Problemas de Física 4 §
Atomo de Bohr

1. **Dispersión de Rutherford**

   (a) Un haz de partículas α del Polonio (energía cinética: 5.30 MeV) de una intensidad de 10000 partículas por segundo, incide normalmente sobre una lámina de oro de densidad 19.3 g/cm^3 y espesor 10^{-5} cm. A 10 cm de distancia de la lámina se coloca un detector para partículas α, con una apertura de 1 cm^2, de tal manera que la dirección del haz de partículas forme un ángulo de $\phi°$ con la recta que une el centro del detector con el punto de la lámina donde inciden las partículas. Calcúlese el número de impulsos por hora registrados por el detector para $\phi = 5°$, $10°$, $15°$, $30°$, y $60°$.

   (b) ¿Cuál es la distancia correspondiente al máximo acercamiento de las partículas α de 5.30 MeV al núcleo de los elementos oro, plata, cobre, plomo y uranio? ¿Cuánto vale esta distancia para partículas α de 7.00 MeV y los mismos núcleos?

   (c) Calcular la fracción de partículas α dispersadas según un ángulo comprendido entre 90° y 180°.

2. **Cálculos Básicos**

   (a) Demostrar que el modelo de Bohr cumple con el *teorema virial*: $E = K + U = \frac{U}{2}$.

   (b) Calcular la longitud de onda H_α, H_β y H_γ, (serie Balmer, $n_{low} = 2$) para el H, Li^{2+} y U^{91+}.

   (c) El tiempo de vida del primer estado excitado del H es $t = 10^{-8}$ sec. ¿Cuántas vueltas da un electrón en ese estado, según el modelo de Bohr?

   (d) casos bestiales:

      i. Supongamos al sistema Tierra–Sol como un sistema cuántico. Denominamos a_T, n_T y E_{T_n}, al radio, número orbital y energía de la órbita n, análogo al a_0, n y E_n atómico. Señalar las respuestas correctas:

      (a) $E_{T_1} >> E_1$ (b) $E_{T_1} << E_1$ (c) $E_{T_n} \propto \frac{1}{n_T^2}$ (d) $E_{T_n} \propto n_T^2$ (e) ninguna de las anteri

      ii. En el caso de la órbita terrestre:

      (a) $n_T >> 10^{50}$ (b) $n_T << 1$ (c) $n_T \sim 1$ (d) $n_T < 0$ (e) ninguna de las anteriores

      iii. Supongamos que el átomo de Hidrógeno se mantiene unido al núcleo sólo por la fuerza gravitatoria. En ese caso, el radio de la órbita $n = 1$ es:

      (a) $r_1 > 10^{20}$ m (b) $r_1 < 10^{-20}$ m (c) $r_1 \sim 1$ m (e) ninguna de las anteriores

§ http://www.df.uba.ar/users/dmitnik/fisica4

3. **Espectro del Hidrógeno e Hidrogénicos**

   (a) Diagramar el espectro de los 4 primeros niveles de energía del He^{+}.

   (b) Calcular la energía de ionización del Hidrógeno utilizando el siguiente dato: la longitud de onda mas corta en la serie de Balmer es 3650 Å.

   (c) La longitud de onda mas corta en la serie de Paschen es 8201 Å. Encontrar las 3 longitudes de onda mas largas de esta serie.

   (d) El cociente entre las longitudes de onda mas larga en la serie de Lyman y Balmer es:

   (a) $\frac{5}{27}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{4}{9}$ (d) $\frac{3}{2}$ (e) ninguna de las anteriores

   (e) Los números atómicos del Carbono y del Hierro son $Z_C = 6$ y $Z_{Fe} = 26$. Sea $E_C(27 \to 1)$ la energía de transición entre los niveles 27 y 1 en el C, y $E_{Fe}(2 \to 1)$ la energía entre los niveles 2 y 1 en el Fe. Definimos $R \equiv \frac{E_C(27\to1)}{E_{Fe}(2\to1)}$.
   Elegir la respuesta correcta:

(a) $R < (\frac{6}{27})^2$ (b) $R > (\frac{6}{27})^2$ (c) $R = 1$ (d) $R = \frac{6^2}{27^2}\frac{(27^2-1)}{(4^2-1)}$ (e) ninguna de las anteriores

4. **Líneas de Pickering–Fowler**:
   Alfred Fowler, un espectroscopista alemán, encontró líneas espectrales, en una mezcla de H y He (algunas habían sido encontradas también en espectros estelares por Pickering). El problema era que correspondían al espectro de H, pero para orbitales semi–enteros. La explicación que dió Bohr, es que su modelo también se podía usar, reemplazando en la fórmula para la constante de Rydberg e^2 por $2e^2$, de manera de corregir la doble carga del núcleo. De este modo Bohr explicó que las nuevas líneas espectrales provenían del He. Fowler, que era un experimentalista muy preciso, podía medir las líneas espectrales con cinco figuras significativas. Por lo tanto, a pesar de las incertidumbres en los valores de e, m y h, la relación de la "constante de Rydberg" entre He y H se podía hallar con gran certeza. El valor encontrado por Fowler no era 4, sino 4.0016. ¿Si usted fuese Bohr, qué le respondería a Fowler?

5. **Correcciones al modelo de Bohr**:

   (a) Determinar el cociente entre la masa del Deuterio y la del Hidrógeno, dadas las líneas espectrales H_α (6561.01 Å y 6562.8 Å, respectivamente). Datos de NIST: $\frac{m_e}{m_p} = 5.446170232 \times 10^{-4}$.

