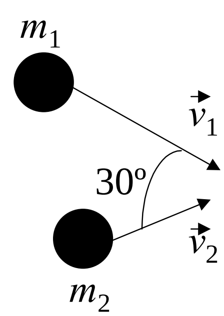
FISICA 1 (F) – SEGUNDA PARTE – 2do. CUATRIMESTRE 2010
Cat. ***C. Giribet***

CANTIDAD DE MOVIMIENTO

1 - Dos cuerpos que se mueven sobre una mesa libre de rozamiento se acercan con las direcciones indicadas en la figura, con velocidades $\vec{v}_1$ y $\vec{v}_2$. Después del choque permanecen unidos. Calcular la velocidad final de ambos.



$|\vec{v}_1| = 20$ m/s $m_1 = 70$ kg

$|\vec{v}_2| = 40$ m/s $m_2 = 100$ kg

2 - Una bola de 1 kg que cae verticalmente choca contra el piso con una velocidad de 25 m/s y rebota con una velocidad inicial de 10 m/s.

a) ¿Cuál es la variación de la cantidad de movimiento de la bola debida al choque?.
b) Si la bola está en contacto con el piso 0,02 seg., ¿cuál es la fuerza media que ejerce sobre el piso?.

3 - El núcleo de uno de los isótopos de radio, Ra^{226}, tiene una masa de unos 3,8 x10^{-22} g. Este núcleo sufre una desintegración radioactiva, emitiendo una partícula α (núcleo de helio de 6,7 x 10^{-24} g). El núcleo residual es de radón, con una masa de 3,7 x 10^{-22} g. La velocidad de la partícula alfa es de 0,05 c (c = velocidad de la luz). ¿Cuál es la velocidad del núcleo residual?. Desprecie la acción de la gravedad durante el proceso.

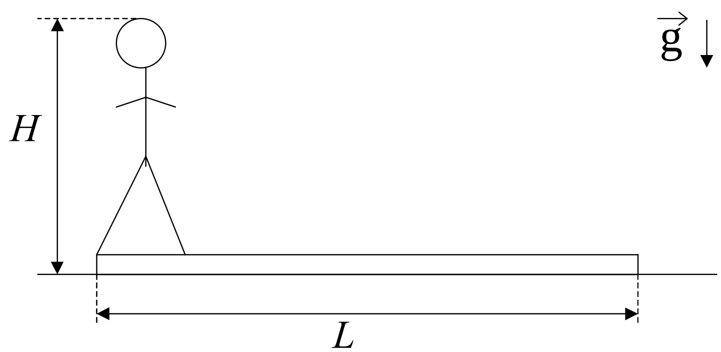
4 – En el espacio una explosión hace estallar una piedra de 30 kg en tres partes: una de 10 kg que sale con una velocidad de 6 m/s y otra de 8 kg que sale con una velocidad de 8 m/s y un ángulo de 70º con la dirección de la anterior. Desprecie la acción de la gravedad durante el proceso.

a) Demostrar que el vector velocidad del tercer trozo está contenido en el plano definido por los otros dos.

b) Averiguar la velocidad y la dirección con que se desprende dicho trozo.

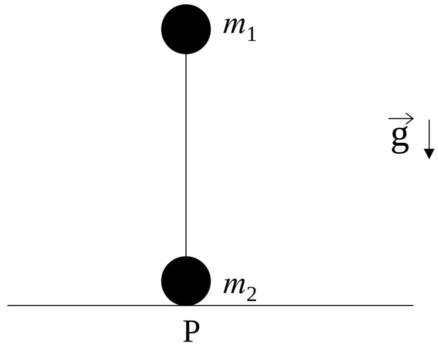
6 - Hallar la posición del centro de masa del sistema Tierra-Luna para un instante dado. La masa de la Tierra es unas 82 veces la de la Luna y la distancia entre los centros de la Tierra y de la Luna es de unos 60 radios terrestres. Expresar la respuesta en función de los radios terrestres.

7 - Según puede verse en la figura un hombre de masa M y altura H está de pie en un extremo de un tablón homogéneo de longitud L y masa m apoyado sobre una superficie sin rozamiento. Inicialmente el hombre y el tablón están en reposo y luego el hombre camina hacia el otro extremo del tablón.



a) Si el hombre se supone homogéneo, hallar la ubicación del centro de masa del sistema.
b) Hallar la velocidad del centro de masa para todo instante.
c) ¿Qué distancia habrá recorrido el hombre respecto a la superficie cuando llega al otro extremo del tablón ?.

8 - Dos bolas de masas m_1 y m_2 están unidas por una barra de masa despreciable y longitud L. Inicialmente el sistema se halla en equilibrio inestable, estando la barra en posición vertical y m_2 en contacto con una superficie horizontal, libre de rozamiento (ver figura). Se aparta el sistema de la posición de equilibrio inclinando levemente la barra. El sistema evoluciona de modo que en el estado final las dos bolas están en contacto con la superficie.



Estado inicial

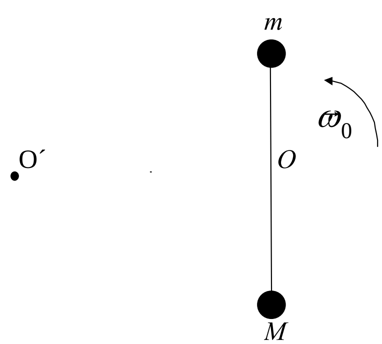
a) Hallar la posición del centro de masa en el estado inicial.
b) Hallar la componente horizontal de la velocidad del centro de masa.
c) ¿A qué distancia de P quedará cada bola en el estado final?.

9 - Un hombre que pesa 100 $k\vec{g}$ se encuentra en reposo sobre un lago helado (considere rozamiento nulo). Para salir arroja horizontalmente una piedra que pesa 1 $k\vec{g}$ con velocidad de 10 m/s en dirección contraria a la de costa más cercana, que está a 20 m de distancia.
¿Cuánto tarda el hombre en llegar a la costa?.

10 - Un bloque de masa m = 40 kg es lanzado con velocidad inicial v_0 = 100 m/s en una dirección que forma un ángulo de 30º con la horizontal. En el punto más alto de la trayectoria se divide en dos partes iguales. Una de ellas cae verticalmente, comenzando con una velocidad de 10 m/s hacia abajo.
Calcule las distancias entre el punto de lanzamiento y cada uno de los puntos de impacto de los fragmentos con la superficie. Considere g = 10 m/s^2.

