Problemas de Física 4 §
Trabajo

1. **Politropas y Gases Ideales**
   (a) Dibujar las funciones $PV^n = C$ para distintos n (procesos politrópico).
   (b) Completar la Tabla dada de "Procesos en Gases Ideales"

2. **Problemas utilitarios**
   (a) Cuál es la diferencia entre **área** y **superficie**?
   (b) Un objeto se mueve en el plano $x - y$ bajo la influencia de una fuerza que tiene sólo un componente x:

$$F_x = xy.$$

   Calcular el trabajo que realiza esta fuerza para llevar el objeto desde el orígen hasta el punto $(x, y) = (1, 1)$: (a) en un camino recto $y = x$; (b) en un camino parabólico $y = x^2$.
   (c) Un resorte está estirado respecto a su longitud de reposo. Si el resorte llega a la elongación nula en forma reversible
   - ¿el trabajo de la fuerza exterior es positivo o negativo?
   - ¿y el trabajo de la fuerza de restitución?
   - ¿y si el resorte estaba inicialmente comprimido?
   - repetir el análisis anterior, pero ahora partimos de una compresión inicial, y terminamos en un estado final más comprimido aún.

3. **Cálculos simples de trabajos**
   (a) Supongamos un cilindro lleno de He, que se expande reversiblemente de acuerdo a la relación $pV^{1.5}$ =const. El volumen inicial es 0.1 m^3, la presión inicial 450 kPa, y la temperatura inicial 250 K. Después de la expansión, la presión es 200 kPa. El trabajo producido en el sistema durante el proceso de expansión es:

(a) faltan datos (b) -21.32 kJ (c) 21.32 kJ (d) ninguna de las anteriores

   (b) El trabajo que se hace en una masa de 2 kg de aire cuando se expande reversiblemente e isotérmicamente a 300 K, desde un volumen inicial $V_1 = 2$ m^3 a un volumen final $V_2 = 4$ m^3 es:

(a) faltan datos (b) $>$ 100 ergs (c) $>$ 150 ergs (d) ninguna de las anteriores

   (c) Si en el problema anterior, en lugar de dar como datos los volumenes se hubiesen dado las presiones, el trabajo que se hace sería:

(a) $-nRTln\frac{P_2}{P_1}$ (b) $nRTln\frac{P_2}{P_1}$ (c) $-nRTln\frac{P_1}{P_2}$ (d) $nRTln\frac{P_1}{P_2}$

§ http://www.df.uba.ar/users/dmitnik/fisica4

(d) En el estado inicial de un gas ideal $p = 100$ kPa y $v = 0.3\ \frac{m^3}{Kg}$. Calcular el trabajo (por Kg) en los siguientes procesos:

   i. presión constante hasta que el volumen final sea $v = 1.5\ \frac{m^3}{Kg}$
   ii. proceso isotérmico, hasta que el volumen final sea $v = 0.5\ \frac{m^3}{Kg}$.
   iii. volumen constante, hasta que la presión final sea 400 kPa.

   Hacer un boceto de los recorridos en diagramas $p - v$ y especificar en cada caso quién hace los trabajos.

4. **Ciclos**

   (a) Un gas ideal evoluciona en forma reversible a lo largo de un ciclo triangular (en un diagrama $p - v$) cuyos vértices están en $(V, p) = (3\ \mathrm{m}^3$, 2 kPa), (5 m^3, 2 kPa) y (3 m^3, 6 kPa), para volver al punto (3 m^3, 2 kPa). Calcular el trabajo realizado por el gas.

   (b) Una máquina reversible produce un ciclo de trabajo representado por un círculo de 5 cm de diámetro en un diagrama pv. Las escalas de presión y volumen específico son:

$$\text{escala } p : 1 \text{ cm} = 200 \text{ kPa}$$
$$\text{escala } v : 1 \text{ cm} = 1.2\ \frac{m^3}{Kg}$$

   El trabajo producido en 1 kg de fluído es:

(a) faltan datos (b) $<$ 0.5 kJ (c) $>$ 0.5 kJ (d) ninguna de las anteriores

5. **Problemas Adicionales**

   (a) Sea un cilindro lleno de gas a $P_0 = 1$ atm. provisto de un pistón, de 200 cm^2 de superficie, que se halla inicialmente a una distancia x_0 de la base.

   i. En el exterior hay vacío
      A. Calcular la fuerza que actúa sobre el pistón
      B. Calcular el trabajo realizado por el gas cuando se pasa de x_0 a $x_0 + 3$ cm.
   ii. En el exterior la presión es $p_{ext} = 3$ atm.
      A. Calcular la fuerza que actúa sobre el pistón
      B. Calcular el trabajo realizado por el gas cuando se pasa de x_0 a $x_0 - 5$ cm.

   (b) Un hilo metálico está sometido a una tensión $\tau = 2 \times 10^6$ dinas al estar atado a dos soportes rígidos fijos, separados entre sí en $L = 1.2$ m. La sección del hilo es $A = 0.0085\ \mathrm{cm}^2$, el coeficiente de dilatación lineal $\alpha = 1.5 \times 10^{-5}\ ^\circ\mathrm{C}^{-1}$, el módulo de Young $Y = 2 \times 10^{12}$ dinas/cm^2, y la temperatura $T = 20\ ^\circ$C. Si se reduce la temperatura en 12 °C, ¿cuánto valdrá la tensión final?