   (b) Calcular la velocidad que tiene un electrón en la órbita $n = 1$ y en la $n = 1000$. Repetir el cálculo para U^{91+}.

6. **Principio de Correspondencia**:

   (a) Según la física clásica, una partícula cargada que gira, emite una radiación cuya frecuencia es igual a su frecuencia angular. El *principio de correspondencia de Bohr* enuncia que los resultados de la física cuántica deben coincidir con los resultados clásicos para grandes dimensiones (o sea, cuando los resultados clásicos coinciden con los experimentales). Utilizar el modelo de Bohr para calcular la frecuencia de emisión en H, cuando un electrón pasa de una órbita n, a una $(n-1)$.

i. Graficar las diferencias entre los resultados cuánticos y clásicos, en función de n. ¿Se cumple el principio de correspondencia?
ii. Repetir el gráfico, pero ahora en función del radio atómico.
iii. Demostrar que $\Delta E_n \approx \alpha^2(mc^2/n^3)$ (α es la constante de estructura fina).
iv. Suponer que sólo se pueden diferenciar niveles que estén separados por un $\Delta E > h/\Delta_t$, y que los tiempos de vida de los estados excitados son del orden de 10^{-8} sec. ¿Cuál es el máximo n desde el cual se puede detectar la transición $n \to (n-1)$? ¿Cuál es el radio de éste átomo?

7. **Regla de cuantificación de Wilson–Sommerfeld**:

(a) Verificar que el modelo de Bohr es consistente con esta regla: $L = n\hbar$.

(b) Verificar que usando esta regla para una partícula que oscila armónicamente con frecuencia ν, se obtiene la expresión de cuantificación de Planck $E = n\nu$.

(c) (∗∗) Usando la regla de cuantificación de Wilson–Sommerfeld, calcular los niveles de energía de una pelota rebotando en un campo gravitatorio.
Ayuda: Solucionar el problema para un potencial $V(x)$:

$$\begin{cases} (\frac{V_0}{a})x & 0 < x < a \\ V_0 & x > a \end{cases}$$

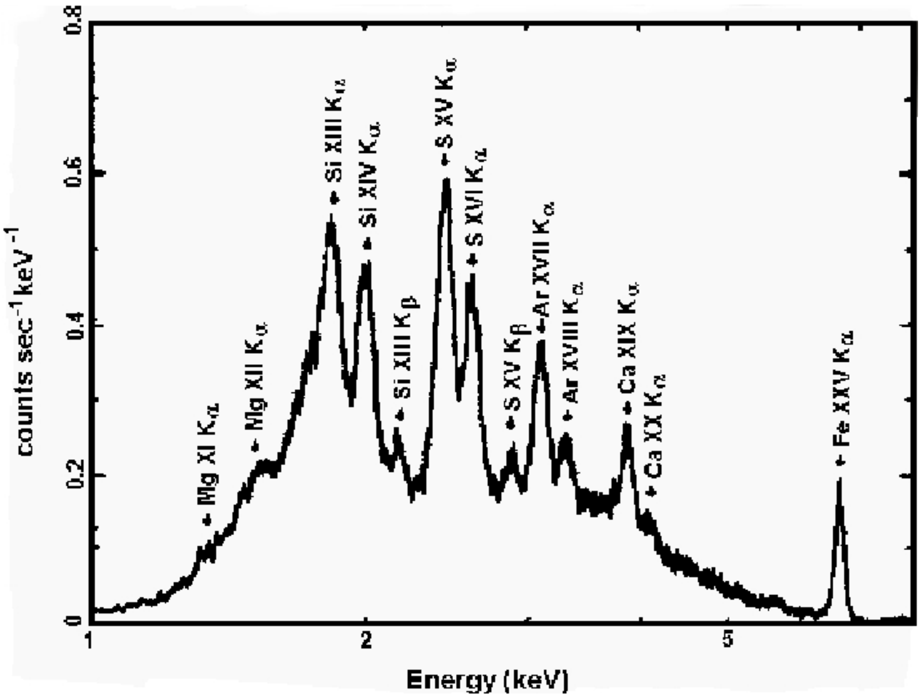
determinando las energías posibles para los casos $E_n < V_0$. El resultado deberá ser una función $E_n(n, V_0/a)$, o sea, sólo depende de la pendiente del potencial, y no de los valores separados de V_0 y a.

8. **Problemas auxiliares**:

(a) Determinar el cociente entre la masa del Deuterio y la del Hidrógeno, dadas las líneas espectrales H_α (6561.01 Å y 6562.8 Å, respectivamente). Datos de NIST: $\frac{m_e}{m_p} = 5.446170232 \times 10^{-4}$.

(b) Calcular la velocidad que tiene un electrón en el átomo de hidrógeno, en la órbita $n = 1$ y en la $n = 1000$. Repetir el cálculo para U^{91+}.

(c) El espectro siguiente corresponde a un plasma, compuesto por diversos elementos, tales como Fe, Ca, ar, Si y Mg. Identificar las posibles transiciones K_α, de los correspondientes iones hidrogénicos.



Mg XI Kα
Mg XII Kα
Si XIII Kα
Si XIV Kα
Si XIII Kβ
S XV Kα
S XVI Kα
S XV Kβ
Ar XVII Kα
Ar XVIII Kα
Ca XIX Kα
Ca XX Kα
Fe XXV Kα
counts sec^{-1} keV^{-1}
Energy (keV)
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
2
5