

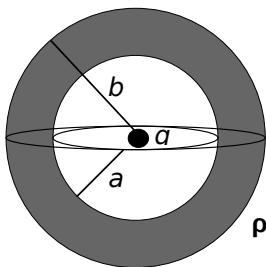
Segundo Parcial Física 1 (B-G) Primer Cuatrimestre 2010

Cátedra Jorge Miraglia

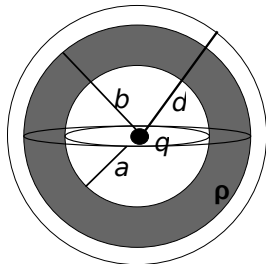
Notas: Justifique todas sus respuestas. Use $g = 10\text{m/s}^2$. Entregue los problemas en hojas separadas

- Se tienen dos casquetes esféricos concéntricos de radio interior a y exterior b , entre los que existe una densidad volumétrica de carga ρ . En el centro de las esferas hay una carga puntual q . (Ver figura).
 - Calcular el campo eléctrico que genera esta distribución de cargas en todo el espacio (esto es, para $r < a$, $a < r < b$, $r > b$).
 - Si se coloca un casquete esférico de radio $d > b$ (sin carga), concéntrico con la distribución inicial, calcule la diferencia de potencial entre las esferas de radio b y radio d .
 - Calcule la fuerza que siente una carga de prueba q_0 ubicada a una distancia D del centro de la distribución de cargas, tal que $a < D < b$. No tenga en cuenta el casquete de radio d .
- Se tiene un sistema de cañerías **horizontal** por el que circula agua, como se muestra en la figura. Por la sección $S_1 = 1\text{m}^2$ entra un caudal $Q = 5\text{m}^3/\text{s}$. Ese caudal se separa en dos tuberías de secciones $S_2 = \frac{3}{2}S_1$ y $S_3 = \frac{1}{2}S_1$. Se colocan dos tubos verticales, uno en la tubería de sección S_1 y el otro en la de sección S_2 y se mide la diferencia en las alturas de las columnas de agua, siendo ésta $h = 1.05\text{m}$.
Calcule las velocidades v_1 , v_2 y v_3 .
- En el circuito de la figura, considere que ha transcurrido suficiente tiempo como para que todos los transitorios del circuito hayan pasado y se encuentre en estado estacionario.
 - Calcule las corrientes I_1 , I_2 e I_3 .
 - Calcule la potencia de las pilas E_2 , E_3 y E_4 , indique en cada caso si se trata de potencia disipada o entregada al circuito
 - Calcule la carga en los capacitores C_1 y C_2 e indique claramente su polaridad.
 - Calcule la potencia disipada por R_3
(recuerde que debe reportar los resultados con las unidades que correspondan)

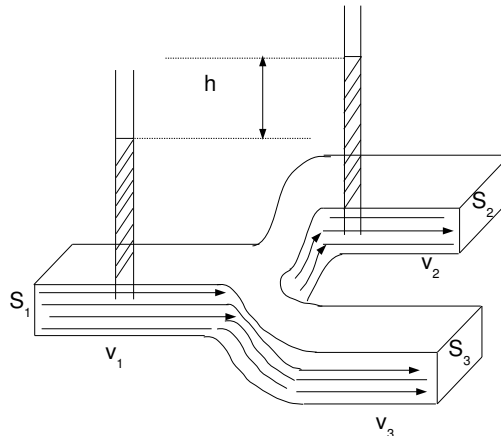
Datos: $R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 2\Omega$, $R_3 = 1\Omega$, $R_4 = 5\Omega$, $R_5 = 1\Omega$, $E_1 = 20\text{V}$, $E_2 = 8\text{V}$, $E_3 = 8\text{V}$, $E_4 = 2\text{V}$, $C_1 = C_2 = 2\text{pF}$
- Circuitos LR** : Dado un sistema de carga LR calcular:
 - la corriente en función del tiempo
 - la caída de potencial en la inductancia
 - la energía almacenada en la bobina en términos del campo magnético $\vec{B}$.



