Se me ocurre por el momento la siguiente demostración, que probablemente sea correcta.

En primer lugar, les dejo como ejercicio simple demostrar que la eficiencia de un refrigerador de Carnot es

$$\epsilon_c = \frac{T_L}{T_H - T_L}\,,$$

donde llamamos como siempre T_H a la temperatura caliente y T_L a la fría. Del mismo modo, el calor que sale de la fuente caliente es Q_H, y el que entra a la fuente fría es Q_L.

Veamos primero una máquina Térmica.
La desigualdad de Clausius dice que

$$\frac{Q_H}{T_H} + \frac{Q_L}{T_L} \leq 0\,,$$

y la igualdad sólo se da en el caso reversible.

Recuerden cuando pusimos en práctica la desigualdad de Clausius, con un ejemplo simple de dos fuentes térmicas: la desigualdad se escribió haciendo positivo al calor que sale de la fuente térmica y negativo el que entra en ella. O sea, que estamos haciendo

$$\frac{|Q_H|}{T_H} - \frac{|Q_L|}{T_L} \leq 0\,,$$

o lo que es equivalente:

$$\frac{|Q_H|}{T_H} \leq \frac{|Q_L|}{T_L}\,.$$

Ahora conservemos la misma nomenclatura, y simplemente demos vuelta las flechas. Esto quiere decir que de la fuente fría **sale** un calor $|Q_L|$ y **entra** un calor $|Q_H|$ a la fuente fría.

En este caso, todos los signos se dan vuelta (prueben con el mismo ejemplo que di en clase) y nos queda

$$\frac{|Q_H|}{T_H} \geq \frac{|Q_L|}{T_L}\,,$$

que es lo mismo que decir

$$\frac{|Q_H|}{|Q_L|} \geq \frac{T_H}{T_L}\,.$$

Ahora calculamos la eficiencia de un refrigerador:

$$\begin{aligned}
\epsilon = \frac{|Q_L|}{W} &= \frac{|Q_L|}{|Q_H| - |Q_L|} = \frac{1}{\frac{|Q_H|}{|Q_L|} - 1} \\
&\leq \frac{1}{\frac{T_H}{T_L} - 1} = \frac{T_L}{T_H - T_L} = \epsilon_c\,.
\end{aligned}$$

- $\epsilon = \epsilon_c :$ $\quad \rightarrow$ Máquina reversible
- $\epsilon < \epsilon_c :$ $\quad \rightarrow$ Máquina irreversible
- $\epsilon > \epsilon_c :$ $\quad \rightarrow$ Máquina que no existe