene una velocidad de 0,5 m/seg.
a) Si quiere llegar al punto opuesto en la otra orilla, ¿en qué dirección debe nadar? ¿cuánto tarda en cruzar?.
b) Si quiere cruzar en el menor tiempo posible, ¿en qué dirección debe nadar?, ¿a qué punto llegará?.

14 - Sobre una rampa inclinada a 30º respecto de la horizontal, un móvil asciende con una aceleración de 1 m/seg^2. Si la rampa se acelera a partir del reposo hacia la derecha a 0,5 m/ seg^2:
a) ¿Cuál es la aceleración del móvil respecto de la tierra?.
b) ¿Qué velocidad adquiere el móvil al cabo de 1 seg respecto de la rampa y de la tierra?.

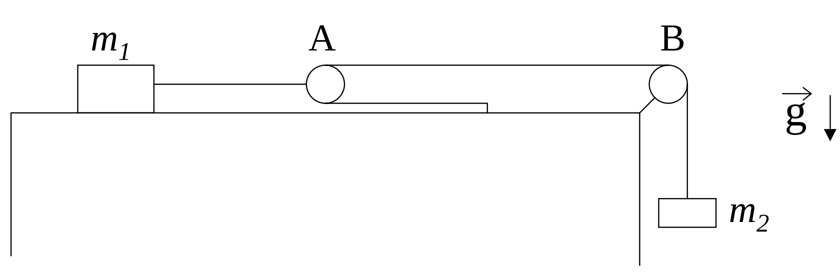
2- DINÁMICA

1 - El sistema de la figura está inicialmente en reposo, las poleas y los hilos tienen masas despreciables y los hilos son inextensibles.



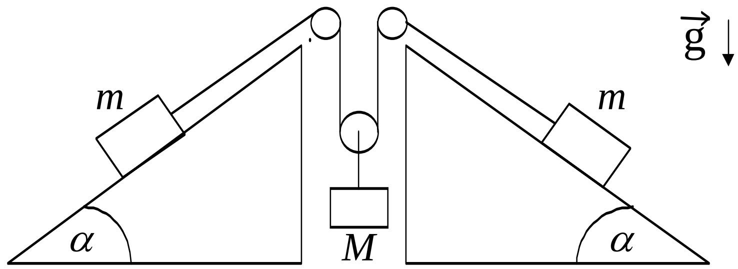
a) Escriba las ecuaciones de Newton para las masas y la condición de vínculo que relaciona sus posiciones.
b) Halle la aceleración de cada cuerpo y las tensiones en los hilos en función de las masas y de g.

2 - Un cuerpo de masa m_1 está ubicado sobre una mesa horizontal sin fricción, unido a otro cuerpo de masa m_2 por medio de un sistema de poleas, como se muestra en la figura. Considere que las sogas son inextensibles, y que sogas y poleas tienen masas despreciables. El sistema está inicialmente en reposo y la polea A es móvil.



a) Escriba las ecuaciones de Newton para ambas masas y la condición de vínculo que relaciona sus posiciones.
b) Encuentre la aceleración de cada masa y las tensiones en los hilos en función de m_1, m_2 y g.

3 - El sistema de la figura utiliza dos contrapesos de masa m para levantar un cuerpo de masa M, que se halla inicialmente en reposo sobre el piso. Considere que las sogas son inextensibles, y que sogas y poleas tienen masas despreciables.

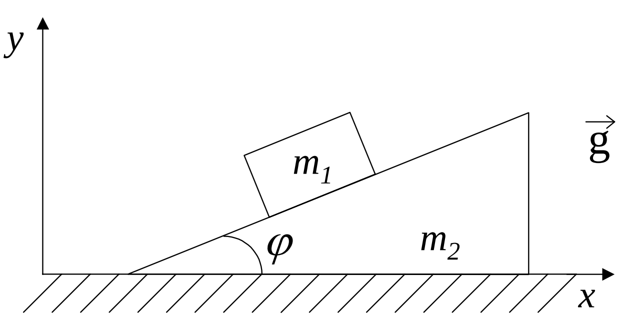


a) Escriba las ecuaciones de Newton y de vínculo para los cuerpos que forman el sistema.

b) Calcule la aceleración de cada cuerpo en función de m, M, α y g.

c) Si el sistema comienza a accionar cuando se quitan los soportes que sostienen los contrapesos, indicar cuál es el mínimo valor de m para levantar el cuerpo a una altura H en un tiempo T.

