Problemas de Física 4
§ Spin

1. **Spin**

   (a) Sean $\alpha\rangle$ y $\beta\rangle$ los autoestados de spin 1/2. Encontrar:
   (a) $S^2|\alpha\rangle$ (b) $S^2|\beta\rangle$ (c) $S_z|\alpha\rangle$ (d) $S_z|\beta\rangle$
   (e) $S_+|\alpha\rangle$ (f) $S_-|\alpha\rangle$ (g) $S_x|\alpha\rangle$ (h) $S_y|\alpha\rangle$

   (b) Representar (en la representación anterior) las matrices:
   (a) S^2 (b) S_+ (c) S_-
   (d) S_z (e) S_x (f) S_y

   (c) Comprobar que las matrices anteriores cumplen la relación de conmutación que define un momento angular

   (d) Supongamos que se mide S_z en un estado χ y se obtiene el valor $\hbar/2$ con probabilidad $[a|^2$, y el valor $-\hbar/2$ con probabilidad $[b|^2$. ¿Qué valores de S_x se podrán medir, y con qué probabilidad?

2. **Matrices de Pauli**

   (a) Calcular las trazas, los determinantes, y las relaciones de conmutación y anticonmutación de las matrices de Pauli $\hat{\sigma}_i$, $(i = x, y, z)$.

   (b) Calcular $\hat{\sigma}_x\hat{\sigma}_y\hat{\sigma}_z$

   (c) Sea una matriz X de 2×2 (no necesariamente Hermítica ni unitaria), que se escribe en la forma

   $$X = a_0 + \sigma \cdot \mathbf{a}$$

   donde $\mathbf{a}$ es un vector 3-d.

   i. Hallar $\mathrm{Tr}(X)$ y $\mathrm{Tr}(\sigma_k X)$ en función de a_i
   ii. Hallar a_i en términos de los elementos de matriz X_{ij}

   (d) Sean $\hat{\mathbf{A}}$ y $\hat{\mathbf{B}}$ dos operadores vectores en tres dimensiones que conmutan con $\hat{\sigma}$. Demostrar que

   $$(\hat{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{A}})(\hat{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{B}}) = \hat{\mathbf{A}} \cdot \hat{\mathbf{B}} + i\hat{\sigma} \cdot (\hat{\mathbf{A}} \times \hat{\mathbf{B}})$$

3. **Interacción Spin-Orbita**

   (a) La interacción del spin del electrón con el momento angular de su propia órbita introduce un término adicional en la energía, que se puede escribir como

   $$E_{SL} = aS \cdot L$$

   Calcular el valor de E_{SL} para los casos $S_z = \pm\frac{1}{2}$, y encotrar sus diferencias. Calcular la diferencia energética (en función de a) para el caso específico $L = 2$.

§ http://www.df.uba.ar/users/dmitnik/fisica4