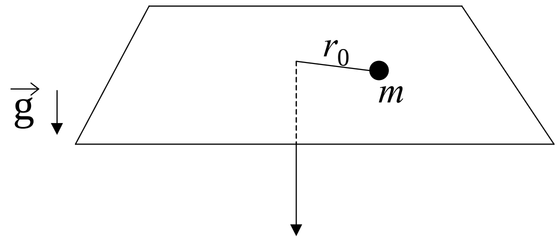
IMPULSO ANGULAR

1 - Considere el sistema formado por una barra de longitud L y masa despreciable, en cuyos extremos se hallan fijas sendas masas, de valor m y M, tal como muestra la figura. El sistema se halla apoyado sobre una superficie horizontal libre de rozamiento, y es libre de girar alrededor de un eje fijo O. El sistema se pone en movimiento dándole a $t=0$ una velocidad angular ω_0 a las barra.



d) Indique qué fuerzas actúan sobre cada una de las partículas y diga si se conserva la cantidad de movimiento y el impulso angular del sistema con respecto a O.
e) Calcule el impulso angular con respecto a O y determine como varía la velocidad angular de las barras con el tiempo.
f) Calcule la posición y velocidad del centro de masa del sistema como función del tiempo.
g) Calcule el impulso angular con respecto al punto O', situado a una distancia D del punto O.

2 - Una partícula de masa m está atada al extremo de un hilo y se mueve en una trayectoria circular de radio r_0 sobre una superficie horizontal plana sin fricción. El hilo pasa por un agujero en la superficie e inicialmente su otro extremo se mantiene fijo. Si se tira lentamente del hilo, de forma que el radio disminuye, halle como varía la velocidad angular w, en función de r, sabiendo que para $r = r_0$ la velocidad angular era w_0.



3 - Dos patinadores sobre hielo, de masa m = 50 kg cada uno, se acercan mutuamente en trayectorias paralelas distantes 3 m entre sí. Ambos patinan (sin fricción) a 10 m/s. El primer patinador sostiene una varilla sin masa, de 3 m de largo, de la que se toma el segundo.

a) Describir cuantitativamente el movimiento de los dos a partir de ese momento.
b) Suponer ahora que uno de ellos tira de la varilla, acortando la distancia a 1 m. Describir el movimiento posterior.
c) ¿Cómo y con qué velocidad se moverán los patinadores si repentinamente uno de ellos suelta la varilla?. Resolver para los casos (a) y (b).

4 – Dos átomos de igual masa m que se mueven con velocidades iguales en módulo (v_0) y dirección, pero en sentido contrario, interactúan cuando están en una región R del espacio tal como lo muestra la figura I. Después de la interacción, uno de los átomos se mueve con velocidad $\vec{v}_1$ como lo indica la figura II.

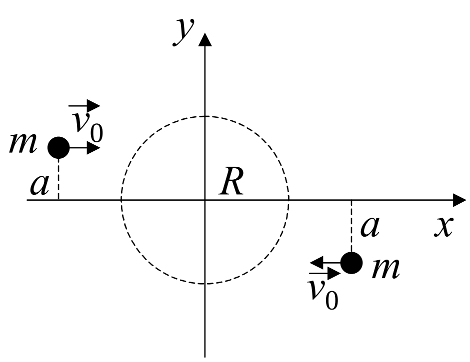


Figura I

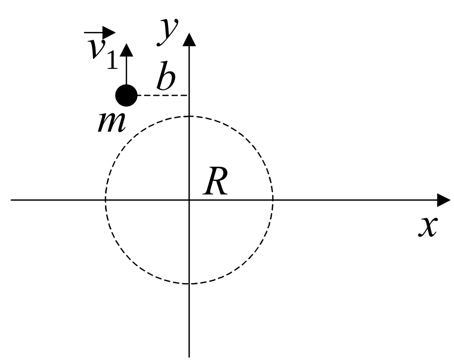
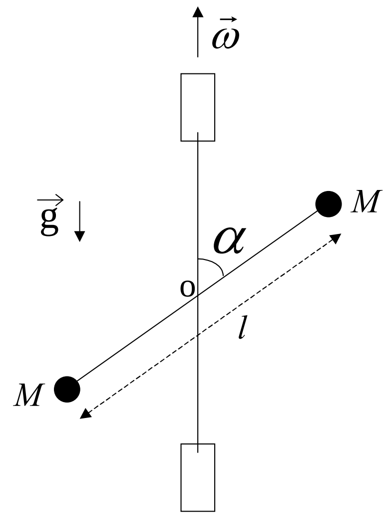


Figura II

a) ¿Se conservan la cantidad de movimiento y el impulso angular del sistema?.
b) Calcule la velocidad del centro de masa antes, durante y después de la interacción.
c) Encuentre la posición del centro de masa antes, durante y después de la interacción.
d) ¿Cuál es la velocidad del otro átomo después de la interacción?.
e) Encuentre la trayectoria del otro átomo después de la interacción.
f) Compare v_1 con v_0 para diferentes valores del parámetro de impacto a , es decir, en los casos a > b, a = b, a < b.

5 - En el sistema de la figura, dos barras rígidas de masa despreciable están soldadas en el

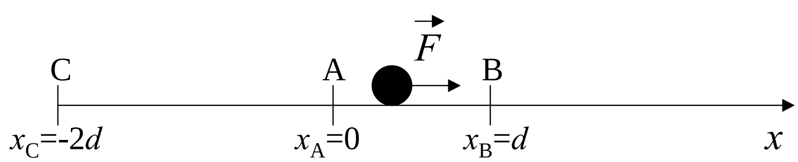
punto O y forman un ángulo α. Una de las barras tiene longitud l, su punto medio es O y en sus extremos se fijan dos pequeñas esferas de masa M. La otra barra está sostenida mediante dos bujes y es el eje de rotación del conjunto que gira con velocidad angular $\vec{\omega}$ constante.



a) Exprese el vector impulso angular del sistema en función del tiempo, respecto de O.
b) Calcule el momento de las fuerzas efectuando la derivada temporal del impulso angular.
c) Indique en un esquema los resultados obtenidos en (a) y en (b) para un instante determinado (preste especial atención a la dirección y sentido de los vectores).
d) Identifique cuáles son las fuerzas que producen el momento hallado en (b).
e) ¿Influye en los resultados obtenidos la existencia o no de la gravedad, o su dirección?.