4 - Un bloque de masa m_1 está ubicado sobre un plano inclinado de masa m_2 e inclinación φ, el cual descansa sobre una superficie horizontal, como muestra la figura. Ambas superficies carecen de fricción, y tanto el bloque como el plano pueden moverse.



i) Si el plano inclinado está fijo, halle las componentes x e y de la aceleración del bloque.

ii) Si el plano inclinado es libre de moverse:

a) Muestre que la componente x de la aceleración del bloque es:

$$a_{1x} = -m_2 g \tan\varphi \,/ (m_2 \sec^2\varphi + m_1 \tan^2\varphi).$$

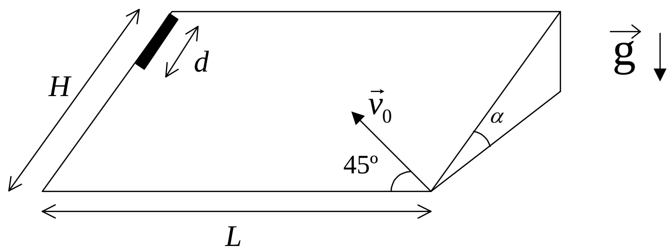
b) Muestre que la componente x de la aceleración del plano inclinado (y su única componente) es:

$$a_{2x} = m_1 g \tan\varphi /(m_2 \sec^2\varphi + m_1 \tan^2\varphi).$$

c) Muestre que a_{1y} es:

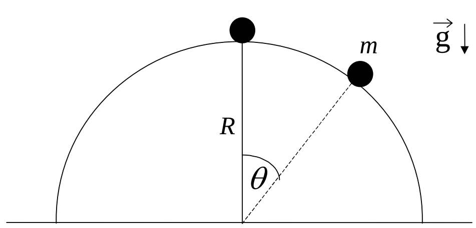
$$a_{1y} = -(m_1 + m_2) g \tan^2\varphi /(m_2 \sec^2\varphi + m_1 \tan^2\varphi).$$

5 - Una varilla de longitud *d* se deja caer sobre un plano inclinado sin rozamiento como se ve en la figura, con *H*, *L* y α como datos. Un segundo después se dispara un proyectil sobre el plano con una velocidad inicial $\vec{v}_0$ formando un ángulo de 45º con respecto a la base del plano.



a) Escriba las ecuaciones de Newton para el proyectil y la varilla utilizando un sistema de referencia fijo a la superficie del plano.
b) Calcule las aceleraciones de ambos cuerpos.
c) Diga para qué valores de v_0 el proyectil alcanza la varilla.

6 - Una bolita de masa *m* se desliza sobre una semiesfera de radio *R*, carente de fricción, como se muestra en la figura.

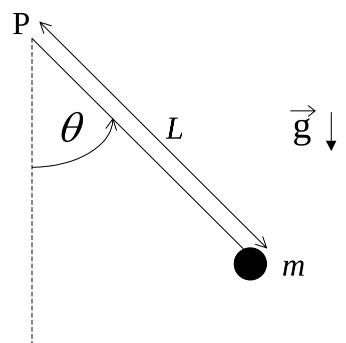


a) Si inicialmente la bolita es apartada de $\theta = 0$ en un ángulo muy pequeño y su velocidad inicial es cero, calcular el ángulo θ para el cual se separa de la superficie esférica.

b) Si ahora la bolita se engarza en un riel semicircular sin fricción de radio *R*, hallar la velocidad con que llega al suelo. ¿Qué aceleración tangencial tiene en ese instante ?.

*c) Si la bolita está engarzada en el riel, estime numéricamente el tiempo que tarda en llegar al suelo si R = 1cm, 10 cm, 50 cm, 100 cm. Confeccione un gráfico del tiempo de llegada en función de g/R (si lo necesita, calcule el tiempo para otros valores de R).

7 - Se tiene una bolita de masa m unida al extremo de una barra rígida, de longitud L y masa despreciable. La barra es libre de girar en el plano vertical alrededor de su otro extremo, fijo en un punto P. Se conoce la velocidad v_0 de la partícula cuando pasa por el punto más bajo de su trayectoria.



Determine, en función de v_0, m, L y g :

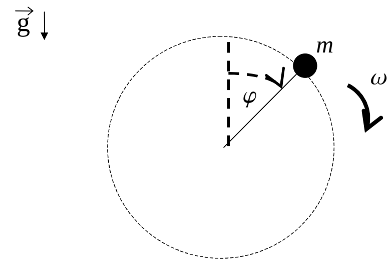
a) Los valores del ángulo θ que pueden ser alcanzados durante el movimiento y el ángulo θ_v para el cual la velocidad de la bolita se anula.

b) El ángulo θ_f para el cual la fuerza que hace la barra sobre la bolita se anula. Observe que θ_f puede no existir.

c) ¿Bajo qué condiciones se puede reemplazar la barra por una cuerda inextensible sin modificar la cinemática de la partícula ? Justifique.