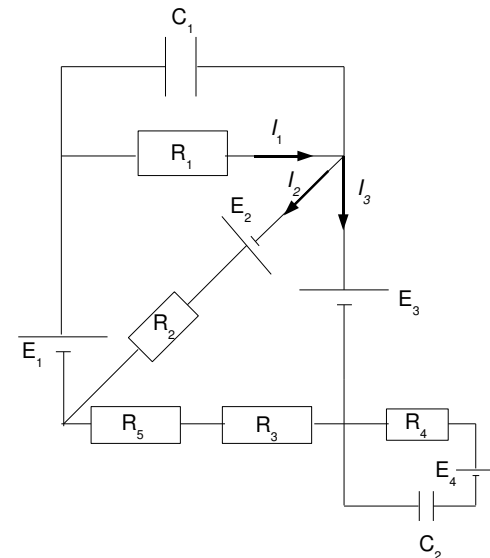
Problema 1 a)



Problema 1 b)



Problema 2

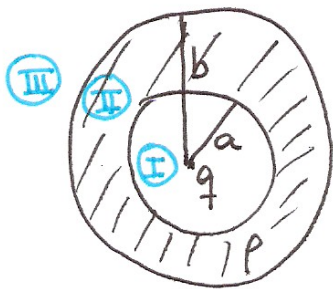


Problema 3

P1

2º Parcial 1er wuimuestru 2010

6/7/2010



a) Por simetría esférica $\vec{E}$ no puede depender ni de θ ni de $\varphi \Rightarrow$ sólo depende de r (distancia al centro de las coordenadas)

Además, el campo está en $\hat{r}$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{E}(\vec{r}) = E(r) \hat{r}}$$

Superficie de Gauss a usar: esferas de radio r variable

- 3 zonas:
- Ⓘ $r < a$
 - Ⓜ $a < r < b$
 - Ⓢ $r > b$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_{\text{esfera}} E(r) \hat{r} \cdot d\vec{S} \hat{r} = \int_{\text{esfera}} E(r) dS = E(r) S_{\text{esf}} = E(r) 4\pi r^2$$

E escte
sobre la
sup. esférica
de radio r

Lo q' cambia, dependiendo de las zonas es Q_{enc} .

Ⓘ $Q_{\text{enc}} = q \Rightarrow E(r) 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow \boxed{\vec{E}(r < a) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}} \quad \checkmark$

Ⓜ $Q_{\text{enc}} = q + \rho \frac{4\pi}{3} (r^3 - a^3) \Rightarrow E(r) 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0} + \frac{\rho}{\epsilon_0} \frac{4\pi}{3} (r^3 - a^3)$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{E}(a < r < b) = \left[\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} + \frac{\rho}{3\epsilon_0} \frac{(r^3 - a^3)}{r^2} \right] \hat{r}} \quad \checkmark$$

Ⓢ $Q_{\text{enc}} = q + \rho \frac{4\pi}{3} (b^3 - a^3) \Rightarrow E(r) 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0} + \frac{4\pi\rho}{3\epsilon_0} (b^3 - a^3)$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{E}(r > b) = \left[\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} + \frac{\rho}{3\epsilon_0} \frac{(b^3 - a^3)}{r^2} \right] \hat{r}} \quad \checkmark$$

b) Calcular la diferencia de potencial entre $r=b$ y $r=d$

$$\begin{aligned}
 \Delta V(r)_{bd} &= - \int_b^d E(r > b) dr = - \int_b^d \left[\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} + \frac{\rho}{3\epsilon_0} \frac{(b^3 - a^3)}{r^2} \right] dr = \\
 &= - \int_b^d \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr - \int_b^d \frac{\rho}{3\epsilon_0} \frac{(b^3 - a^3)}{r^2} dr = \\
 &= - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_b^d \frac{1}{r^2} dr - \frac{\rho}{3\epsilon_0} (b^3 - a^3) \int_b^d \frac{1}{r^2} dr = \\
 &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{b} \right) + \frac{\rho}{3\epsilon_0} (b^3 - a^3) \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{b} \right)
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \Delta V_{bd} = \left[\frac{q}{4\pi\epsilon_0} + \frac{\rho}{3\epsilon_0} (b^3 - a^3) \right] \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{b} \right) \quad \checkmark$$