TRABAJO Y ENERGÍA

1 - Una partícula de masa m se desplaza horizontalmente desde la posición $x_A = 0$ hasta la posición $x_B = d$, y luego desde x_B hasta la posición $x_C = -2d$ con $d > 0$ (ver figura), bajo la acción de una fuerza F. Para los siguientes valores de F:
(i) $F = -kx$, (ii) $F = kx^2$, (iii) $F = -k\,|x|\,x$, ($k > 0$), calcule:



a) el trabajo realizado por la fuerza F entre A y B, entre B y C y entre A y C.
b) en el caso en que esto sea posible, la energía potencial asociada a la fuerza F. Grafíquela.

2 - Considere un cuerpo de masa m que cuelga de una cuerda de longitud L y masa despreciable, cuyo otro extremo se halla fijo al punto O. Sobre el cuerpo actúa una fuerza $F = F_0 \cos\theta$ que produce su desplazamiento desde el punto A hasta el punto B (ver figura, θ es el ángulo con respecto a la dirección OA).

(i) (ii)

a) Calcular, utilizando coordenadas polares, el trabajo ejercido por la fuerza F para elevar la masa desde A hasta B, en los casos en que:
i. F es una fuerza horizontal.
ii. F es una fuerza tangente a la trayectoria.
h) b) Repetir el cálculo en el caso de que la partícula recorra el camino en sentido inverso (desde B hasta A). Compare con el valor obtenido en a).

i)
j)

3 - Considere una partícula de masa *m* que se mueve en una dimensión bajo la acción de una fuerza $\vec{F} = -ax^3\hat{x}$.

a) Demuestre que dicha fuerza es conservativa y calcule el potencial.
b) Grafique el potencial y analice los posibles movimientos de la partícula.
*c) Elija valores para *m* y *a* y obtenga gráficos para *x(t)* y $\dot{x}(t)$ variando las condiciones iniciales (obtenga también gráficos de $\dot{x}$ en función de *x*). ¿Qué tipo de movimiento se obtiene?. Estudie numéricamente la dependencia entre la frecuencia del movimiento y su amplitud. Verifique que, con muy buena aproximación, se cumple que la frecuencia del movimiento es proporcional a la amplitud.

4- Sea un péndulo simple, constituido por un cuerpo de masa *m* suspendido del extremo de una varilla sin masa de longitud *l*, que oscila en un plano.

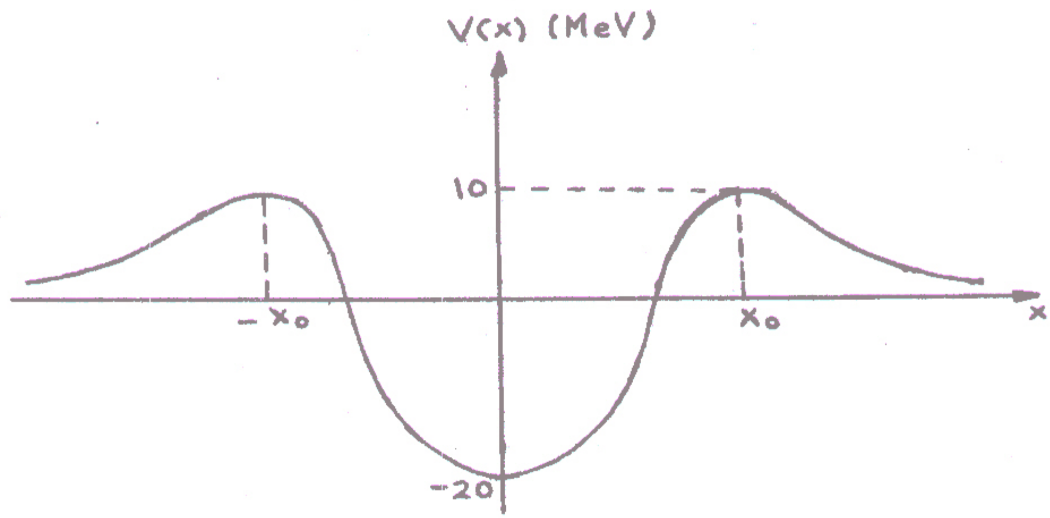
a) Grafique la energía potencial del cuerpo, V, en función de θ, siendo θ el ángulo que forma el hilo con la vertical. Indique los valores máximos y mínimos del potencial.
b) Si E es la energía mecánica total, para los casos:

$E_1 < V_{MAX}$
$E_2 = V_{MAX}$
$E_3 > V_{MAX}$

i) estudie cualitativamente el movimiento del cuerpo y diga cómo haría en la práctica para conseguir estos valores de *E*.
ii) a partir del gráfico *V* vs. θ obtenga el gráfico de velocidad en función de θ.

*c) Considere el movimiento del péndulo para amplitudes grandes. Elija algún valor de *l* y obtenga gráficos para $\theta(t)$, $\dot{\theta}(t)$ y $\dot{\theta}(\theta)$. Estudie la dependencia entre la frecuencia del movimiento y su amplitud.

5 - El potencial nuclear para un protón es de la forma de la figura (1 MeV = 10^6 eV, 1 eV = 1,6 10^{-12} erg).



a) Analizar qué le pasa a un protón que incide desde $x = \infty$ sobre el núcleo y a uno que está en la zona $-x_0 < x < x_0$.
b) ¿ Qué significan valores negativos de energía potencial ?.
c) Sea un protón que está en el interior del núcleo con energía total nula. ¿ Cuál es la máxima velocidad que puede tener el protón ? (m_p = 1,67 10^{-24} g). ¿ Qué energía mínima se le debe entregar para que pueda escapar del núcleo ?. ¿ Qué velocidad tendrá entonces una vez alejado totalmente del núcleo ?.

6 - Considere una partícula de masa m que se mueve en una dimensión bajo la acción de una fuerza $\vec{F} = (-ax^3 + bx)\hat{x}$.

a) Grafique el potencial y analice los posibles movimientos de la partícula para los diferentes valores de su energía total.
b) Encuentre las posiciones de equilibrio y determine si son estables o inestables.
*c) Elija valores para m, a y b y obtenga gráficos para $x(t)$ y $\dot{x}(t)$ variando las condiciones iniciales (obtenga también gráficos de $\dot{x}$ en función de x). Analice los movimientos posibles para alguna de las siguientes situaciones: (1) $a > 0$, $b > 0$, (2) $a > 0$, $b < 0$.