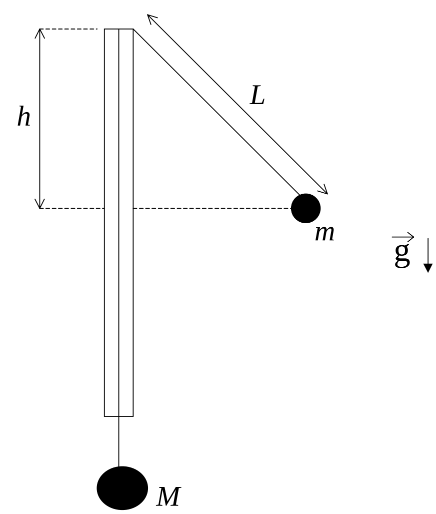
*d) Analice el problema numéricamente para varias condiciones iniciales. ¿Qué tipo de movimiento observa?. Confexione un gráfico que muestre la dependencia del período de movimiento con su amplitud.

8 - Considere una bolita de masa m sujeta a una varilla rígida que le comunica un movimiento circular uniforme con velocidad angular de módulo ω en un plano vertical.



a) Escriba la ecuación de Newton para la bolita y las condiciones de vínculo a las que está sujeto el movimiento.
b) Calcule la fuerza ejercida por la barra en función del ángulo φ.

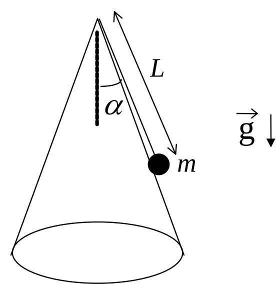
9 - Dos cuerpos de masas *M* y *m*, respectivamente, se hallan unidos a los extremos de un hilo inextensible que pasa a través de un tubo delgado de vidrio, tal como se muestra en la figura. El cuerpo de masa *m* describe una trayectoria circular alrededor del tubo, en un plano horizontal, de tal forma que *M* permanece en reposo, siendo *T* el período del movimiento circular. Considere la masa del hilo despreciable y $M > m$.



a) Escriba las ecuaciones de Newton y de vínculo para los cuerpos que forman el sistema.
b) Diga cuál es el ángulo entre el hilo y el tubo en función de *m* y *M*.
c) Exprese el valor de *L* en función de *T*, *m*, *M* y *g*.
d) Exprese *T* en función de *g* y *h*.

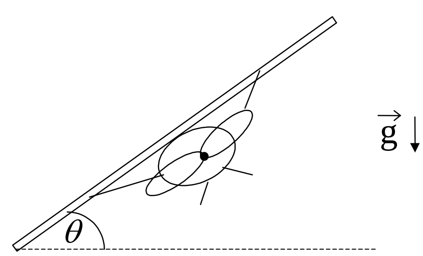
10 - Un cuerpo de masa *m* se halla apoyado sobre una superficie cónica sin fricción, colgando del extremo de una cuerda inextensible de longitud *L*. En el instante inicial el

cuerpo rota con velocidad angular de módulo ω_0 .



a) Escriba las ecuaciones de Newton y las condiciones de vínculo para el cuerpo.
b) Calcule la aceleración del cuerpo.
c) Halle el valor de la tensión de la cuerda y de la fuerza de interacción ejercida por la superficie. Diga para que valor de ω_0 esta última fuerza se anula.

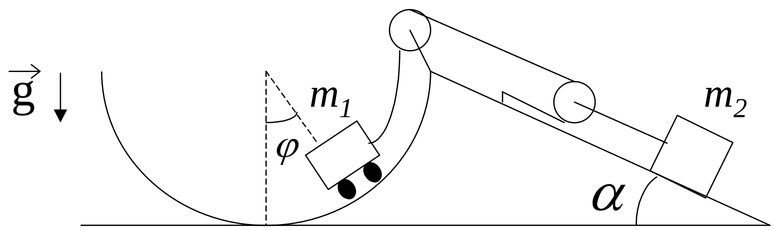
11 - Para que un avión que vuela con $|\vec{v}|$ = cte. pueda realizar una trayectoria circular de radio R, debe inclinar el plano de sus alas en un ángulo θ respecto de la horizontal. Considere que sobre el avión actúa, además del peso, la fuerza de empuje aerodinámico, la cual apunta hacia arriba, perpendicular al plano de las alas.



a) Escriba la ecuación de Newton para el avión.

b) Determine el ángulo θ en términos de $|\vec{v}|$, R y g. ¿ Cuál es el ángulo para $|\vec{v}|$ = 60 m/seg y R = 1 km ?