c) Si q_0 está en D y q' $a < D < b \Rightarrow q_0$ está en la zona II

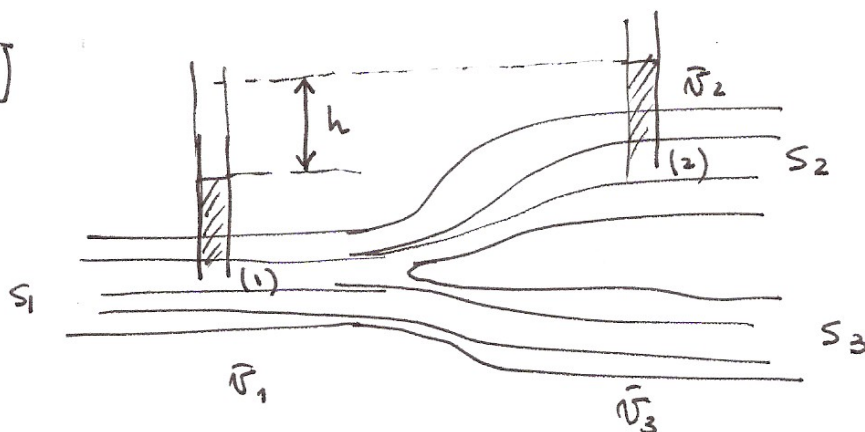
$$\Rightarrow \vec{F}_{q_0} = q_0 \vec{E}(a < r < b) = q_0 \vec{E}(r=D)$$

$$\vec{F}_{q_0} = q_0 \left[\frac{q}{4\pi\epsilon_0 D^2} + \frac{\rho}{3\epsilon_0} \frac{(D^3 - a^3)}{D^2} \right] \hat{r} \quad \checkmark$$

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{b} < 0 \quad (\text{ya que } d > b)$$

$\Delta V_{bd} = V_d - V_b < 0 \Rightarrow V_d < V_b$ está bien, ya que a medida que q' me alejo el potencial decae

P2



$$A_1$$

$$A_2 = \frac{3}{2} A_1$$

$$A_3 = \frac{1}{2} A_1$$

$$Q = A_1 v_1 = A_2 v_2 + A_3 v_3$$

$$\Rightarrow v_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{5 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{1 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}} = \frac{5 \text{ m}}{\text{s}} \Rightarrow \boxed{v_1 = \frac{5 \text{ m}}{\text{s}}}$$

Bernoulli en una línea de corriente entre (1) y (2)

$$p_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \quad h_1 = h_2 = 0$$

$$\text{Como } A_2 = \frac{3}{2} A_1 > A_1 \Rightarrow v_2 < v_1 \Rightarrow p_2 > p_1$$

$$\Rightarrow p_2 - p_1 = \frac{1}{2} \rho v_1^2 - \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

Además, por hidrostática

$$p_2 = p_0 + \rho g h_2'$$

$$p_1 = p_0 + \rho g h_1'$$

$$p_2 - p_1 = \rho g h_2' - h_1' = \rho g h$$

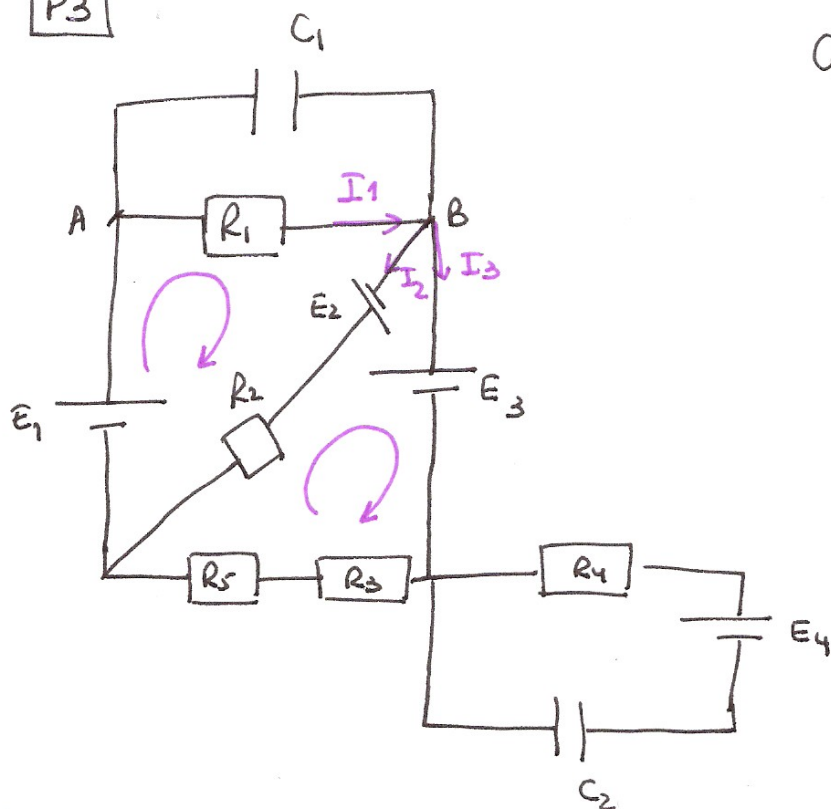
$$\Rightarrow p_2 - p_1 = \frac{1}{2} \rho v_1^2 - \frac{1}{2} \rho v_2^2 = \rho g h$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} v_1^2 - g h = \frac{1}{2} v_2^2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{v_1^2 - 2 g h}$$