7 - Preguntas:

i) Un bulto apoyado en el piso de un ascensor sube desde la planta baja hasta el primer piso. Como consecuencia de ello, su energía mecánica aumenta. ¿Cuáles son las fuerzas no conservativas que realizan trabajo?.

ii) Un señor asciende una altura h por una escalera marinera. En consecuencia su energía mecánica experimenta una variación $\Delta E = mgh$. ¿Cuáles son las fuerzas no conservativas que realizaron trabajo? (Note que las fuerzas de la escalera sobre el hombre no hacen trabajo porque no hay desplazamiento de las manos ni de los pies).

iii) ¿Puede un sistema variar su energía mecánica merced al trabajo de fuerzas internas no conservativas?.

TEOREMAS DE CONSERVACIÓN

1 - Dos cuerpos de masas m_1 y m_2 y velocidades $\vec{v}_1$ y $\vec{v}_2$, que se mueven sobre una misma recta, chocan elásticamente. Luego del choque, ambos cuerpos continúan moviéndose sobre la misma recta.

a) Halle sus velocidades después del choque.
b) Calcule la variación de energía cinética de cada uno.
c) Resuelva (a) y (b) para el caso $|\vec{v}_2| = 0$.
d) Especialice los resultados obtenidos en (c) para los casos $m_1 = m_2$, $m_1 >> m_2$ y $m_1 << m_2$.

2 - El carrito B (m_B = 2 kg) está en reposo sobre una superficie horizontal a 10 m de la pared rígida C. El carro A (m_A = 10 kg, $|\vec{v}_A|$ = 10 m/s) choca con B y luego B choca con C. Considerar todos los choques perfectamente elásticos.

a) ¿Dónde chocan A y B por segunda vez?.
b) ¿Cuál es la velocidad de B después de chocar la segunda vez con A?.
c) ¿Se conserva el impulso lineal? Discutir.
d) ¿Cuál es la energía cinética transferida por A a B como resultado de cada uno de los choques? Discuta. <u>Sugerencia</u>: Aplique los resultados del problema 1.

3 - Una masa m_1 se halla atada al extremo de una cuerda inextensible de longitud L y masa despreciable. Cuando la cuerda forma un ángulo α con la vertical se suelta la masa m_1 con velocidad nula. Al pasar por el punto más bajo de la trayectoria la masa m_1 choca elásticamente con una masa m_2 que cuelga de una cuerda igual a la anterior y que se halla inicialmente en reposo.

a) Calcular la velocidad de ambas masas un instante después del choque.

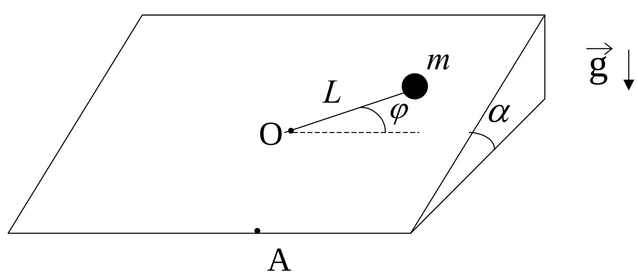
b) Calcular la altura máxima alcanzada por ambas masas después del choque.
c) Discutir los resultados anteriores para los casos: $m_1 >> m_2$, $m_1 = m_2$ y $m_1 << m_2$.

4 - Un cuerpo de masa m se halla sujeto a un resorte, de constante elástica k y longitud libre l_0, cuyo otro extremo está fijo a un eje. El sistema se encuentra sobre una superficie horizontal libre de rozamiento. En el instante inicial el resorte tiene una longitud 2 l_0 y la masa m tiene una velocidad $\vec{v}_0$ formando un ángulo α con la dirección del resorte.

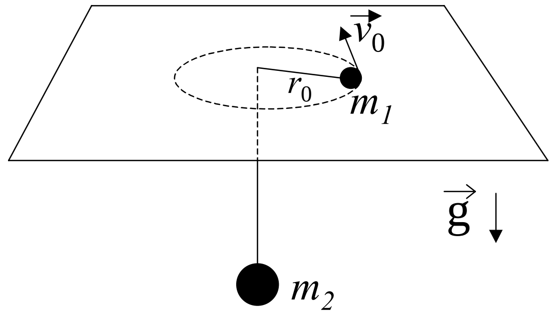
a) Diga qué magnitudes se conservan, justificando su respuesta.
b) Calcule la velocidad angular y la velocidad radial del cuerpo cuando la longitud del resorte es $l = (3/2)\, l_0$.

5 – Sobre un plano inclinado de ángulo α se encuentra una partícula de masa m sostenida por medio de una varilla rígida de longitud L al punto fijo O, de forma tal que la varilla es libre de girar alrededor de dicho punto. Inicialmente la partícula se halla en el punto A con velocidad $\vec{v}_0$ perpendicular a la dirección de la varilla (ver figura). Considere que la varilla tiene masa despreciable y que no hay rozamiento entre la partícula y el plano.

a) Diga qué magnitudes se conservan para la partícula. Justifique sus respuestas.
b) Halle la velocidad angular de la partícula alrededor del punto O, como función del ángulo φ.
c) Halle la condición que debe satisfacer la velocidad v_0 para que la partícula dé un giro completo alrededor del punto O.

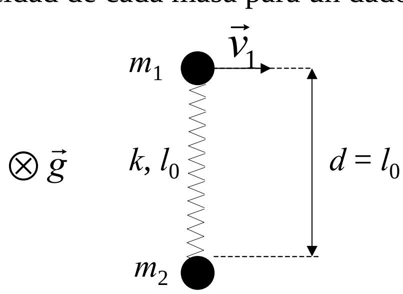


6 - El sistema de la figura consiste de dos masas (m_1 y m_2) unidas por un hilo inextensible que pasa por un orificio practicado en una mesa horizontal sin rozamiento. En cierto instante, la masa m_2 está en reposo y la masa m_1 se mueve con velocidad $\vec{v}_0$ a una distancia r_0 del orificio. La masa m_2 puede, o no, continuar en reposo dependiendo de cierta relación matemática entre m_1, m_2, $|\vec{v}_0|$, r_0 y g.