12 - Un juego de un parque de diversiones consiste en un carro de masa m_1 que se desplaza sobre un riel semicircular de radio R, carente de rozamiento. El carro es arrastrado mediante una soga que se desliza a lo largo del riel y que está enganchada a un sistema de poleas del cual cuelga un contrapeso de masa m_2. Este contrapeso se mueve sobre un plano inclinado, sin fricción, que forma un ángulo α con la horizontal. Considere que las sogas son inextensibles, y que sogas y poleas tienen masas despreciables.

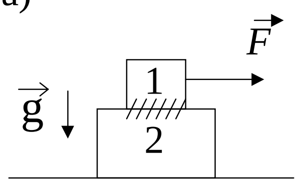


a) Escriba las ecuaciones de Newton y de vínculo para ambas masas.
b) Diga para qué valor de φ el carro podrá permanecer en reposo.
c) Encuentre la velocidad del carro como función de φ.
*d) Resuelva numéricamente la ecuación de movimiento y encuentre el tiempo que tarda el carrito en subir hasta $\varphi = \pi/2$, suponiendo que senα =1/2, m_1=m_2, $\varphi(0)$=0, $\dot{\varphi}(0) = 0$.

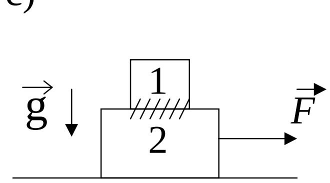
3- INTERACCIÓN DE ROZAMIENTO

1 - Un cuerpo de masa m_1 se apoya sobre otro de masa m_2 como indica la figura. No hay rozamiento entre la mesa y el cuerpo 2, pero si entre los cuerpos 1 y 2, siendo μ_E el coeficiente de rozamiento estático entre ambos.

a)

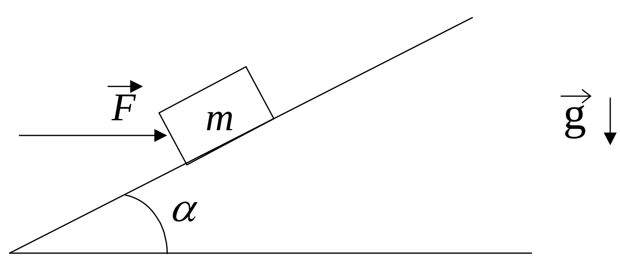


c)



a)¿Cuál es la fuerza máxima aplicada sobre el cuerpo 1 que acelera a ambos cuerpos, sin que deslice uno respecto del otro?.
b) ¿ Cuál es la aceleración del sistema ?.
c) Idem que a) y b) pero si se aplica la fuerza sobre el cuerpo 2.
d) Se aplica ahora sobre la masa 2 una fuerza el doble de la calculada en c). ¿Cuál es la aceleración de m_1 y m_2 si el coeficiente de rozamiento dinámico es μ_D ?.
e) Si la dimensión del cuerpo 2 es L y la del cuerpo 1 es l, siendo $l << L$ ¿Cuánto tardará en caerse m_1 si inicialmente estaba apoyada en el centro de m_2?.

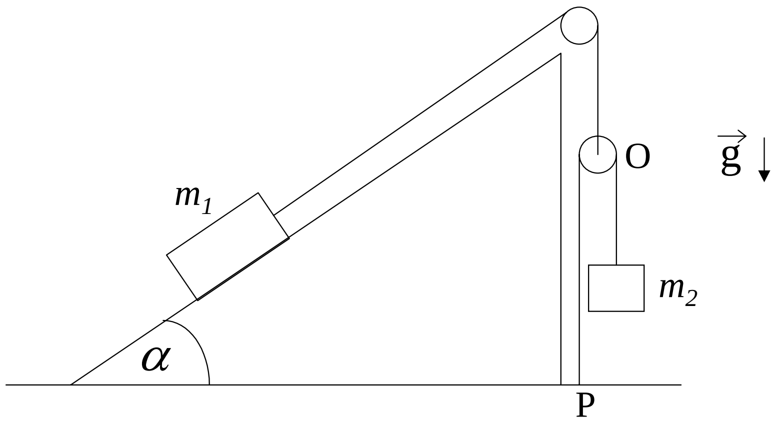
2 - Se trata de mover un bloque de masa m sobre un plano inclinado ejerciendo una fuerza $\vec{F}$, tal como indica la figura. El coeficiente de rozamiento estático entre el bloque y el plano es μ_E.



a) Si $\vec{F} = 0$ ¿para qué valores de α el bloque estará en reposo?.
b) Si α es alguno de los hallados en a), ¿para qué valores de $\vec{F}$ permanecerá el bloque en reposo?.
c) Si m = 2 kg y $\mu_E = \text{tg}\,\alpha = 0.3$ hallar la $\vec{F}$ máxima que se puede ejercer de modo que el bloque no se mueva.