$$= \sqrt{\frac{25 \text{ m}^2}{\text{s}^2} - 2 \cdot \frac{10 \text{ m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{1.05 \text{ m}}{\text{s}^2}} = \sqrt{\frac{25 \text{ m}^2}{\text{s}^2} - \frac{21 \text{ m}^2}{\text{s}^2}} = 2 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow \boxed{v_2 = 2 \text{ m/s}}$$

P3



Como C_1 y C_2 están cargados $\Rightarrow$
no pasa cte ni por C_1 ni x
 $C_2 \Rightarrow$ tengo un circuito de
2 mallas.

$R_1 = 1\Omega$	$E_1 = 20V$
$R_2 = 2\Omega$	$E_2 = 8V$
$R_3 = 1\Omega$	$E_3 = 8V$
$R_4 = 5\Omega$	$E_4 = 2V$
$R_5 = 1\Omega$	
$C_1 = C_2 = 2\mu F$	

Nodos: $I_1 = I_2 + I_3$

Mallas: $E_1 - I_1 R_1 + E_2 - I_2 R_2 = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{E_1 + E_2}{R_1} - \frac{I_2 R_2}{R_1} = \frac{20 + 8}{1\Omega} - \frac{2\Omega}{1\Omega} I_2$

$I_2 R_2 - E_2 - E_3 - I_3 R_3 - I_3 R_5 = 0 \Rightarrow I_1 = 28A - 2I_2$

$I_2 R_2 - E_2 - E_3 - I_3 (R_3 + R_5) = 0$

$I_3 = I_2 \frac{R_2}{R_3 + R_5} - \frac{E_2}{R_3 + R_5} - \frac{E_3}{R_3 + R_5} = I_2 \frac{2}{2} - \frac{8V}{2\Omega} - \frac{8V}{2\Omega}$

$I_3 = I_2 - 8A$

Como: $I_1 = I_2 + I_3$

$28A - 2I_2 = I_2 + I_2 - 8A$

$\Rightarrow (28 + 8)A = 4I_2 \Rightarrow$

$I_2 = 9A$

$I_1 = 28 - 18 = 10A$

$I_3 = 9A - 8A = 1A$

b) Potencia en una pila $P_E = I \cdot E$

$$\Rightarrow \underline{P_{E2} = I_2 E_2 = 9A \cdot 8V = 72 \text{ Watts}}, // \text{cte} \Rightarrow \text{entregada} \quad \checkmark$$

$$\underline{P_{E3} = I_3 E_3 = 1A \cdot 8V = 8 \text{ Watts}}, \nparallel \text{cte} \Rightarrow \text{disipada} \quad \checkmark$$

$$P_{E4} = 0 \text{ xq' no pasa cte por } E_4$$

c) Q en C_1 y C_2

$$C_1 \rightarrow \Delta V_{AB} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{final}}}{V_A} - \underset{\substack{\uparrow \\ \text{inicial}}}{V_B} = I_1 R_1 = 10V$$



$$V_A - V_B > 0 \\ \Rightarrow V_A > V_B$$

$$\text{Como } \Delta V_C = \frac{Q}{C} \Rightarrow Q = \frac{\Delta V_{AB} C_1}{\cancel{A_1}} = 10V \cdot 2 \text{ pF} = 20 \text{ pC}.$$

$$\Rightarrow \boxed{Q_1 = 20 \text{ pC}} \quad \checkmark$$

$$C_2 : \text{ como no pasa cte por esa rama } \Rightarrow \Delta V_C = E_4 = 2V = \frac{Q_2}{C_2}$$

$$\Rightarrow Q_2 = 2V \cdot C_2 = 2V \cdot 2 \text{ pF}$$

$$\boxed{Q_2 = 4 \text{ pC}} \quad \checkmark$$

d) Potencia disipada $\times R_3$

$$\boxed{P_{R3} = I_3^2 \cdot R_3 = 1A^2 \cdot 1\Omega = 1 \text{ Watt.}} \quad \checkmark$$