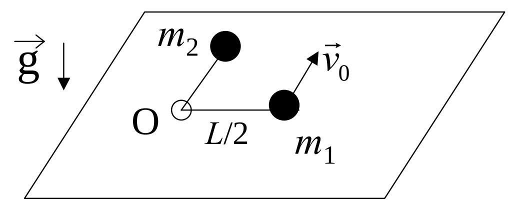
a) Determinar esa relación usando las ecuaciones de Newton.
b) Independientemente de que m_2 se mueva o no, diga qué magnitudes se conservan. Justifique su respuesta.
c) Calcular las velocidades $\vec{v}_1$ y $\vec{v}_2$ de ambas partículas y el ángulo que forma $\vec{v}_1$ con el hilo, en el instante en que m_2 ha bajado una distancia d.
d) Grafique el potencial efectivo en función de la distancia de m_1 al orificio. Exprese en función de la energía la condición para que m_2 permanezca en reposo y compare con el resultado obtenido en a).
e) Considere condiciones tales que la energía mecánica es un poco mayor a la que corresponde la situación en la que m_2 permanece quieta (y m_1 describe una órbita circular). En esas condiciones analice el movimiento radial y considere que $r(t)$ oscila con una pequeña amplitud alrededor del radio de la órbita circular. Diga cuál es la frecuencia y el período de este movimiento. Determine también la velocidad angular de m_1, describa cualitativamente la forma de la órbita de m1 alrededor del orificio.
*e) Resuelva numéricamente el problema. Obtenga gráficos de $z(t)$ y de las trayectorias de la partícula sobre la mesa.

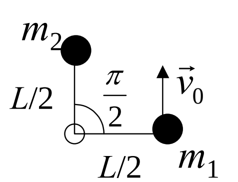
7 - Dos cuerpos de masas m_1 y m_2 respectivamente, con $m_1 = 2m$ y $m_2 = m$ que están unidos por un resorte de longitud libre l_0 y constante elástica k, se encuentran sobre una superficie horizontal plana y carente de fricción. Inicialmente el sistema está en reposo y la distancia d entre las partículas es tal que $d = l_0$. En cierto instante t_0 se le imprime a m_1 una velocidad $\vec{v}_1$ como la de la figura y simultáneamente se le imprime a m_2 una velocidad $\vec{v}_2$ tal que el centro de masa del sistema tiene velocidad nula en ese instante.
a) Halle la velocidad $\vec{v}_2$ de la masa m_2 en el instante t_0.
b) Diga qué magnitudes se conservan para el sistema. Justifique sus respuestas.
c) Calcule la velocidad angular del sistema para un instante cualquiera en función de la distancia d entre las partículas.
d) Calcule el vector velocidad de cada masa para un dado instante en función de d.



8 – Dos partículas de masas m_1 y m_2 se hallan sobre una mesa horizontal, unidas entre sí por una soga de longitud L que pasa a través de un anillo pequeño fijo a la mesa en el punto O. La superficie de la mesa carece de rozamiento y la soga es inextensible y de masa despreciable. Inicialmente ambas partículas están en reposo a una distancia $L/2$ del punto O, de forma tal que ambos tramos de la soga forman un ángulo recto (ver figura). El sistema se pone en movimiento imprimiéndole a la partícula m_1 una velocidad $\vec{v}_0$ perpendicular a la soga. Considere que las partículas nunca chocan entre sí y que la soga siempre se mantiene tensa.

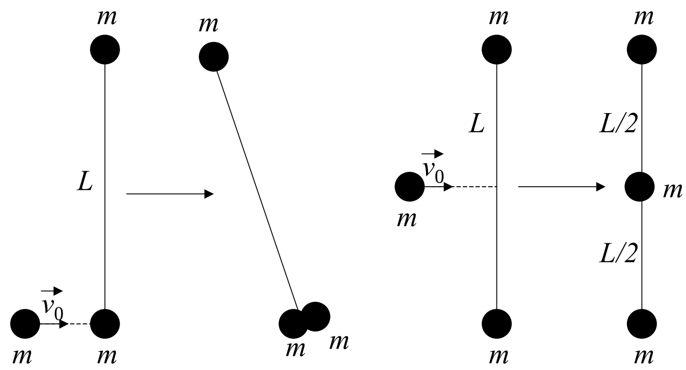
a) Diga qué magnitudes se conservan para cada partícula por separado y para el sistema formado por ambas partículas y la soga. Justifique sus respuestas.
b) Calcule la velocidad de rotación alrededor de O de cada una de las partículas como función de la distancia de $m_1$al punto O.
c) Encuentre la velocidad radial del cuerpo m_1 cuando se halla a una distancia d=3L/2 del punto O.





Visto desde arriba

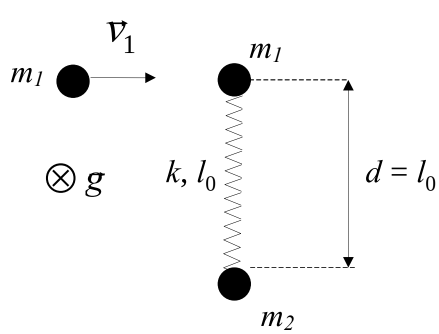
9 - Dos partículas de masa m están sujetas a los extremos de una barra de longitud L y masa despreciable en reposo sobre una superficie horizontal exenta de rozamiento.
Otra partícula, también de masa m, se mueve a lo largo de una recta perpendicular a la barra con velocidad $\vec{v}_0$ y choca quedándose adherida según se indica en las figuras. Describa cuantitativamente el movimiento después del choque, en particular, calcule la variación de energía cinética del sistema debida al choque plástico.



Caso (a) Caso (b)

10 – En la figura se muestra un sistema compuesto por un resorte de constante elástica k, longitud libre l_0 y masa despreciable y dos partículas de masas m_1 y m_2. El sistema está apoyado sobre una mesa libre de rozamiento. Inicialmente el sistema está en reposo y la distancia d entre las partículas es tal que $d = l_0$. En cierto instante otra partícula de masa m_1 que se mueve a lo largo de una recta perpendicular al resorte con velocidad $\vec{v}_0$ choca plásticamente con la partícula de masa m_1 tal como muestra la figura.

a) Diga, justificando su respuesta, que magnitudes se conservan antes, durante y después del choque.
b) Utilizando las magnitudes que se conservan, calcule las velocidades después del choque de la partícula resultante $M_1 = 2\, m_1$ y de la partícula m_2.
c) Halle la velocidad angular del sistema después del choque.
d) Después del choque, determine la velocidad radial de M_1 con respecto al centro de masa del sistema en función de la distancia a dicho punto.