3 – Dos cuerpos de masas m_1 y m_2 se hallan unidos entre sí a través de un sistema de poleas, tal como indica la figura. El cuerpo m_1 se desliza sobre un plano inclinado, de inclinación α, el cual posee rozamiento, siendo μ_e y μ_d los coeficientes de rozamiento

estático y dinámico, respectivamente. Considere que los hilos son inextensibles y de masa despreciable, y que las poleas tienen masas despreciables.



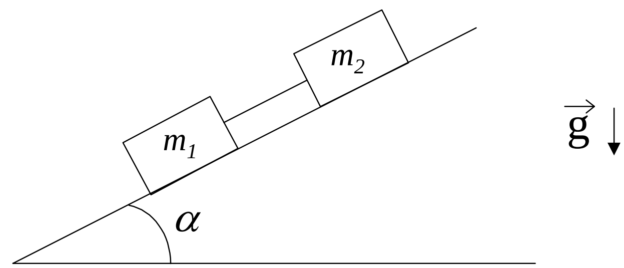
a) Plantee las ecuaciones de Newton y de vínculo para el sistema.
b) Si el sistema se halla inicialmente en reposo, encuentre dentro de qué rango de valores debe estar m_2 para que el sistema permanezca quieto.
c) Diga cúanto debe valer m_2 para que dicha masa descienda con aceleración constante a. Diga, justificando su respuesta, si la aceleración a puede ser tal que $a>g$.
d) Para el caso considerado en c), halle la posición de la polea O como función del tiempo, sabiendo que en el instante inicial estaba a distancia h del piso con velocidad nula. ¿La polea se acerca o se aleja del piso?.

4 - Un automóvil recorre una autopista con velocidad constante v en un tramo en el cual el camino tiene un radio de curvatura R. La autopista es perfectamente horizontal, es decir, sin peralte.

a) ¿Cuál debe ser el mínimo coeficiente de rozamiento para que el automóvil no deslice? ¿El rozamiento será estático o dinámico ? ¿Por qué?
b) ¿Con qué peralte le aconsejaría a un ingeniero que construya una autopista que en una zona tiene un radio de curvatura R?. Suponga que no hay rozamiento y que todos los autos tienen velocidad v.

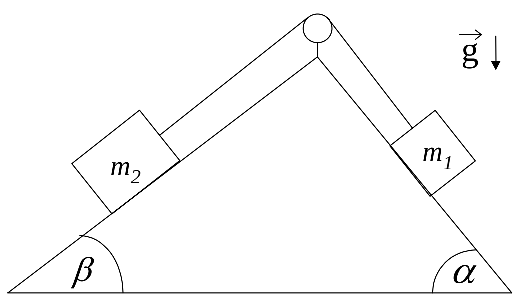
5 - **Pregunta:** Si sabe que un sistema de partículas está en reposo y quiere hallar la fuerza de rozamiento ¿la obtiene a partir de las ecuaciones de Newton y de vínculo o la obtiene poniendo $fr_e = \mu_e N$?

6 - Dos bloques de masas m_1 y m_2 se hallan apoyados sobre un plano inclinado, de inclinación α, con rozamiento, unidos entre sí por una barra rígida, de masa despreciable, tal como se indica en la figura. Los coeficientes de rozamiento estático entre los bloques (1) y (2) y la superficie son μe_1 y μe_2, respectivamente.



a) Suponga que los bloques están en reposo y encuentre una relación entre fr_1, fr_2, m_1, m_2 y α (fr = fuerza rozamiento). Grafique la relación en un gráfico fr_2 vs. fr_1.
b) Si los datos son $\mu_{e2} = 0.6$, $\mu_{e1} = 0.9$, $m_1 = 5$ kg, $m_2 = 10$ kg, $\alpha = 30º$, dibuje en el gráfico anterior la zona en donde el rozamiento puede ser estático.
c) Diga si es posible, con estos datos, el estado de reposo que hemos supuesto.
d) ¿Puede determinar los valores de fr_1 y fr_2?. Diga qué valores puede tomar α para que el sistema permanezca en reposo.

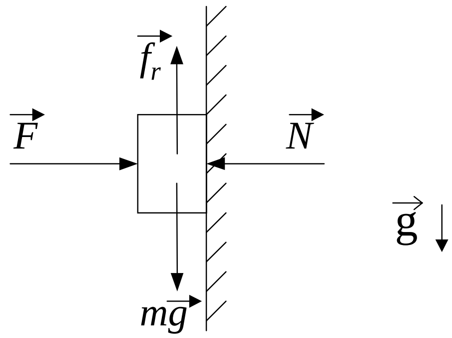
7 - Dos bloques de masas m_1 y m_2 se hallan apoyados sobre sendos planos inclinados, de inclinaciones α y β, respectivamente, unidos entre sí por un hilo inextensible y de masa despreciable, tal como se indica en la figura. Los coeficientes de rozamiento estático y dinámico entre los bloques y las correspondientes superficies son $\mu_E = 0.3$ y $\mu_D = 0.25$, respectivamente.



