Problemas de Física 4 [§]
Trabajo

1. **Problemas utilitarios**

   (a) Cuál es la diferencia entre **área** y **superficie**?

   (b) Un objeto se mueve en el plano $x - y$ bajo la influencia de una fuerza que tiene sólo un componente x:

   $$F_x = xy.$$

   Calcular el trabajo que realiza esta fuerza para llevar el objeto desde el orígen hasta el punto $(x, y) = (1, 1)$: (a) en un camino recto $y = x$; (b) en un camino parabólico $y = x^2$.

   (c) Un resorte está estirado respecto a su longitud de reposo. Si el resorte llega a la elongación nula en forma reversible

   - ¿el trabajo de la fuerza exterior es positivo o negativo?
   - ¿Y el trabajo de la fuerza de restitución?
   - ¿Y si el resorte estaba inicialmente comprimido?
   - repetir el análisis anterior, pero ahora partimos de una compresión inicial, y terminamos en un estado final más comprimido aún.]

   (d) Dibujar las funciones $PV^n = C$ para distintos n (procesos politrópico).

   (e) Graficar las siguientes formas de pasar de un estado inicial 1 a un estado final 2 en un plano $p-v$, en un plano $T-v$, en la superficie pvT, y calcular el trabajo que se le entrega al sistema en cada uno de estos casos:

   i. volumen constante
   ii. presión constante
   iii. temperatura constante
   iv. reversible politrópico

2. **Cálculos simples de trabajos**

   (a) Supongamos un cilindro lleno de He, que se expande reversiblemente de acuerdo a la relación $pV^{1.5}$ =const. El volumen inicial es 0.1 m^3, la presión inicial 450 kPa, y la temperatura inicial 250 K. Después de la expansión, la presión es 200 kPa. El trabajo producido en el sistema durante el proceso de expansión es:

(a) faltan datos (b) -21.32 kJ (c) 21.32 kJ (d) ninguna de las anteriores

   (b) El trabajo que se hace en una masa de 2 kg de aire cuando se expande reversiblemente e isotérmicamente a 300 K, desde un volumen inicial $V_1 = 2$ m^3 a un volumen final $V_2 = 4$ m^3 es:

(a) faltan datos (b) $>$ 100 ergs (c) $>$ 150 ergs (d) ninguna de las anteriores

   (c) Si en el problema anterior, en lugar de dar como datos los volumenes se hubiesen dado las presiones, el trabajo que se hace sería:

[§] http://www.df.uba.ar/users/dmitnik/fisica4

(a) $-nRTln\frac{P_2}{P_1}$ (b) $nRTln\frac{P_2}{P_1}$ (c) $-nRTln\frac{P_1}{P_2}$ (d) $nRTln\frac{P_1}{P_2}$

(d) En el estado inicial de un gas ideal $p = 100$ kPa y $v = 0.3\ \frac{m^3}{Kg}$. Calcular el trabajo (por Kg) en los siguientes procesos:

i. presión constante hasta que el volumen final sea $v = 1.5\ \frac{m^3}{Kg}$

ii. proceso isotérmico, hasta que el volumen final sea $v = 0.5\ \frac{m^3}{Kg}$.

iii. volumen constante, hasta que la presión final sea 400 kPa.

Hacer un boceto de los recorridos en diagramas $p - v$ y especificar en cada caso quién hace los trabajos.

3. **Ciclos**

(a) Un gas ideal evoluciona en forma reversible a lo largo de un ciclo triangular (en un diagrama $p - v$) cuyos vértices están en $(V, p) =$ (3 m^3, 2 kPa), (5 m^3, 2 kPa) y (3 m^3, 6 kPa), para volver al punto (3 m^3, 2 kPa). Calcular el trabajo realizado por el gas.

