Problemas de Física 4 [§]
Trabajo, Calor y Ley 1 de la Termodinámica

1. **Politropas y Gases Ideales**
   (a) Dibujar las funciones $PV^n = C$ para distintos n (procesos politrópico).
   (b) Completar la Tabla dada de "Procesos en Gases Ideales"
2. **Cálculos simples de trabajos**

(a) Supongamos un cilindro lleno de He, que se expande reversiblemente de acuerdo a la relación $pV^{1.5}$ =const. El volumen inicial es 0.1 m^3, la presión inicial 450 kPa, y la temperatura inicial 250 K. Después de la expansión, la presión es 200 kPa. El trabajo producido en el sistema durante el proceso de expansión es:

(a) faltan datos (b) -21.32 kJ (c) 21.32 kJ (d) ninguna de las anteriores

(b) El trabajo que se hace en una masa de 2 kg de aire cuando se expande reversiblemente e isotérmicamente a 300 K, desde un volumen inicial $V_1 = 2$ m^3 a un volumen final $V_2 = 4$ m^3 es:

(a) faltan datos (b) $>$ 100 ergs (c) $>$ 150 ergs (d) ninguna de las anteriores

(c) Si en el problema anterior, en lugar de dar como datos los volumenes se hubiesen dado las presiones, el trabajo que se hace sería:

(a) $-nRTln\frac{P_2}{P_1}$ (b) $nRTln\frac{P_2}{P_1}$ (c) $-nRTln\frac{P_1}{P_2}$ (d) $nRTln\frac{P_1}{P_2}$

(d) En el estado inicial de un gas ideal $p = 100$ kPa y $v = 0.3\ \frac{m^3}{Kg}$. Calcular el trabajo (por Kg) en los siguientes procesos:
   i. presión constante hasta que el volumen final sea $v = 1.5\ \frac{m^3}{Kg}$
   ii. proceso isotérmico, hasta que el volumen final sea $v = 0.5\ \frac{m^3}{Kg}$.
   iii. volumen constante, hasta que la presión final sea 400 kPa.

   Hacer un boceto de los recorridos en diagramas $p - v$ y especificar en cada caso quién hace los trabajos.

(e) Sea un cilindro lleno de gas a $P_0 = 1$ atm. provisto de un pistón, de 200 cm^2 de superficie, que se halla inicialmente a una distancia x_0 de la base.
   i. En el exterior hay vacío
      A. Calcular la fuerza que actúa sobre el pistón
      B. Calcular el trabajo realizado por el gas cuando se pasa de x_0 a $x_0 + 3$ cm.
   ii. En el exterior la presión es $p_{ext} = 3$ atm.
      A. Calcular la fuerza que actúa sobre el pistón
      B. Calcular el trabajo realizado por el gas cuando se pasa de x_0 a $x_0 - 5$ cm.

[§] http://www.df.uba.ar/users/dmitnik/fisica4

(f) Calcular

- La temperatura final.
- El trabajo realizado por el sistema.
- El cambio en la energía interna.
- El calor específico del gas.
- El calor entregado al sistema.

Para los siguientes casos:

i. Un kilogramo de aire está confinado en un recipiente de 0.2 m^3. La presión inicial es 350 kPa. Al entregarse 120 kJ de calor, la temperatura sube hasta 411.5 K.

ii. Aire a una temperatura de 500 ℃ se comprime a una presión constante de 1.2 Mpa desde un volumen de 2 m^3 a un volumen de 0.4 m^3. La energía interna disminuye en 4820 kJ.

iii. Un kilogramo de un gas ideal cuyo calor específico $c_v = 0.511$ kJ/kg K y su masa atómica es 45, se expande reversible y adiabáticamente. La presión inicial es 620 kPa y el volumen inicial 0.15 m^3. El volumen final es 1 m^3.

3. **Trabajo y Calor – Otros Procesos**

(a) Un gas se halla dentro de un cilindro aislado termicamente, provisto de un pistón trabado, de 100 cm^2 de área, y que se puede deslizar sin rozamiento. El gas está a 10 atm. y la presión exterior es de 1 atm. Sobre el pistón hay una pesa de 100 gr.

i. Se suelta el pistón y se deja expandir el gas, hasta que el pistón es detenido por otra traba, a 10 cm. por encima de la posición inicial.

A. ¿Es reversible este proceso?

B. ¿Cuánto vale la fuerza que impulsa el pistón hacia arriba en el momento de sacar la primer traba?

C. ¿Cuánto vale el trabajo entregado por el gas durante la expansión?

D. ¿Cuánto vale la variación de energía interna?

ii. Supongamos que el pistón no puede deslizarse sin rozamiento, y que la fuerza rozamiento es 10000 dinas, repetir el problema anterior.

(b) Un gas tiene la ecuación de estado

$$p = \frac{RT}{V}(1 + \frac{aT}{V}),$$

siendo su energía interna de la forma:

$$U(V,T) = U_0(T) + \frac{RaT^2}{V};$$

i. hallar el trabajo entregado por el gas durante una expansión isotérmica reversible, desde V_0 hasta $3V_0$.

ii. ídem, durante una expansión isotérmica contra una presión constante p_0, desde V_0 hasta $3V_0$.

iii. hallar la variación de la energía interna y el calor absorbido por el gas en los dos casos anteriores.

4. Problemas Adicionales

(a) Un hilo metálico está sometido a una tensión $\tau = 2 \times 10^6$ dinas al estar atado a dos soportes rígidos fijos, separados entre sí en $L = 1.2$ m. La sección del hilo es $A = 0.0085$ cm^2, el coeficiente de dilatación lineal $\alpha = 1.5 \times 10^{-5}$ ℃$^{-1}$, el módulo de Young $Y = 2 \times 10^{12}$ dinas/cm^2, y la temperatura $T = 20$ ℃. Si se reduce la temperatura en 12 ℃, ¿cuánto valdrá la tensión final?