a) Inicialmente se traba el sistema, de modo que esté en reposo, diga qué relaciones se deben cumplir entre las masas y los ángulos para que quede en reposo cuando se lo destrabe.
b) Si $m_1 = 1$ kg, $m_2 = 2$ kg, $\alpha = 60º$ y $\beta = 30º$, ¿se pondrá en movimiento el sistema?.
c) Suponga ahora que inicialmente se le da al sistema cierta velocidad inicial y que los

datos son los dados en b). Encuentre la aceleración y describa cómo será el movimiento del sistema teniendo en cuenta los dos sentidos posibles de dicha velocidad.

8 - **Pregunta:** ¿Cuál es el vicio del siguiente razonamiento? Sobre un cuerpo apoyado sobre la pared se ejerce una fuerza *F*.

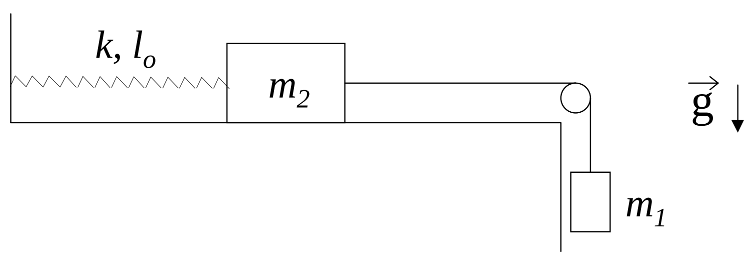


El cuerpo está en reposo porque su peso es equilibrado por la fuerza de rozamiento. Como *fr* es proporcional a la normal, podemos conseguir que el cuerpo ascienda aumentando el valor de *F*.

4- MOVIMIENTO OSCILATORIO

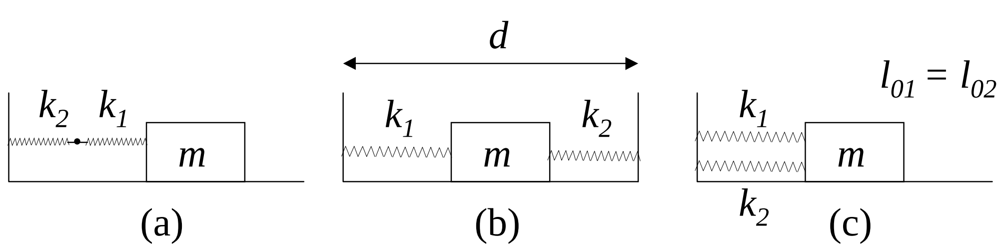
1 - Considere una partícula de masa *m* suspendida del techo por medio de un resorte de constante elástica *k* y longitud natural l_0. Determine cómo varía la posición con el tiempo sabiendo que en $t = 0$ la partícula se halla a una distancia $2l_0$ del techo, con velocidad nula.

2 - El sistema de la figura, compuesto por dos cuerpos de masas m_1 y m_2 y un resorte de constante elástica *k* y longitud natural l_0, se encuentra inicialmente en equilibrio. Se lo pone en movimiento imprimiendo a la masa m_1 una velocidad v_0 hacia abajo. Considere que no hay rozamiento entre los cuerpos y las superficies.



a) Plantee las ecuaciones de Newton y de vínculo para m_1 y m_2.
b) Diga cómo varía la posición de m_2 con el tiempo.

3 - Un cuerpo de masa *m* se desliza sobre una superficie horizontal, sin rozamiento, conectado a dos resortes de constantes elásticas k_1 y k_2, y longitudes naturales l_{01} y l_{02}, respectivamente, tal como se muestra en las figuras a), b) y c).



i) Demostrar que la frecuencia de oscilación d vale, en el caso a)

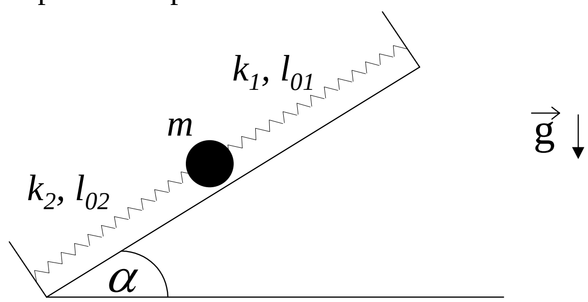
$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1 k_2}{(k_1 + k_2)m}}$$

y en los casos b) y c):

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$$

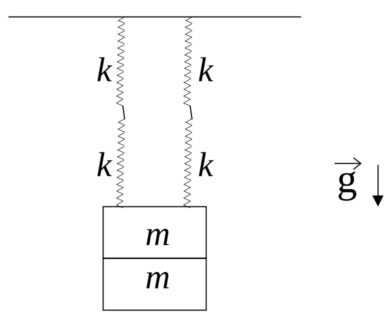
ii) Encuentre las posiciones de equilibrio en cada uno de los casos.