GRAVITACIÓN

1 - Considere dos partículas de masas M_1 y M_2 fijas y separadas por una distancia D. Una tercera partícula de masa m se mueve bajo la atracción gravitatoria de las otras dos. Suponga que m se mueve sobre la recta que une a M_1 y M_2, considerando que puede hallarse entre ambas o bien a la izquierda o a la derecha de ellas.

a) Escriba la fuerza neta sobre m, en función de la posición.

b) Calcule y grafique el potencial.

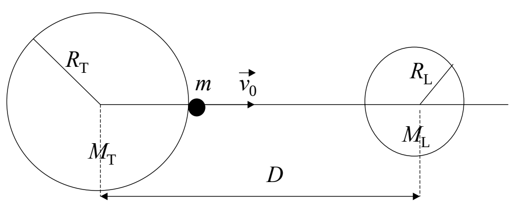
c) Describa cualitativamente el movimiento de m, para distintos valores de su energía mecánica.

2 - Aplique el problema anterior considerando que $M_1=M_T$ (masa de la Tierra), $M_2=M_L$ (masa de la Luna) , D es la distancia Tierra-Luna, y la partícula de masa m es un cohete que se dispara desde la superficie de la Tierra hacia la Luna con una velocidad $\vec{v}_0$. Tenga en cuenta que en este problema M_1 y M_2 no son partículas puntuales, sino que tienen radios R_T (radio de la Tierra) y R_L (radio de la Luna), respectivamente.

a) Calcule y grafique el potencial gravitatorio del cohete en función de su distancia a la Tierra, medida desde la superficie terrestre.

b) ¿En qué punto de su trayectoria hacia la Luna el cohete tiene aceleración nula?.

c) Calcule la velocidad inicial mínima del cohete necesaria para llegar a este punto y caer en la Luna por la acción de la atracción gravitatoria lunar.



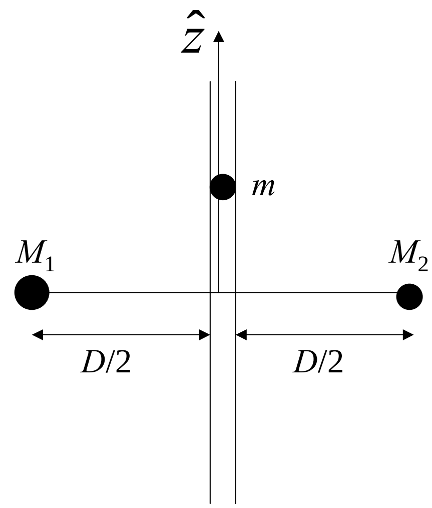
3 - Considere dos partículas de masas M_1 y M_2, fijas y separadas entre sí por una distancia D. Una tercera partícula de masa m es libre de moverse por un tubo carente de rozamiento, que se halla sobre la mediatriz del segmento determinado por ambas masas.

a) Calcule la energía potencial gravitatoria en función de la coordenada z que determina la posición. Grafique cualitativamente el potencial.

b) Determine la posición de equilibrio indicando si corresponde a un equilibrio estable o inestable.

c) Encuentre la frecuencia angular de oscilación para pequeños apartamientos de la masa m de su posición de equilibrio.

d) Calcule la fuerza que ejerce el tubo sobre la masa en función de la posición.

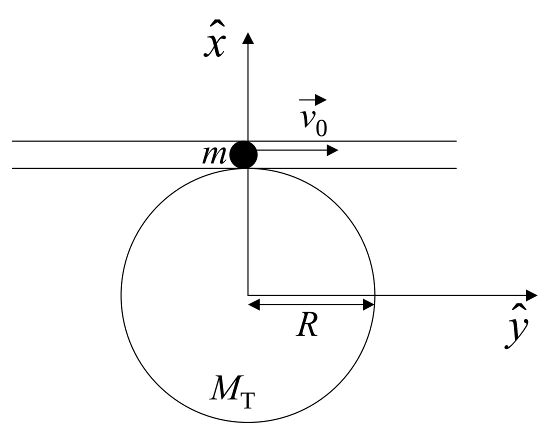


4 - Una partícula de masa m es dejada en el punto A de un túnel sin fricción imprimiéndole una velocidad $\vec{v}_0$ (ver figura). La partícula se halla bajo la acción de la atracción gravitatoria de la Tierra.

a) Grafique la energía potencial de la partícula en función de la coordenada y. Diga cuál es la máxima velocidad v_0 que puede tener la partícula en A para que su movimiento sea ligado.

b) Encuentre la ecuación de movimiento para la partícula. Diga bajo qué condiciones el movimiento será armónico simple y escriba la ecuación de movimiento en ese caso.

c) Para el caso armónico simple, halle la frecuencia de oscilación y determine la posición de la partícula en función del tiempo.

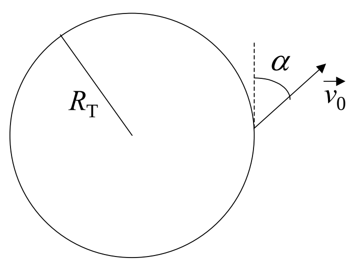


5 - Una nave espacial de masa m es lanzada desde la superficie terrestre con una velocidad que forma un ángulo con dicha superficie (ver figura). Suponga que la Tierra, de masa M_T y radio R_T, permanece en reposo, y que toda su masa se halla concentrada en su centro.

a) Diga, justificando su respuesta, si se conserva o no el impulso lineal, el impulso angular y la energía mecánica total de la nave.

b) Halle la expresión de la energía mecánica total en función de la distancia r al centro de la Tierra y de los datos del problema. Escriba el potencial efectivo que gobierna el movimiento radial de la nave y grafíquelo en función de r.

c) Diga para qué valores de la energía mecánica total el movimiento de la nave es ligado. Calcule la velocidad de escape, es decir el mínimo valor de v_0 necesario para que la nave pueda escapar de la atracción gravitatoria terrestre.