(b) Un sistema consiste en un resorte cuyas variables termodinámicas son la elongación x, la temperatura T y la fuerza F que ejerce sobre el resorte. La ecuación de estado y la energía están dadas por

$$
\begin{aligned}
F &= -k\,x + b\,\mu\,T \\
E &= \frac{1}{2}k\,x^2 + c\,T\,,
\end{aligned}
$$

donde $\mu = 2 \times 10^5$ dinas/cm, $b = 0.0025$ cm/K y $c = 1$ J/K.

i. Calcular la capacidad calorífica del resorte a x constante.
ii. Idem, pero a F constante.
iii. Encontrar la ecuación de las adiabáticas del resorte.
iv. Suponiendo que inicialmente no hay fuerzas externas aplicadas al resorte, y que en un cierto instante se aplica una fuerza de 300 $\vec{g}$, mientras que se mantiene al resorte en contacto con una fuente térmica a 300 °K. Calcular la variación de energía y el calor absorbido por el resorte.

(c) Se tiene un sistema simple descripto por las variables termodinámicas x y T. Se conoce que para cada valor de x, la energía es una función monótona creciente de T (manteniendo x constante).

i. El sistema pasa de un estado A a uno B en forma adiabática reversible, realizando un trabajo W_1. ¿En cuánto cambió la energía del sistema?
ii. Si el sistema hubiese pasado del mismo estado A a un estado con el mismo x_b, en forma adiabática pero irreversible, y realizando un trabajo $W_2 < W_1$, ¿en cuánto varió la energía interna del sistema? ¿La temperatura final alcanzada será mayor, igual o menor que en el caso anterior?

(d) Un cilindro de volumen V, cerrado en sus dos extremos, contiene una mezcla de n_1 moles de N_2, y n_2 moles de O_2. Un pistón semipermeable – permeable a N_2 e impermeable a O_2 – está inicialmente en un extremo y es desplazado de modo que deja detrás de sí un volumen V_1 que contiene únicamente N_2. Un segundo pistón semipermeable – permeable a O_2 e impermeable a N_2 – está al comienzo en el otro extremo y es desplazado de modo de dejar detrás de sí un volumen V_2 que contiene solamente O_2. Los desplazamientos se realizan reversiblemente y a temperatura constante.

i. Calcular el trabajo entregado al sistema. Mostrar que no depende del orden en que se efectúan los desplazamientos.
ii. Calcular el trabajo necesario para separar completamente los gases. Calcular los volumenes para los cuales este trabajo es mínimo. Calcular la relación que existe entre las presiones en este caso.
iii. Si la mezcla inicial es $\frac{n_1}{n_2} = 4$, la presión es 1 atm, y la temperatura es 20 ℃, calcular el mínimo trabajo necesario para separar 1 kg de O_2.

(a) $\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T = \frac{c_p - c_v}{\beta v} + p$ (b) $\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T = \frac{\beta v}{c_p - c_v} - p$ (c) $\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T = \frac{c_p - c_v}{\beta v} - p$ (d) ninguna de las anteriores

5. **Problemas de Examenes**

(a) Elegir la respuesta correcta:

(b) Elegir la respuesta correcta:

(a) $\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_S = \frac{c_v - c_p}{\beta v c_v}$ (b) $\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_S = \frac{c_v - c_p}{\kappa v c_v}$ (c) $\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_S = \frac{c_p - c_v}{\beta v c_v}$ (d) ninguna de las anteriores

(c) Elegir la respuesta correcta: Para un gas que cumple con $(a, b > 0)$:

$$p = \frac{RT}{v - b} - \frac{a}{v^2}$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)_T = \frac{a}{v^2}$$

(a) $c_v - c_p = R$ (b) $c_p - c_v > R$ (c) $c_p - c_v < R$ (d) ninguna de las anteriores

(d) Sea

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v}.$$

Un proceso adiabático, para un gas ideal, está regido por la ecuación:

(a) $Tv^{\gamma+1} = C$ (b) $pv^{\gamma+1} = C$ (c) $Tp^{\gamma+1} = C$ (d) ninguna de las anteriores

(e) Un mol de gas ideal ocupa un volumen de 10 l. Se realiza una expansión isotérmica a temperatura $T = 77$ °C en la cual dobla su volumen.

i. El trabajo que realiza el gas es aproximadamente:

(a) 443 J (b) -2 kJ (c) 2 kJ (c) -443 J (d) ninguna de las anteriores

ii. Calcular el mismo trabajo, pero ahora se trata de aire, considerado como un gas de Van der Waals. El trabajo es

(a) mayor que en el gas ideal (b) menor (c) igual (d) no se pueden comparar

6. El siguiente problema describe un método para medir el coeficiente $\gamma = c_p/c_v$ en un gas. El gas está confinado en un recipiente vertical cilíndrico que soporta un émbolo, de masa m. El émbolo y el cilindro tienen la misma sección transversal A. Cuando el émbolo está en equilibrio (a presión atmosférica p_{atm}) el volumen ocupado por el gas es V_0. Se desplaza el émbolo ligeramente de su posición de equilibrio provocando oscilaciones alrededor de esta, cuya frecuencia es ν. Las oscilaciones del émbolo son consideradas suficientemente lentas como para que el gas permanezca siempre en equilibrio interno, pero lo bastante rápidas como para que este no pueda intercambiar calor con el exterior (o sea, se aproximan los procesos como adiabáticos reversibles). Con estas suposiciones, se puede encontrar $\gamma = \gamma(m, g, A, p_{atm}, V_0, \nu)$.