4 - Una bolita de masa m se halla sobre un plano inclinado sostenida por dos resortes, de constantes elásticas k_1 y k_2, y longitudes libres l_{01} y l_{02}, respectivamente, los cuales se encuentran fijos a dos paredes separadas una distancia L.



a) Plantee la ecuación de Newton para la bolita y encuentre la ecuación de movimiento.
b) Halle la posición de equilibrio y determine si es estable o inestable.
c) Si partiendo de la posición de equilibrio el sistema se pone en movimiento imprimiéndole a la bolita una velocidad v_0 hacia arriba, encuentre la posición de la bolita como función del tiempo.

5 - Cuatro resortes idénticos, de constante elástica k desconocida y longitud natural l_0, se hallan sosteniendo un cuerpo formado por dos pesas de masa m cada una, como muestra la figura.



a) Sabiendo que la posición de equilibrio del cuerpo se halla a una distancia d del techo, encuentre el valor de k.
b) Estando el sistema en su posición de equilibrio se retira una de las pesas sin perturbarlo y se lo deja en libertad.
i) Obtenga la ecuación que rige el movimiento posterior del sistema. Calcule el período de oscilación y la nueva posición de equilibrio.
ii) Utilizando las condiciones iniciales halle la posición del cuerpo en función del tiempo.

6 - Un cuerpo de masa *m* que se halla suspendido de un hilo inextensible, de longitud *L* y masa despreciable, realiza un movimiento oscilatorio en un plano vertical, siendo θ el ángulo entre la vertical y el hilo.

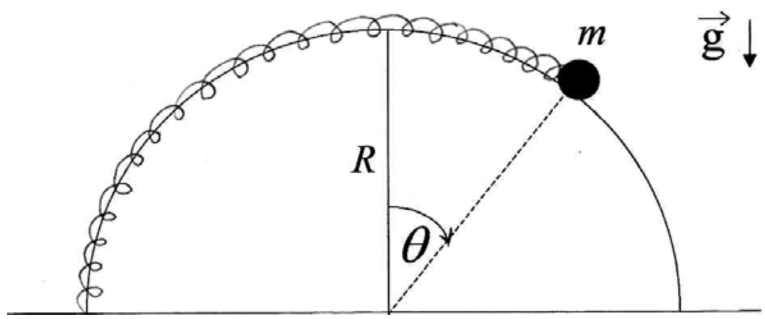
a) Plantee las ecuaciones de Newton y de vínculo para el cuerpo.

b) Si $L=80$ cm ¿Bajo qué aproximación el movimiento es armónico? ¿Qué período tiene el movimiento?

c) Si en $t = 0$ vale $\theta = 0$ y $\dot{\theta} = 0.2\ seg^{-1}$ ¿se satisface la aproximación de b) $\forall\ t$?

d) Usando las ecuaciones planteadas en a) halle la posición de equilibrio y diga si es estable o inestable y por qué.

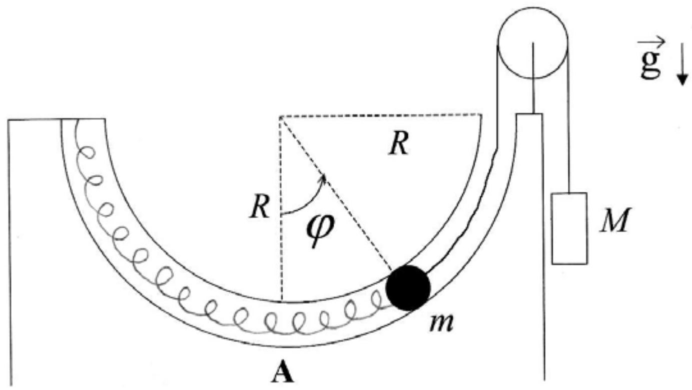
7 - Una bolita de masa *m* está enhebrada en un aro semicircular de radio *R* y sujeta a un resorte de constante elástica *k* y longitud natural $l_0 = \pi R/2$, como muestra la figura.



a) Halle la ecuación diferencial que rige el movimiento de la bolita.

b) Encuentre posiciones de equilibrio y determine, justificando su respuesta, si son estables o inestables.

