Problemas de Física 4
§ Radiación de Cuerpo Negro

A. Problemas "teóricos"

1. Expresar la densidad de energa monocromática de la radiación de cuerpo negro en función de la longitud de onda λ.
   Ayuda: $\rho_T(\lambda)d\lambda = -\rho_T(\nu)d\nu$
   (a) Dibujar las dos funciones para T y $2T$
   (b) Hallar los puntos de máxima intensidad. ¿Coinciden? ¿Por qué?
   (c) Chequear la Ley de desplazamiento de Wien: $\lambda_{\max}T =$ constante
2. Demostrar que la función de Planck satisface la Ley de desplazamiento de Wien
   Ayuda: la ecuación trascendental $e^{-x} + x/5 - 1 = 0$ tiene como solución $x = 4.97$ (no intentar solucionarla!)
3. Hallar la densidad de energía total de la radiación de cuerpo negro en función de la temperatura. ¿Qué ley de la termodinámica está satisfaciendo?
   Ayuda: $\int \frac{x^3}{e^x-1}dx = \frac{\pi^4}{15}$
4. Demostrar que el número de modos de oscilación por unidad de volumen en una cavidad cúbica es:
$$dn = \frac{8\pi}{c^3}\nu^2 d\nu \qquad (1)$$
5. Comprobar si la distribución de Wien cumple con
   (a) Ley de desplazamiento de Wien
   (b) Ley de Stefan–Boltzmann ($R_T = \sigma T^4$)
6. Graficar la distribución de Wien, de Planck y de Rayleigh para varias temperaturas. ¿En qué rango coinciden hasta un 5 %?
7. (**) Partiendo de la hipótesis:
$$\begin{aligned} \frac{d^2S}{dU^2} &= -\frac{\alpha}{U(\beta+U)} \\ \frac{dS}{dU} &= \frac{1}{T} \end{aligned}$$
   (a) Obtener $U(T)$
   (b) Si U es la energía promedio por modo oscilatorio, demostrar que se obtiene la función distribución de Planck
   (c) ¿Qué significan α y β?
   (d) Analizar los casos para $\beta >> U$ y $\beta << U$
8. (**) Suponiendo que $E_n = nh\nu$

§ http://www.df.uba.ar/users/dmitnik/fisica4

(a) Hallar $< E >= \frac{\sum_n E_n e^{-\frac{E_n}{kT}}}{\sum_n e^{-\frac{E_n}{kT}}}$

(b) Siendo $< E >$ la energía promedio por modo oscilatorio, hallar la distribución de Planck.

B. Problemas adicionales

1. ¿Cuánto vale la constante de Planck? Comparar este valor con alguna acción de nuestra vida cotidiana (por ejemplo, levantar una hormiga 1 centímetro durante 1 segundo)

2. ¿A qué longitud de onda emite la *radiación cósmica de fondo*? ¿A qué temperatura equivale?

3. Una cavidad irradiante cuyo volumen es 1 cm^3, se encuentra en equilibrio térmico a 1000 °K. ¿Cuántos fotones, aproximadamente, hay dentro de la cavidad?
   (a) 10^{10} (b) 10^{50} (c) 10^{2} (d) 10^{-10} (e) ninguna de las anteriores

4. Suponiendo el problema anterior, ¿Cuál es, aproximadamente, la energía promedio de los fotones?
   (a) 1 eV (b) 10^{10} eV (c) 10^{-10} eV (d) 10 J (e) ninguna de las anteriores

5. Suponiendo el problema anterior, ¿En qué rango del espectro se encuentra esa emisión
   (a) infrarrojo (b) ultravioleta (c) rayos Gamma (d) microondas (e) ninguna de las anteriores

6. Suponer que el Sol irradia como un cuerpo negro.
   Datos:
   Radio del Sol: $R_s = 7 \times 10^{10}$ cm.
   Distancia Sol–Tierra: $r = 1.5 \times 10^{13}$ cm.
   Energía por unidad de área y tiempo que llega a la Tierra: $W = 1.4 \times 10^6$ erg/(cm^2 seg).

   (a) Hallar la temperatura en la superficie del Sol
   (b) ¿De qué color es el Sol?
   (c) Suponer que las nubes reflejan el 40 % de la radiación recibida por el Sol. ¿Cuál es la temperatura superficial de la Tierra? (Atención: W es el flujo perpendicular a la Tierra, hay que calcular el flujo promedio que llega a la Tierra).
   (d) Si la Tierra recibe constantemente energía, por qué no se calienta hasta derretirse?

7. Un cuerpo negro se encuentra a una temperatura $T = 2000$ °K. Si logramos absorber energía en una banda de 100 Å, calcular la relación de la energía absorbida cuando la banda está centrada en 5000 Å (visible) y 50000 Å (infrarojo). Calcular la misma relación para una banda de 50 Å y una longitud de onda infraroja de 25000 Å.

8. Una cavidad radiante a 6000 °K tiene una abertura de 10 mm de diámetro. Encontrar la potencia irradiada a través del agujero en el rango de longitudes de onda $\lambda = 5500 - 5510$ Å.
   Respuesta: ≈ 7.5 W.

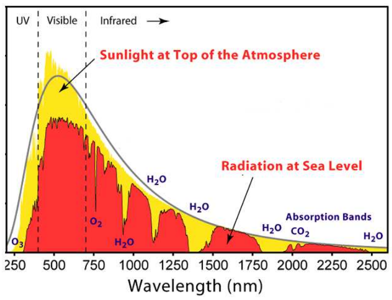
9. Para una temperatura T_i determinada, la longitud de onda de máxima radiación $\lambda_{max} = 6500$ Å. Se eleva la temperatura hasta T_f, de modo tal que la radiancia a $\lambda = 6500$ Å se duplica. Calcular la longitud de onda de máxima radiación para esta temperatura.
   Ayuda: $R_T(\lambda) = \frac{c}{4}\rho_T(\lambda)$
   Respuesta: $\lambda_{max} = 5585$ Å.

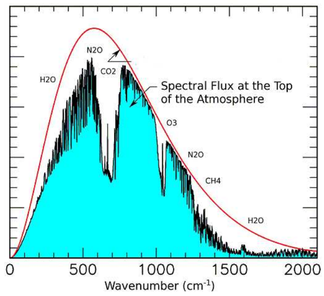
10. Una esfera de Tungsteno (W) de 2.3 cm de diámetro, es calentada hasta una $T_i = 2000$ °K. A esta temperatura, el W irradia aproximadamente un 30% de la energía irradiada por un cuerpo negro (a $T = T_i$).

    (a) Si la esfera fuese un cuerpo negro, ¿a qué temperatura irradia esa cantidad de energía? (antes de hacer cuentas, a mayor temperatura, igual o menor ... ?).

    (b) Si la esfera fuese un cuerpo negro, ¿qué diámetro debería tener para irradiar, a $T = T_i$, la misma cantidad de energía? (antes de hacer cuentas, mayor diámetro, igual o menor ... ?).

11. Estimar a qué temperatura se encuentran estos cuerpos.


UV
Visible
Infrared
Sunlight at Top of the Atmosphere
Radiation at Sea Level
O_3
O_2
H_2O
H_2O
H_2O
H_2O
Absorption Bands
CO_2
H_2O
250 500 750 1000 1250 1500 1750 2000 2250 2500
Wavelength (nm)


H2O
N2O
CO2
Spectral Flux at the Top of the Atmosphere
O3
N2O
CH4
H2O
0 500 1000 1500 2000
Wavenumber (cm^{-1})