1878.

PREMIER SEMESTRE.

COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME LXXXVI.

N° 15 (15 Avril 1878).

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

SUCCESSEUR DE MALLET-BACHELIER,

Quai des Augustins, 55

1878

de celle des taches. C'est ce qui a permis à M. Wolf de représenter les observations magnétiques contemporaines de Prague, Milan, etc., par des formules relatives aux taches solaires. Mais cela n'empêchera pas les discordances de s'accentuer de plus en plus jusqu'au renversement complet vers 1950.

» Voici finalement ma réponse à la question de M. Piazzi Smyth : 1° les périodes $10^a,45$ pour la boussole, $11^a,11$ pour les taches ont été bien déterminées, l'une par M. Broun, l'autre par M. Wolf; 2° les deux phénomènes sont sans rapport entre eux ; 3° un ensemble de circonstances favorables, qui se reproduit tous les 176 ans, a fait croire à la connexion de ces deux phénomènes; 4° ces concomitances passagères ne sont pas absolument rares dans l'histoire des sciences. Il y a quelques années, on en avait noté une pareille entre les taches et les rayons vecteurs de Jupiter. On peut voir ce qui en est arrivé dans l'*Annuaire du Bureau des Longitudes pour* 1877. »

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'homogénéité dans les formules de Physique.* Note de M. J. BERTRAND.

« Les unités sont arbitraires, mais la dépendance des grandeurs qu'elles mesurent impose à leurs variations, en Physique aussi bien qu'en Géométrie et en Mécanique, certaines relations nécessaires. Si l'on choisit, par exemple, une unité de longueur dix fois moindre, il faut rendre l'unité de volume mille fois plus petite, et, si l'on double l'unité de force, il faut en même temps doubler l'unité de masse. Les formules restent invariables pour de tels changements : c'est en cela que consiste leur homogénéité. Quand une formule est obtenue, on constate aisément qu'elle est homogène; mais cette vérification, dont le succès est certain, serait sans intérêt comme sans utilité. Il en est autrement des conditions imposées *à priori*, par l'homogénéité nécessaire des formules encore inconnues; plus d'une loi physique peut s'en déduire et y trouver la plus simple à la fois et la plus rigoureuse des démonstrations.

» Considérons, par exemple, la propagation de l'électricité dans un fil télégraphique isolé et considéré comme indéfini. Supposons que l'extrémité, étant mise en communication avec le pôle de la pile, soit portée et maintenue au potentiel V_0; une théorie très-imparfaite encore, reposant sur des hypothèses incertaines et sur des calculs trop hardiment simplifiés, a fait connaître l'expression du temps nécessaire pour que le potentiel en un point donné du fil atteigne une valeur donnée V. Cherchons quelles conditions l'homogénéité d'une telle formule impose à la loi qu'elle exprime et pour cela définissons d'abord les unités dont on doit faire usage.

» L'*unité de longueur*, l'*unité de temps* et l'*unité de force* sont arbitraires et indépendantes; mais, quand on les a choisies, toutes les autres s'y rattachent et doivent s'en déduire.

» L'*unité de masse électrique* est la quantité d'électricité qui, concentrée en un point, exerce sur une quantité égale concentrée à la distance unité une répulsion égale à l'unité.

» L'*unité d'intensité de courant* est l'intensité telle que l'action d'un élément ds sur un élément ds' de courant identique soit représentée par la loi d'Ampère, dans laquelle les facteurs représentant les intensités, et qu'il désigne par i et i', sont remplacés par l'unité.

» L'*unité de résistance* est la résistance d'un fil dans lequel s'établit le courant d'intensité unité, lorsque la différence des potentiels extrêmes est l'unité.

» Le potentiel mesuré par l'unité est celui d'une sphère métallique, de rayon unité, chargée sur sa surface d'une masse électrique égale à l'unité. Si l'on change l'unité de longueur, l'unité de temps et l'unité de force en les rendant respectivement α, β, γ fois plus petites, il résulte des définitions précédentes que l'unité de masse électrique sera divisée par $\alpha\sqrt{\gamma}$, l'unité d'intensité par $\sqrt{\gamma}$ et l'unité de potentiel également par $\sqrt{\gamma}$: l'unité de résistance ne sera pas changée ; mais, si l'on considère un fil indéfini, la résistance de l'unité de longueur, primitivement représentée par R, le sera par $\frac{R}{\alpha}$.

