Laboratorio de Física 1 (ByG)
Guía 9: Circuito RLC

Segundo Cuatrimestre de 2009

1. Objetivo

Estudiar el comportamiento dinámico de un circuito RLC serie en los distintos regímenes sub- y sobreamortiguado.

2. Introducción:

Un inductor o bobina es un componente pasivo de los circuitos eléctricos que almacena energía en forma de campo magnético. Está constituido por alambre enrollado alrededor de un núcleo de material ferroso. Al igual que en la resistencia y el capacitor, podemos escribir una relación entre la caída de tensión entre los bornes del inductor (V) y la corriente que circula por él (I). La relación entre corriente y tensión es la siguiente:

$$V(t) = L\frac{\partial I(t)}{\partial t} = L\dot{I}(t)$$

donde L es la constante de porporcionalidad llamada *inductancia*. El valor de esta depende de la geometría del inductor (número de vueltas enrolladas, área encerrada) y de los materiales utilizados para su construcción (en particular del núcleo). Se mide en unidades de *Henry*, o Henrios ($H = V * Seg/A$). Debemos recordar que como las inductancias reales están

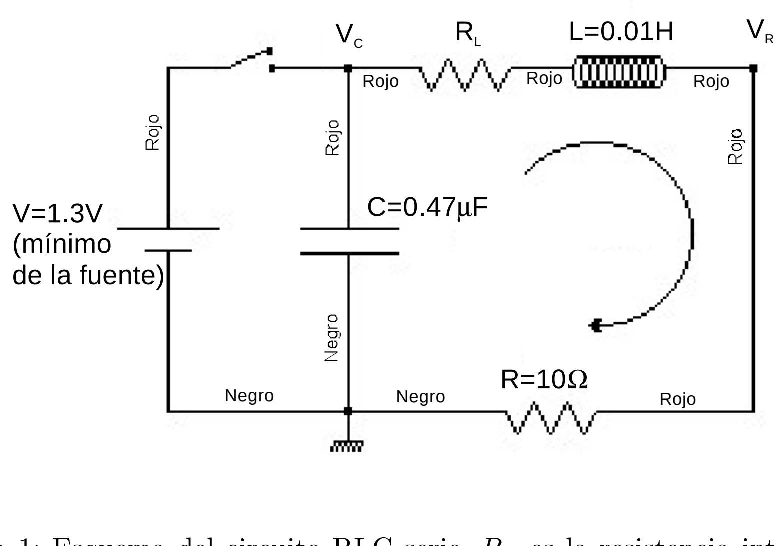

Figura 1: Esquema del circuito RLC serie. R_L es la resistencia interna del inductor.

hechas de alambre enrollado, tendrán además una cierta resistencia eléctrica R_L. Esta resistencia se considera que está conectada en serie con una inductancia ideal, y se deberá tener en cuenta siempre que coloquemos un inductor en un circuito.

Para estudiar las características de los inductores vamos a construir el circuito de la figura 1. Cuando la llave se encuentra cerrada (y luego de un transitorio que no estudiaremos), el capacitor queda cargado ($Q_0 = V_0/C$) y circula una corriente por la rama del inductor y la resistencia, de valor $I_0 = V_0/(R + R_L)$. En el momento en que la la llave se abre, la ecuación que rige la dinámica puede calcularse usando la ley de las mallas de Kirchhoff:

$$L\ddot{Q} + R\dot{Q} + Q/C = 0$$

recordando que $I(t) = \dot{Q}(t)$ (por lo que $\dot{I}(t) = \ddot{Q}(t)$). Esta ecuación es completamente análoga a la de un oscilador armónico amortiguado, donde la carga $Q(t)$ hace las veces de la posición $x(t)$. Esta es una ecuación diferencial homogénea de segundo orden, con coeficientes constantes. Si definimos:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}, \qquad \gamma = \frac{R}{2L} \qquad \text{y} \qquad \omega = \sqrt{\omega_0^2 + \gamma^2}$$

podemos escribir la solución en los distintos regímenes:

1- Caso Subamortiguado, si $\gamma < \omega_0$ (ó $R < R_{crit} = 2\sqrt{L/C}$),

$$Q(t) = Q_0\, e^{-\gamma t}\, \sin(\omega t + \varphi)$$

donde Q_0 y φ dependen de las condiciones iniciales.