8 - Una bolita de masa *m* se mueve por un tubo delgado, carente de rozamiento, el cual describe una semicircunferencia de radio *R*. La bolita se halla sujeta por un extremo a un resorte de constante elástica *k* y longitud natural $l_0 = \pi R/2$, y por el otro a una soga, deslizando ambos elementos por el interior del tubo, tal como muestra la figura. Del extremo de la soga pende, a través de una polea, otro cuerpo de masa *M* que actúa como contrapeso. Considere la soga inextensible, y las masas de soga, resorte y poleas despreciables. En el instante inicial la bolita se halla en el punto A ($\varphi = 0$) con velocidad v_0.



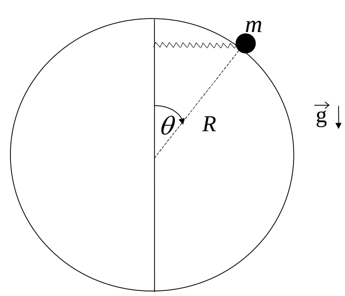
a) Plantee las ecuaciones de Newton y de vínculo para los cuerpos que forman el sistema.

b) Encuentre la ecuación diferencial que rige el movimiento de la bolita.

c) Halle gráficamente la o las posiciones de equilibrio de la bolita, determinando si corresponden a posiciones de equilibrio estable o inestable.

d) Halle la expresión de la fuerza de vínculo ejercida por el tubo sobre la bolita como función del ángulo φ.

9 - Una bolita de masa *m* está enhebrada en un aro circular, carente de fricción y de radio *R*, unida al extremo de un resorte de constante *k* y longitud natural nula (se considera despreciable frente al radio del aro). El otro extremo del resorte corre libremente a lo largo de un eje vertical, de modo tal que el resorte permanece siempre en posición horizontal, tal como muestra la figura.

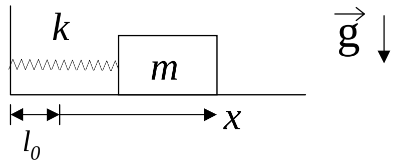


a) Halle las ecuaciones de Newton y de vínculo para la bolita.

b) Si inicialmente bolita se encuentra en $\theta = \pi/2$ con velocidad nula, halle la expresión de la fuerza de vínculo ejercida por el aro en función del ángulo θ.

c) Encuentre las posiciones de equilibrio y analice si son estables o inestables.

10 - El sistema de la figura, formado por un cuerpo de masa *m* que desliza sobre una superficie horizontal unido un resorte de constante *k* y longitud natural l_0, se halla sumergido en un medio viscoso que le ejerce una fuerza de rozamiento proporcional a la velocidad del cuerpo, siendo *r* la constante de proporcionalidad.



a) Escriba la ecuación diferencial que rige el movimiento del cuerpo.

c) Definiendo $\beta = r/2m$, $\omega_0^2 = k/m$, halle las soluciones $x(t)$ de la ecuación de movimiento y verifique que son:

i) si $\beta^2 > \omega_0^2$

$$x(t) = e^{-\beta t}\left(A_1 e^{\sqrt{\beta^2-\omega_0^2}\; t} + A_2 e^{-\sqrt{\beta^2-\omega_0^2}\; t} \right)$$

ii) Si $\beta^2 = \omega_0^2$

$$x(t) = e^{-\beta t}\left(A_1 + A_2 t\right)$$

iii) Si $\beta^2 < \omega_0^2$

$$x(t) = Ae^{-\beta t}\cos\left(\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}\; t + \varphi\right)$$

d) Grafique x versus t para los tres casos considerados en el punto c), y analice los gráficos.

11 - Un péndulo simple de 10 g de masa tiene inicialmente un período de 2 seg y una amplitud de 2º. Luego se lo sumerge en un medio viscoso, con constante de amortiguamiento r, y después de dos oscilaciones completas la amplitud se reduce a 1.5º

a) Exprese el ángulo que forma el péndulo con la vertical como función del tiempo, antes y después de sumergirse en el medio viscoso.

b) Usando los datos numéricos del problema, encuentre el valor de la constante de amortiguamiento r.

12 - Una partícula de masa m está unida al extremo de un resorte de constante elástica k y longitud natural l_0. El otro extremo del resorte está unido a una pared que se mueve de acuerdo a la ley $x_p(t) = L\cos(\omega t)$. La partícula también está sometida a la acción de una fuerza viscosa tal que $\vec{F}_v = -r\dot{x}\hat{x}$.

a) Escriba la ecuación de Newton para la partícula. Indique claramente cuáles son las fuerzas que actúan sobre ella.

c) Para el caso $\frac{k}{m} > \left(\frac{r}{2m}\right)^2$, diga cuál es la solución de la ecuación de movimiento $x(t)$. Para tiempos largos ($\beta t >> 1$, con $\beta = \frac{r}{2m}$), diga en qué dirección se mueve la partícula cuando la pared se mueve hacia la derecha, si $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$.