Estructura de la Materia 4 (2006-1c)
Práctica 9: Interacción electrodébil y mecanismo de Higgs

1. De acuerdo con el modelo electrodébil estándar, la interacción con la corriente neutra para el acoplamiento $Z \to \overline{f}f$ está descripta en el lagrangiano dada por un término proporcional a

$$\overline{\psi}\gamma^{\mu}\left\{P_{-}T^{3}-\sin^{2}\theta_{W}Q\right\}\psi Z_{\mu}$$

en donde θ_W es el ángulo de Weinberg, ψ es el campo asociado al fermión f, T^3 es la proyección del isospín débil y Q es el operador de carga. Muestre que el correspondiente factor de vértice es proporcional a

$$c_V - c_A\gamma^5$$

en donde c_V y c_A son las constantes de acoplamiento vectorial y axial, respectivamente. Encuentre la expresión de c_A/c_V en función del ángulo de Weinberg. Verifique que, independientemente del valor de θ_W, en las interacciones débiles sólo participa ν_L (y $\overline{\nu}_R$). Muestre que para los electrones y los muones el acoplamiento es, esencialmente, axial (considere $\theta_Z \approx \pi/6$).

2. Demuestre que en términos del doblete $\overline{\chi}_L = \binom{\nu}{e^-}_L$, las corrientes cargadas débiles $J_\mu^+ = \overline{u}_\nu\gamma_\mu P_- u_e$ y $J_\mu^- = \left(J_\mu^+\right)^\dagger$ quedan escritas de la siguiente forma:

$$J_\mu^+ = \overline{\chi}_L\gamma_\mu\tau_+\chi_L$$
$$J_\mu^- = \overline{\chi}_L\gamma_\mu\tau_-\chi_L$$

en donde $\tau_\pm = 1/2(\tau_1 \pm i\tau_2)$. Estas expresiones muestran que J_μ^+ y J_μ^- junto con la corriente neutra dada por

$$J_\mu^3 = \overline{\chi}_L\gamma_\mu\tau_3\chi_L$$

conforman un triplete de isospín. Puede identificarse a J_μ^3 con la corriente neutra débil? Justifique.

3. Muestre que la corriente neutra electromagnética:

$$j_\mu^{em} = \frac{1}{e}j_\mu = \overline{\psi}\gamma_\mu Q\psi$$

escrita en términos de la corriente neutra de isospín, resulta

$$j_\mu^{em} = J_\mu^3 + \frac{1}{2}j_\mu^Y$$

en donde j_μ^Y es la corriente de hipercarga débil, dada por

$$j_\mu^Y = \overline{\psi}\gamma_\mu Y\psi$$

Escriba explícitamente la expresión de j_μ^Y para el multiplete electrónico y muestre que la hipercarga del doblete de isospín es $Y = -1$ y la del singlete e_R es $Y = -2$.

4. A partir de la sustitución de los campos vectoriales W_μ^3 y B_μ por los estados físicos:

$$A_\mu = W_\mu^3 \sin\theta_W + B_\mu \cos\theta_W$$

y

$$Z_\mu = W_\mu^3 \cos\theta_W - B_\mu \sin\theta_W$$

en los términos de interacción asociados a la simetrías SU(2) de isospín débil y U(1) de hipercarga:

$$\mathcal{L}_{int}^{SU(2)} = -\frac{g}{2}\overline{\chi}_L\gamma^\mu\overline{\tau}\cdot\overline{W}_\mu\chi_L$$

y

$$\mathcal{L}_{int}^{U(1)} = -\frac{g'}{2}\overline{\psi}\gamma^\mu Y B_\mu\psi$$

muestre que el acople entre el campo A_μ y la corriente $j^\mu = e\overline{\psi}\gamma^\mu Q\psi$ es el usual de QED siempre que las constantes de acoplamiento estén relacionadas con la carga eléctrica según

$$e = g\sin\theta_W = g'\cos\theta_W$$

5. Muestre que en el marco del modelo estándar para las interacciones electrodébiles, el acoplamiento de Z con la corriente de electrones es de la forma

$$\frac{2e}{\sin 2\theta_W}\left\{\left(\frac{1}{2} - \sin^2\theta_W\right)\overline{e}_L\gamma^\mu e_L - \left(\sin^2\theta_W\right)\overline{e}_R\gamma^\mu e_R\right\} Z_\mu$$

mientras que el término de acoplamiento con los neutrinos es

$$\frac{e}{\sin 2\theta_W}\overline{\nu}_L\gamma^\mu\nu_L\, Z_\mu$$

Compare el resultado con el Ejercicio 1.

6. Dibuje los vértices asociados a los términos de acoplamiento entre las componentes left de los electrones, los neutrinos y los bosones W^+ y W^-. Analice la conservación de la carga eléctrica y de la helicidad en cada vértice y deduzca a partir de ello cuál es la carga eléctrica y el spin de los bosones.

7. Muestre que a través del mecanismo de Higgs los tres bosones de gauge en el caso de un doblete de campos escalares complejos $\Phi(x)$ invariante ante transformaciones locales de SU(2) adquieren masa.

8. Muestre que el mecanismo de Higgs aplicado al modelo de Weinberg-Salam predice masas para los bosones $W^{\pm}$ y Z relacionadas entre si de manera tal que

$$\rho \equiv \frac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2\theta_W} = 1$$

9. Verifique que introduciendo un término de interacción entre electrones, neutrinos y el doblete de campos escalares complejos $\Phi(x)$ según

$$-g_e \left\{ (\overline{\nu}_e, \overline{e})_L \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} e_R + \overline{e}_R \left(\phi^-, \overline{\phi^0}\right) \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \right\}$$

el mecanismo de Higgs genera un término masa para los electrones y otro de interacción entre los electrones y el campo escalar h

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= -\frac{g_e\, v}{\sqrt{2}} \left(\overline{e}_L e_R + \overline{e}_R e_L\right) - \frac{g_e}{\sqrt{2}} \left(\overline{e}_L e_R + \overline{e}_R e_L\right) h \\ &= -m_e\, \overline{e} e - \frac{m_e}{v} \overline{e} e\, h \end{aligned}$$