» Supposons que l'extrémité d'un fil soit portée et maintenue au potentiel V_0, tout le fil étant d'abord au potentiel zéro, et supposons que le point situé à la distance l parvienne, après le temps T, au potentiel V, l'expression de T peut dépendre évidemment de V_0, de V et de l, de la résistance R de l'unité de longueur de fil et de deux éléments physiques qui sont : 1° la capacité électrique du fil, c'est-à-dire la quantité d'électricité qui charge l'unité de longueur quand le potentiel est égal à l'unité, et 2° la quantité d'électricité E qui, dans un courant d'intensité unité, traverse dans l'unité de temps une section du fil.

» On aura donc

$$T = F(V_0, V, l, R, C, E), \tag{1}$$

et cette formule doit être homogène.

» Si l'on change les unités, comme il a été dit plus haut, on voit immédiatement que C ne change pas et que E devient $\frac{E\alpha}{\beta}$; on devra donc avoir

$$\beta T = F\left(V\sqrt{\gamma}, V_0\sqrt{\gamma}, l\alpha, \frac{R}{\alpha}, C, E\frac{\alpha}{\beta}\right).$$

» Cette équation doit avoir lieu quels que soient les nombres α, β, γ; on en conclut très-aisément que la relation (1) doit pour cela avoir la forme nécessaire

$$T = \frac{l}{E}\varpi\left(\frac{V_0}{V}, lR, C\right),$$

et cette formule, homogène, quelle que soit la fonction ϖ, exprime la loi la plus générale qui soit compatible avec la condition d'homogénéité.

» Le temps T devant croître évidemment avec la résistance R ne peut pas être proportionnel à l, et il est impossible, par conséquent, qu'il existe pour l'électricité une *vitesse de propagation* comme pour la lumière ou le son. Il y a plus, on peut démontrer aisément qu'en négligeant l'induction du courant sur lui-même le temps T est proportionnel à la résistance R.

» Considérons en effet deux fils identiques à tout autre point de vue et dont les résistances soient dans le rapport de α à l'unité. Si, à un certain instant, l'état électrique est le même pour les deux fils, c'est-à-dire si aux points semblablement placés la densité est la même, par conséquent aussi le potentiel puisque les fils sont géométriquement identiques, les forces électromotrices étant par suite les mêmes, le rapport des intensités des courants homologues sera égal à celui des résistances, c'est-à-dire à α, et la quantité d'électricité qui dans le temps dt traversera une section du premier fil sera la même que celle qui dans le temps $\alpha\, dt$ traverse la section semblablement placée dans le second : la quantité d'électricité accumulée dans une tranche quelconque sera donc la même des deux côtés, pourvu que l'on compare le premier fils après le temps dt au second après le temps $\alpha\, dt$, et l'identité des états électriques se maintiendra indéfiniment, pourvu que l'on compare le premier après le temps t au second après le temps αt; le temps nécessaire pour que le potentiel atteigne la valeur V à la distance l, étant T pour le premier, sera αT pour le second, et le rapport des temps est celui des résistances.

» La fonction ϖ, d'après ce qui précède, étant proportionnelle à R, l'est nécessairement à Rl, et la formule (1) prend la forme

$$T = \frac{l^2R}{E}F\left(\frac{V_0}{V}, C\right).$$

» Le temps nécessaire pour que le potentiel acquière une valeur donnée est par conséquent, pour un même fil, proportionnel au carré de sa longueur.

» Ce résultat, obtenu pour la première fois par M. William Thomson, a été confirmé par l'expérience; mais les démonstrations proposées jusqu'ici paraissent loin d'être rigoureuses.

» Dans son admirable Ouvrage *Sur la théorie analytique de la chaleur,* Fourier indique l'influence exercée par le choix des unités sur les coefficients spécifiques relatifs à la propagation de la chaleur ; mais, loin d'utiliser le tableau des *exposants de dimensions,* donné à la page 157 de son livre, pour prévoir la loi de certains phénomènes, il ne s'arrête même pas à signaler l'homogénéité des formules obtenues.

