Problemas de Física 4 §
Teoría Cinética

1. Calcular la energía cinética promedio de un grupo de moléculas a temperatura ambiente.
   - Expresar el resultado en eV.
   - Calcular la velocidad v_{rms} de las moléculas, si estas son de O_2.

2. **Camino libre**
   El Nitrógeno gaseoso (N_2) es el principal componente del aire. A temperatura ambiente y a 1 atmósfera, la masa de gas contenida en un recipiente de un litro es 1.15 gramos (resultado experimental). El radio de una molécula es aproximadamente 1Å.

   (a) Calcular el número medio de moléculas de N_2 que chocan por segundo sobre 1 cm^2 de área de las paredes del recipiente
   Respuesta: $n = 2.1 \times 10^{23}$ moléc s^{-1} cm^{-2}.

   (b) Calcular la energía cinética media de una molécula.
   Respuesta: $\epsilon_k = 6 \times 10^{-14}$ erg.

   (c) Calcular la velocidad media de las moléculas
   Respuesta: $v = 5.1 \times 10^4$ cm/s.

   (d) Calcular la sección eficaz recta para choques entre moléculas
   Respuesta: $\sigma = 12 \times 10^{-16}$ cm^2.

   (e) Calcular el camino libre, y compararlo con el radio de las moléculas
   Respuesta: $l = 3 \times 10^{-5}$ cm.

   (f) Una esfera de vidrio de 1 litro contiene gas N_2 a temperatura ambiente y presión atmosférica. La esfera está encerrada en una cámara grande en la que se ha hecho el vacío. La bola de vidrio tiene un pequeño orificio de unos 10^{-5} cm de radio. Estimar el tiempo necesario para que el 1% de las moléculas se escapen de la esfera al vacío que la rodea.
   Respuesta: 45 días.

3. **Distribución de velocidades**

   (a) La distribución de velocidades de un grupo de N partículas está definida por

   $$dN_v = \begin{cases} k\,dv & 0 < v < V_{\max} \\ 0 & v > V_{\max} \end{cases}$$

   i. Graficar la función de distribución
   ii. Hallar la constante k en función de N y $V_{\max}$
   iii. Hallar las velocidades v_{rms}, v_{avg} (promedio) y v_p (más probable).

   (b) Repetir el problema para la distribución

   $$dN_v = \begin{cases} k\,v\,dv & 0 < v < V_{\max} \\ 0 & v > V_{\max} \end{cases}$$

§ http://www.df.uba.ar/users/dmitnik/fisica4

4. **Distribución de Maxwell–Boltzmann**
   (a) Encontrar la velocidad v_{rms} para una distribución de Maxwell–Boltzmann
   (b) Encontrar la velocidad v_{avg} promedio, para una distribución de Maxwell–Boltzmann
   (c) Encontrar la velocidad v_p más probable, para una distribución de Maxwell–Boltzmann.
   (d) Graficar la distribución de Maxwell–Boltzmann, y señalar las velocidades anteriores en el gráfico.

5. **Teorema de Equipartición de la Energía**
   (a) En los casos en que la energía total de una partícula se puede escribir en la forma:

   $$E = \sum_{i=1}^{n} c_i q_i^2$$

   demostrar que la distribución de Maxwell–Boltzmann es de la forma:

   $$F = Ae^{-\frac{E}{kT}},$$

   donde

   $$A = N\frac{(c_1 c_2 ... c_n)^{1/2}}{(\pi kT)^{n/2}}$$

   (b) Comprobar que la normalización es correcta para $c_1 = c_2 = c_3 = m/2$
   (c) Encontrar una expresión de $\frac{N}{A}$, derivarla respecto a kT, y demostrar el teorema de equipartición.

6. Suponer un sistema de 2 estados, cuyas energías son ϵ y 2ϵ, respectivamente. Encontrar la energía promedio en el equilibrio. Graficar $E_{avg}(T)$.

7. Considerando a un sólido como un sistema de N partículas unidas entre sí por resortes de constantes k_x, k_y y k_z, encontrar la energía media del sistema y el calor específico molar (Ley de Dulong–Petit).

8. Considerar un conjunto de osciladores unidimensionales cuya energía viene dada por

   $$E = \frac{p^4}{2m} + bx^4$$

   siendo b una constante.
   (a) Calcular la energía cinética media de un oscilador
   (b) Calcular su energía potencial
   (c) Calcular su energía media
   (d) Calcular el calor específico a volumen constante

9. Partiendo del primer principio de la termodinámica, de la relación entre la densidad energética y la presión de radiación $p = u(T)/3$, donde $U = u(T)V$, y de que $dS = dQ/T$ es un diferencial exacto, demostrar la Ley de Stefan–Boltzmann.