2- Caso Sobreamortiguado, si $R > R_{crit}$

$$Q(t) = Q_{10}\, e^{-\lambda_1 t} + Q_{20}\, e^{-\lambda_2 t}$$

donde Q_{10} y Q_{20} dependen de las condiciones iniciales, y λ_1 y λ_2 son las dos soluciones de $\lambda^2 + 2\gamma\lambda + \omega_0^2 = 0$.

3- Caso Amortiguamiento Crítico, si $R = R_{crit}$

$$Q(t) = Q_{10}\, e^{-\lambda t}(1 + Bt)$$

donde Q_{10} y B dependen de las condiciones iniciales, y λ es la única solución de $\lambda^2 + 2\gamma\lambda + \omega_0^2 = 0$.

3. Actividades

Calcule el valor de ω_0 y γ, para determinar en qué régimen se encuentra el circuito de la figura. Esto también dará información de los tiempos característicos durante los cuales será necesario estudiar el comportamiento del circuito.

Para estudiar la dinámica del circuito necesitamos medir V o I en función del tiempo. Al igual que en la práctica de RC, utilizaremos el *MPLI* y conectaremos el canal A para medir tensión sobre la resistencia (V_R en la figura 1) y el canal B sobre el capacitor V_C.

Construya el circuito de la figura, teniendo en cuenta los colores de los cables utilizados. Utilice la fuente de alimentación continua en la mínima amplitud ($V \sim 1{,}3V$).

Dado que el tiempo durante el que debemos medir es muy corto (ya lo calculó más arriba), no podremos utilizar el botón *START* para comenzar las mediciones (en otra práctica vimos que nuestro tiempo de reacción es de unos 200ms). Por ello utilizaremos el *TRIGGER* del *MPLI* para comenzar la medición. La configuración del *TRIGGER* debe colocarse de la siguiente manera:

- Mode: Analog channel
- Channel: B (o el canal en el que haya conectado V_C)
- Direction: DOWN
- Value: 1.00V

Para los tiempos (*TIMING*) del experimento utilice aproximadamente los siguientes valores:

- Experiment Duration: 0.015sec
- Sampling rate: 28000 reads/sec

Si todo fue bien con la construcción y conexión del circuito, debería obtener las curvas V_R y V_C característica del régimen correspondiente (sub- o sobre-amortiguado). Con estas figuras, responda :

- ¿Están V_R y V_C en fase?
- ¿Cómo es posible que V_C suba (en módulo) más allá del valor original?

Para poder cuantificar los parámetros (γ y ω_0, ó λ_1 y λ_2, según el régimen), exportamos los datos al *ORIGIN* para realizar una ajuste no lineal (*Non-linear Curve Fit*) con la función que corresponda (una de las siguientes: *Waveform* → *SineDamp*, ó *Exponential* → *ExpDec2*). Al hacer estos ajustes no-lineales, y a diferencia de un ajuste lineal, es necesario utilizar con valores "cercanos" como semilla. De otra manera el algoritmo de minimización no encontrará la solución deseada. Consulte al docente ante cualquier duda.

Una vez obtenidos los parámetros de los ajustes para V_R y V_C, responda las siguientes preguntas:

- ¿Cuáles parámetros espera que sean iguales para ambos ajustes?
- ¿Están V_R y V_C en fase? Cuantifique la diferencia de fases.

Diagrama de Bode

Grafique V_C en función de V_R. ¿Qué observa? ¿A qué figura correspondería en el análogo mecánico?

Régimen sobreamortiguado

Por último, y si le queda tiempo, decida qué componente le conviene cambiar para pasar al régimen sobreamortiguado. Repita la experiencia en éste régimen.