» En appliquant la méthode qui fait l'objet de cette Note au problème du refroidissement d'une sphère homogène, on obtient un résultat digne d'être signalé.

» Dans la solution du problème du refroidissement d'une sphère homogène, on doit faire intervenir le rayon R de la sphère, le temps écoulé t, la température V, au point considéré, la conductibilité intérieure K, la conductibilité extérieure h, le calorique spécifique C, la densité D. Les unités arbitraires sont au nombre de quatre; aux unités de longueur, de temps et de force, il faut adjoindre celle de température, si les unités sont rendues respectivement α, β, γ et δ fois plus petites, en supposant que l'unité de chaleur corresponde à celle de travail et qu'elle devienne par conséquent $\gamma\alpha$ fois plus petite, et, en tenant compte de cette différence avec les hypothèses de Fourier qui n'établissait aucune dépendance entre les mesures de la chaleur et celle du travail, on trouve que, si le temps nécessaire pour que la température moyenne de la sphère rayonnant dans un milieu entretenu à zéro devienne V_1, la température initiale, étant V_0, est représentée par la formule

$$(a) \qquad T = F(V, V_0, k, C, D, h, R);$$

on devra avoir, après le changement des unités,

$$(b) \qquad T = F\left(\delta V, \delta V_0, \frac{k\gamma}{\delta\beta}, \frac{h\gamma}{\alpha\beta\delta}, \frac{C\alpha^2}{\beta^2\delta}, \frac{D\beta^2\gamma}{\alpha^4}, R\alpha\right).$$

Les facteurs arbitraires α, β, γ, δ doivent disparaître de cette équation, c'est la condition d'homogénéité; mais il ne paraît pas possible d'en déduire aucun théorème digne d'intérêt sans transformer préalablement l'équation (a); il est aisé d'établir que les coefficients k, C, D, h doivent figurer par les rapports $\frac{k}{CD}$ et $\frac{h}{k}$ seulement et que deux corps différents, géométriquement identiques, pour lesquels ces rapports sont les mêmes, étant placés dans les mêmes conditions calorifiques, s'échaufferont ou se refroidiront suivant la même loi. D'après cela, la formule (a) peut s'écrire

$$(c) \qquad T = F\left(V, V_0, \frac{k}{CD}, \frac{h}{k}, R\right);$$

et l'on doit avoir, quelles que soient les constantes $\alpha, \beta, \gamma, \delta$,

$$\beta T = F\left(\delta V, \delta V_0, \frac{k}{CD}\frac{\alpha^2}{\beta}, \frac{h}{k\alpha}, R\alpha\right);$$

et, pour cela, il faut et il suffit, comme on le démontre très-aisément, que l'équation (c) soit de la forme

$$(c) \qquad T = \frac{CDR^2}{k} F\left(\frac{V_0}{V}, \frac{Rh}{k}\right).$$

Et par conséquent, si par une méthode quelconque, théoriquement ou expérimentalement, on obtient la loi qui lie le temps T à la conductibilité h, on en pourra conclure la forme de l'équation qui lie ce même temps au rayon R. Si, par exemple, T est, pour une même valeur de R, inversement proportionnel à h, il doit être, pour une même valeur de h, directement proportionnel à R. »

THERMOCHIMIE. — *Action de l'oxygène sur les chlorures acides et composés analogues : étain, silicium, bore;* par M. **Berthelot**.

I. — Étain : *Données thermiques*.

$Sn + O = SnO$ hydraté dégage	....	$+ 34,5$ [1]
$Sn + O^2 = SnO^2$ hydraté	....	$+ 67,6$ [1]
$Sn + Cl = SnCl$ anhydre cristallisé	....	$+ 40,4$ (Thomsen)
$Sn + Cl^2 = SnCl^2$ liquide	....	$+ 63,6$ (Th.)

[1] M. Thomsen a donné $+ 34,1$ et $+ 66,8$; mais il admet dans son calcul $+ 34,1$ pour la chaleur de formation de l'eau, tandis que je crois $+ 34,5$ préférable.