(b) Una máquina reversible produce un ciclo de trabajo representado por un círculo de 5 cm de diámetro en un diagrama pv. Las escalas de presión y volumen específico son:

$$\text{escala } p : 1 \text{ cm} = 200 \text{ kPa}$$
$$\text{escala } v : 1 \text{ cm} = 1.2\ \frac{m^3}{Kg}$$

El trabajo producido en 1 kg de fluído es:

(a) faltan datos (b) < 0.5 kJ (c) > 0.5 kJ (d) ninguna de las anteriores

4. **Problemas conflictivos (para discutir)**

(a) Sea un cilindro lleno de gas a $P_0 = 1$ atm. provisto de un pistón, de 200 cm^2 de superficie, que se halla inicialmente a una distancia x_0 de la base.

i. En el exterior hay vacío

A. Calcular la fuerza que actúa sobre el pistón

B. Calcular el trabajo realizado por el gas cuando se pasa de x_0 a $x_0 + 3$ cm.

ii. En el exterior la presión es $p_{ext} = 3$ atm.

A. Calcular la fuerza que actúa sobre el pistón

B. Calcular el trabajo realizado por el gas cuando se pasa de x_0 a $x_0 - 5$ cm.

(b) Un gas se encuentra en equilibrio dentro de un pistón cilíndrico, de 0.03 m^2 de área. La presión del gas es de 150 kPa y la presión externa al pistón es de 100 kPa. En esas condiciones se le entrega calor al gas de modo que éste se expande sin variar su presión.

- ¿Cuánto vale el trabajo realizado por el gas si el émbolo asciende $0.3m$?
- ¿Cuál es el trabajo realizado en la misma evolución por el sistema émbolo+gas?
- ¿Cuánto vale el trabajo realizado por el entorno si se considera al gas como sistema?

5. **Verdadero o Falso?**

(a) Se tiene un gas en un pistón ideal (sin rozamiento) en contacto con un reservorio térmico, y 2 pesas idénticas. Inicialmente (Figura 1(a)) una de las pesas está sobre el émbolo, y el sistema está en equilibrio. Supongamos que se pueda deslizar la pesa sin rozamiento hasta que esté fuera del émbolo. Entonces, el gas comenzará a expandirse, hasta llegar a otro estado de equilibrio en una altura h (Figura 1(b)). Exactamente a esta altura se encuentra la segunda pesa, la cual se desliza sin rozamiento hasta el émbolo, y por lo tanto este se comprime, volviendo a la situación inicial.

i. Como el proceso comienza y termina en el mismo estado es reversible.

ii. Si el gas es ideal, tenemos un ciclo en el cual $\Delta U = 0$, y todo el calor entregado por la fuente se convierte en trabajo.

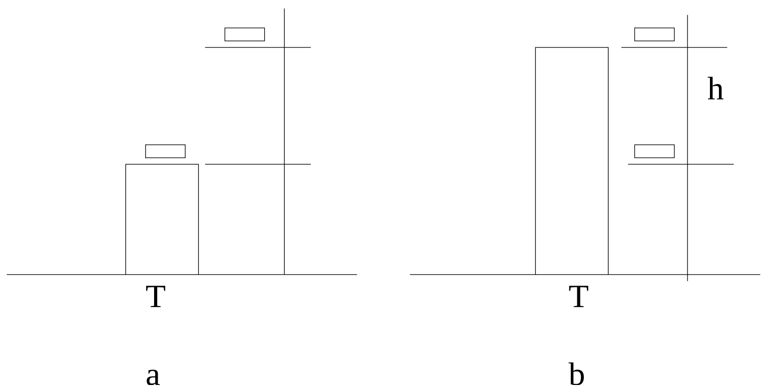

Figure 1: Sistema pistón–pesas

(b) Según el siguiente razonamiento:

$$\begin{aligned} dq &= dU + pdV \\ dq &= \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right) dV \end{aligned}$$

De aquí obtenemos que:

$$\left(\frac{\partial q}{\partial T}\right)_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V \qquad \left(\frac{\partial q}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p$$

Derivando:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial V}\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V &= \frac{\partial}{\partial T}\left(\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right) \\ \frac{\partial^2 U}{\partial V \partial T} &= \frac{\partial^2 U}{\partial T \partial V} + \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \end{aligned}$$

Como U es función de estado obtenemos que

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V = 0$$

por lo tanto

i. p es constante