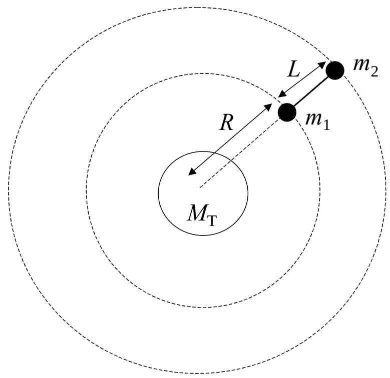


6 - Un satélite artificial que gira alrededor de la Tierra, a una distancia R de su centro, está compuesto por dos masas m_1 y m_2, unidas entre sí por una barra de longitud L y masa despreciable. Durante todo el movimiento, la barra del satélite se halla orientada en la dirección radial, tal como se muestra en la figura. Considere que la Tierra permanece fija y desprecie la atracción gravitatoria entre las masas que forman el satélite.

a) Dibuje las fuerzas que actúan sobre cada una de las partículas. Plantee las ecuaciones de Newton y las condiciones de vínculo que rigen su movimiento.

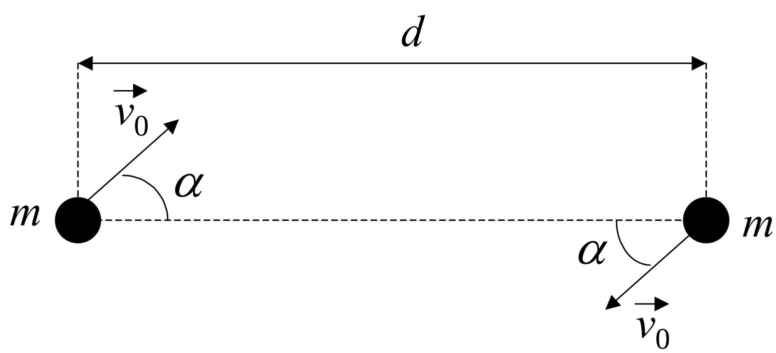
b) Calcule la velocidad angular del movimiento de rotación del satélite y el valor de la tensión ejercida por la barra sobre cada una de las masas.

c) En un dado instante se corta la barra que une ambas partes del satélite. A partir de ese momento, utilizando las magnitudes que se conservan, determine cualitativamente la trayectoria de la masa m_1. Justifique su respuesta.



7 - Considere dos partículas de masa m que interactúan gravitatoriamente entre sí. Las partículas pueden moverse sobre una mesa horizontal libre de rozamiento. En el instante inicial (t = 0) las partículas se hallan separadas una distancia d y se les da a cada una de ellas una velocidad $\vec{v}_0$ de módulo v_0 y dirección indicada en la figura.

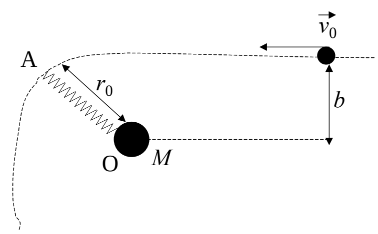
a) Indique en un diagrama todas las fuerzas que actúan sobre cada partícula. Para el sistema formado por las dos partículas diga, justificando su respuesta, si se conserva o no el impulso lineal, el impulso angular y la energía mecánica total.
b) Halle la velocidad del centro de masa del sistema en el instante inicial. Diga qué tipo de movimiento describe el centro de masa para $t > 0$.
c) Para cada una de las partículas, calcule el vector velocidad (componentes paralela y perpendicular al segmento que las une) cuando las partículas se hallan separadas una distancia $d/2$.



8 - Una partícula de masa m se acerca desde el infinito con velocidad y parámetro de impacto b a un cuerpo de masa M, que se halla fijo en el punto O. Debido a la atracción gravitatoria ejercida por M, la partícula describe una trayectoria hiperbólica, y al pasar por el punto de máximo acercamiento (punto A) se engancha con un resorte de masa despreciable, constante elástica k y longitud natural $l_0 = r_0$. El otro extremo del resorte está sujeto a un eje que pasa por O. Considere que la energía potencial gravitatoria en el infinito es nula (es decir, $V_G = 0$ cuando la partícula se halla suficientemente alejada del

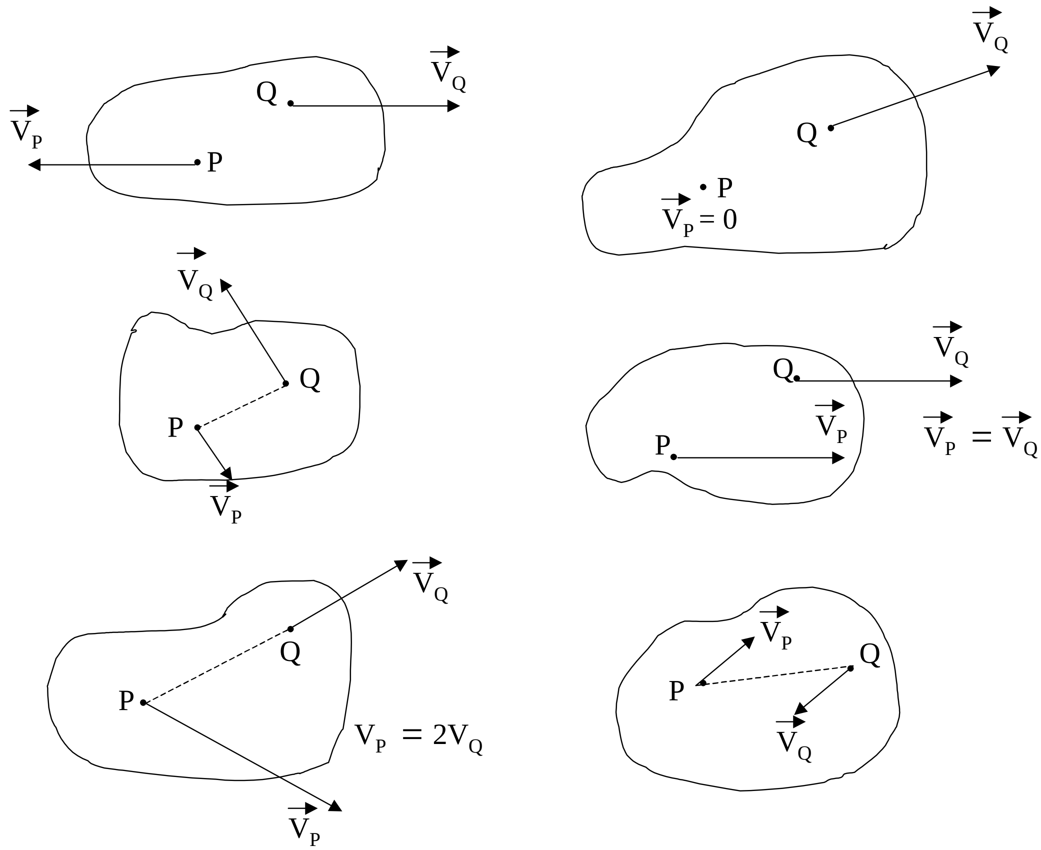
cuerpo).