   (c) Un sistema consiste en un resorte cuyas variables termodinámicas son la elongación x, la temperatura T y la fuerza F que ejerce sobre el resorte. La ecuación de estado y la energía están dadas por

$$\begin{aligned} F &= -k\,x + b\,\mu\,T \\ E &= \frac{1}{2} k\,x^2 + c\,T\,, \end{aligned}$$

   donde $\mu = 2 \times 10^5$ dinas/cm, $b = 0.0025$ cm/K y $c = 1$ J/K.

i. Calcular la capacidad calorífica del resorte a x constante.
ii. Idem, pero a F constante.
iii. Encontrar la ecuación de las adiabáticas del resorte.
iv. Suponiendo que inicialmente no hay fuerzas externas aplicadas al resorte, y que en un cierto instante se aplica una fuerza de 300 $\vec{g}$, mientras que se mantiene al resorte en contacto con una fuente térmica a 300 °K. Calcular la variación de energía y el calor absorbido por el resorte.

(d) Se tiene un sistema simple descripto por las variables termodinámicas x y T. Se conoce que para cada valor de x, la energía es una función monótona creciente de T (manteniendo x constante).

i. El sistema pasa de un estado A a uno B en forma adiabática reversible, realizando un trabajo W_1. ¿En cuánto cambió la energía del sistema?
ii. Si el sistema hubiese pasado del mismo estado A a un estado con el mismo x_b, en forma adiabática pero irreversible, y realizando un trabajo $W_2 < W_1$, ¿en cuánto varió la energía interna del sistema? ¿La temperatura final alcanzada será mayor, igual o menor que en el caso anterior?

(e) Un cilindro de volumen V, cerrado en sus dos extremos, contiene una mezcla de n_1 moles de N_2, y n_2 moles de O_2. Un pistón semipermeable – permeable a N_2 e impermeable a O_2 – está inicialmente en un extremo y es desplazado de modo que deja detrás de sí un volumen V_1 que contiene únicamente N_2. Un segundo pistón semipermeable – permeable a O_2 e impermeable a N_2 – está al comienzo en el otro extremo y es desplazado de modo de dejar detrás de sí un volumen V_2 que contiene solamente O_2. Los desplazamientos se realizan reversiblemente y a temperatura constante.

i. Calcular el trabajo entregado al sistema. Mostrar que no depende del orden en que se efectúan los desplazamientos.
ii. Calcular el trabajo necesario para separar completamente los gases. Calcular los volumenes para los cuales este trabajo es mínimo. Calcular la relación que existe entre las presiones en este caso.
iii. Si la mezcla inicial es $\frac{n_1}{n_2} = 4$, la presión es 1 atm, y la temperatura es 20 °C, calcular el mínimo trabajo necesario para separar 1 kg de O_2.

(f) Un gas se encuentra en equilibrio dentro de un pistón cilíndrico, de 0.03 m^2 de área. La presión del gas es de 150 kPa y la presión externa al pistón es de 100 kPa. En esas condiciones se le entrega calor al gas de modo que éste se expande sin variar su presión.

- ¿Cuánto vale el trabajo realizado por el gas si el émbolo asciende 0.3 m?
- ¿Cuál es el trabajo realizado en la misma evolución por el sistema émbolo+gas?
- ¿Cuánto vale el trabajo realizado por el entorno si se considera al gas como sistema?

6. **Verdadero o Falso?**

(a) Se tiene un gas en un pistón ideal (sin rozamiento) en contacto con un reservorio térmico, y 2 pesas idénticas. Inicialmente (Figura 1(a)) una de las pesas está sobre el émbolo, y el sistema está en equilibrio. Supongamos que se pueda deslizar la pesa sin rozamiento hasta que esté fuera del émbolo. Entonces, el gas comenzará a expandirse, hasta llegar a otro estado de equilibrio en una altura h (Figura 1(b)). Exactamente a esta altura se encuentra la segunda pesa, la cual se desliza sin rozamiento hasta el émbolo, y por lo tanto este se comprime, volviendo a la situación inicial.

i. Como el proceso comienza y termina en el mismo estado es reversible.

ii. Si el gas es ideal, tenemos un ciclo en el cual $\Delta \mathbf{U} = 0$, y todo el calor entregado por la fuente se convierte en trabajo.

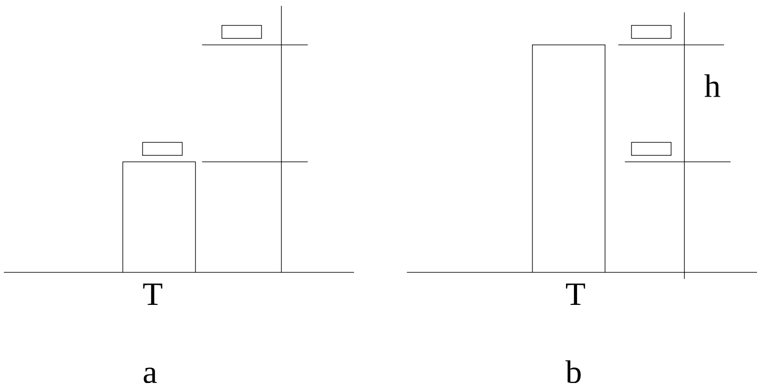

Figure 1: Sistema pistón–pesas

(b) Según el siguiente razonamiento:

$$\begin{aligned} dq &= dU + pdV \\ dq &= \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right) dV \end{aligned}$$

De aquí obtenemos que:

$$\left(\frac{\partial q}{\partial T}\right)_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V \qquad \left(\frac{\partial q}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p$$

Derivando:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial V}\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V &= \frac{\partial}{\partial T}\left(\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right) \\ \frac{\partial^2 U}{\partial V \partial T} &= \frac{\partial^2 U}{\partial T \partial V} + \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \end{aligned}$$

Como U es función de estado obtenemos que

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V = 0$$

por lo tanto

i. p es constante