Física 5^{to}
Solución 1^{er} Examen

Parte A:

1. Comenzamos calculando las fuerzas que producen las cargas q_3 y q_4. Obviamente, las fuerzas en la dirección $\hat{x}$ se anulan, y sólo hay que calcular sus componentes verticales $\hat{y}$. También es obvio que las magnitudes de ambas fuerzas son iguales, por lo que calculamos una sola, y la multiplicamos por 2.

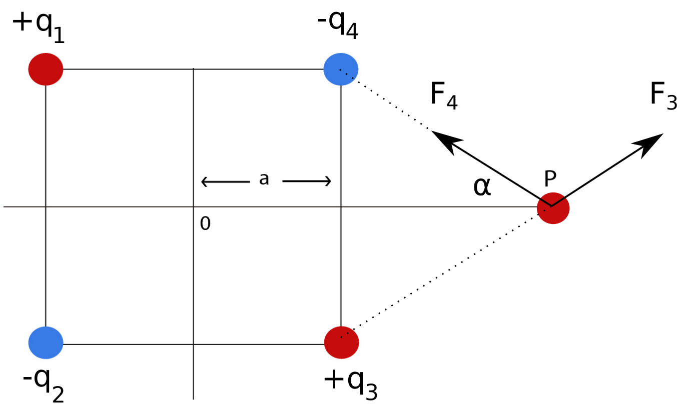


Figure 1: Problema 1

Vamos a llamar a las coordenadas del punto P como (x, y). Por Pitágoras, la distancia r es:

$$\begin{aligned} r_{4P} = r_{3P} = &= \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(9a)^2 + a^2} = \\ &= \sqrt{(9 \times 2.00 \times 10^{-2})^2 + (2.00 \times 10^{-2})^2} = 0.181\,\text{m}\,. \end{aligned}$$

El módulo de cada una de estas fuerzas entonces es:

$$\begin{aligned} |F_4| = |F_3| &= k_e \frac{q_3\, q_P}{r_{3P}^2} = 8.99 \times 10^9 \,\frac{Nm^2}{C^2}\, \frac{2.00 \times 10^{-12}\,\text{C}\; 3.00 \times 10^{-12}\,\text{C}}{(0.181\,\text{m})^2} = \\ &= 1.66 \times 10^{-12}\,\text{N}\,. \end{aligned}$$

El ángulo α se calcula como

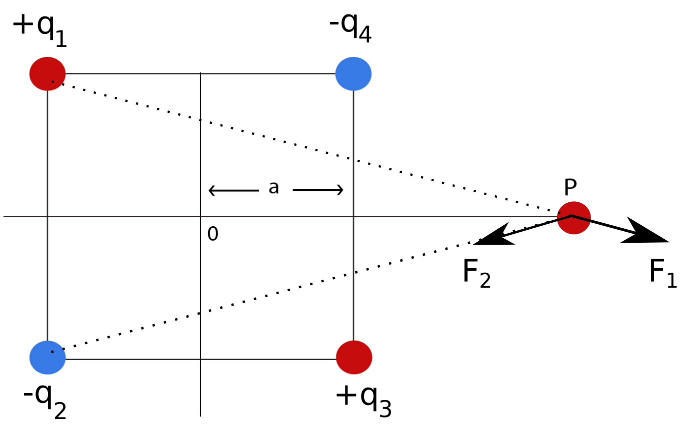
$$\tan\alpha = \frac{y}{x} = \frac{a}{9a} = \frac{1}{9}\,,$$

lo que significa que $\alpha = 0.110657$ rad $= 6.34°$.

La proyección en el eje $\hat{y}$ de esta fuerza es

$$F_{4y} = F_{3y} = F_3 \sin\alpha = (1.66 \times 10^{-12}\,\text{N})\,(0.110432) = 1.82 \times 10^{-13}\,\text{N}\,.$$

El cálculo de las fuerzas que producen las cargas q_1 y q_2 es análogo. Nuevamente, las fuerzas en la dirección $\hat{x}$ se anulan, y sólo hay que calcular las componentes verticales $\hat{y}$.



$$
\begin{aligned}
r_{1P} = r_{2P} &= \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{(11a)^2+a^2} = \\
&= \sqrt{(11\times 2.00\times 10^{-2})^2 + (2.00\times 10^{-2})^2} = 0.221\,\mathrm{m}\,.
\end{aligned}
$$

El módulo de cada una de estas fuerzas entonces es:

$$
\begin{aligned}
|F_1| = |F_2| &= k_e \frac{q_2\, q_P}{r_{2P}^2} = 8.99\times 10^9 \,\frac{Nm^2}{C^2}\, \frac{2.00\times 10^{-12}\,\mathrm{C}\; 3.00\times 10^{-12}\,\mathrm{C}}{(0.221\,\mathrm{m})^2} = \\
&= 1.11\times 10^{-12}\,\mathrm{N}\,.
\end{aligned}
$$

El ángulo α se calcula como

$$
\tan\alpha = \frac{y}{x} = \frac{-a}{11a} = -\frac{1}{11}\,,
$$

lo que significa que $\alpha = -0.09066$ rad $= -5.19°$.

La proyección en el eje $\hat{y}$ de esta fuerza es

$$
F_{1y} = F_{2y} = F_3 \sin\alpha = (1.11\times 10^{-12}\,\mathrm{N})\,(-0.09054) = -1.00\times 10^{-13}\,\mathrm{N}\,.
$$

La fuerza total en la carga es

$$
\begin{aligned}
F_P &= F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + F_{4y} = \\
&= -1.00\times 10^{-13} + -1.00\times 10^{-13} + 1.82\times 10^{-13} + 1.82\times 10^{-13} = \\
&= 1.63\times 10^{-13}\,\mathrm{N}\,.
\end{aligned}
$$

Existe una forma mas elegante de calcular estas fuerzas, que evita tener que calcular los ángulos, y luego tener que calcular los senos, y consiste en utilizar $\sin\alpha = \frac{y}{r}$. Por ejemplo:

$$\begin{aligned} F_{3y} &= F_3 \sin\alpha = k_e \frac{q_3\, q_P}{r_{3P}^2} \sin\alpha = k_e \frac{q_3\, q_P}{r_{3P}^2} \frac{y}{r_{3P}} = \\ &= k_e \frac{q_3\, q_P\, y}{r_{3P}^3} = \\ &= 8.99 \times 10^9 \, \frac{Nm^2}{C^2} \, \frac{2.00 \times 10^{-12}\,\mathrm{C}\; 3.00 \times 10^{-12}\,\mathrm{C}\; 0.02\,\mathrm{m}}{(0.221\,\mathrm{m})^3} = \\ &= 1.82 \times 10^{-13}\,\mathrm{N}\,, \end{aligned}$$

que coincide con lo que obtuvimos anteriormente.

2. Estos problemas han sido resueltos anteriormente en el parcial (la solución también está en la página del curso).

Parte B:

1. En el parcial calculamos la fuerza Coulombiana entre un electrón y un protón a distancia atómica (10^{-10} m). Eso nos dió una fuerza muy pequeña, del orden de 10^{-7} N. Si pensamos entonces en una distancia de 1 m, la fuerza entre estas partículas será 10^{20} veces menor.

   En el problema planteado, las esferas estarían cargadas, ya que la carga del electrón y la del protón difieren en $q_e\, 10^{-9}$ C, es decir, en cada átomo habría una carga de $Q = 10^{-28}$ C. PERO, en un gramo de hidrógeno hay $N_A = 6.02 \times 10^{23}$ átomos. Por lo tanto, cada esfera tiene una carga de $Q_{esfera} = N_A Q \approx 10^{-4}$ C. Si ahora ponemos esa carga en el cálculo de la fuerza Coulombiana:

$$F = k_e \frac{(Q_{esfera})^2}{1} \approx 10^2\,\mathrm{N}\,.$$

2. La tercera ley de Newton (acción y reacción) dice que si un cuerpo 1 ejerce una acción sobre otro cuerpo 2, éste realiza sobre 1 otra acción igual y de sentido contrario. Por lo tanto, la única respuesta correcta es $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$.

3. Supongamos que tenemos dos cargas q_1 y q_2, separadas por una distancia r. En ese caso:

$$F = k_e \frac{q_1\, q_2}{r^2}\,.$$

Ahora modificamos una carga a un tercio, y la distancia al doble:

$$F_2 = k_e \, \frac{\frac{1}{3} q_1 \, q_2}{(2r)^2} = k_e \, \frac{1}{3} \frac{q_1 \, q_2}{4 \, r^2} = k_e \, \frac{1}{12} \frac{q_1 \, q_2}{r^2} = \frac{1}{12} F$$

4. Si en el primer ejercicio se invierten TODOS los signos de las cargas, entonces las fuerzas serían las mismas (las de atracción seguirían siendo atractivas, y lo mismo para las repulsivas). Por lo tanto, no se produce ningún cambio visible en la fuerza resultante.