a) Diga qué magnitudes se conservan para la partícula de masa m antes y después de alcanzar el punto A. Calcule la velocidad de la partícula en el punto A y la distancia r_0 de máximo acercamiento.
b) Después de engancharse con el resorte, encuentre la velocidad de la partícula (componentes radial y tangencial) cuando ésta se halla a una distancia $d = 2\ r_0$ del punto O. Exprese el resultado en términos de r_0 y de los datos del problema.



CINEMÁTICA DEL CUERPO RÍGIDO

1 - Algunos de los cuerpos de la figura no son rígidos. Encuéntrelos.
(No debe hacer cálculos. Sólo debe observar la figura).

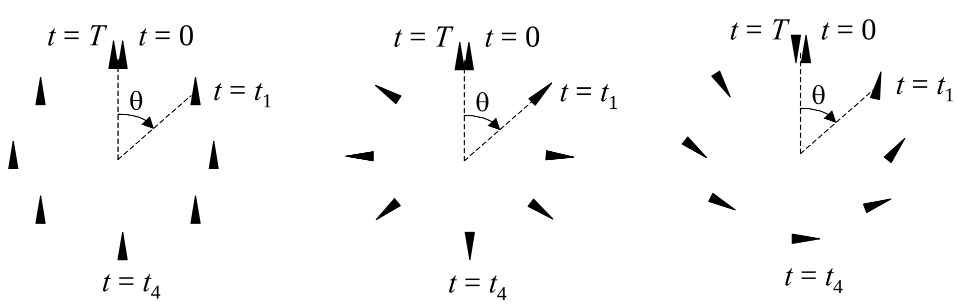


2 - Preguntas:

i) ¿Qué dirección debe tener el vector $\vec{v}_P - \vec{v}_Q$ (velocidad relativa de P respecto de Q) para que no cambie la distancia entre P y Q?.

ii) La expresión $\vec{v}_P - \vec{v}_Q = \vec{\Omega} \times \vec{r}_{QP}$, ¿satisface esa condición?.

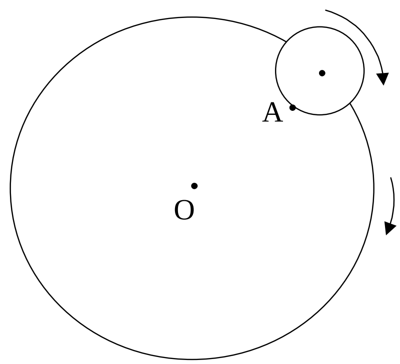
3 - Indique la velocidad de rotación del triángulo en los tres siguientes casos:



Compare con $\dot{\theta}$.

4 - Pregunta: Si quisiera definir un ángulo tal que su derivada respecto del tiempo coincida con Ω (salvo un signo), ¿cómo lo definiría?.

5 - El centro de una esfera describe un movimiento circular uniforme de velocidad angular ω alrededor de un punto O. Simultáneamente la esfera gira sobre sí misma, de tal forma que un punto A de la misma demora un tiempo τ en volverse a enfrentarse con el punto O (ver figura).

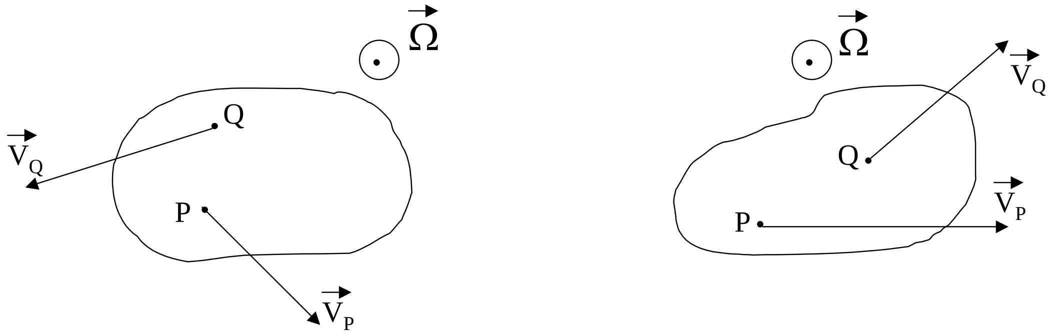


i) Encuentre la velocidad de rotación de la esfera.
ii) ¿ Cuánto tiempo transcurre entre dos pasajes sucesivos del punto A por el extremo inferior de la esfera ?.
iii) Si el eje de la Tierra fuera perpendicular a la eclíptica, ¿cuál sería el valor de Ω para la Tierra?.

6 - El eje instantáneo de rotación es el conjunto de puntos que tienen velocidad nula en un dado instante.
i) Demuestre que, si existe, es una recta paralela a $\vec{\Omega}$.
ii) Demuestre que si hay un punto P del cuerpo tal que $\vec{v}_P \cdot \vec{\Omega} \neq 0$, entonces no hay eje instantáneo de rotación.

7 - Demuestre que si un punto O pertenece al eje instantáneo de rotación, entonces $\vec{v}_P$ es perpendicular a $\vec{r}_{OP}$.

8 - Teniendo en cuenta el resultado del problema 7:
i) Invente un método gráfico para determinar la posición del eje instantáneo de rotación, en los siguientes casos:



ii) Dibuje el campo de velocidades de un cilindro que rueda sin deslizar sobre un plano horizontal.

iii) Encuentre el eje instantáneo de rotación en los ejemplos del problema 3.

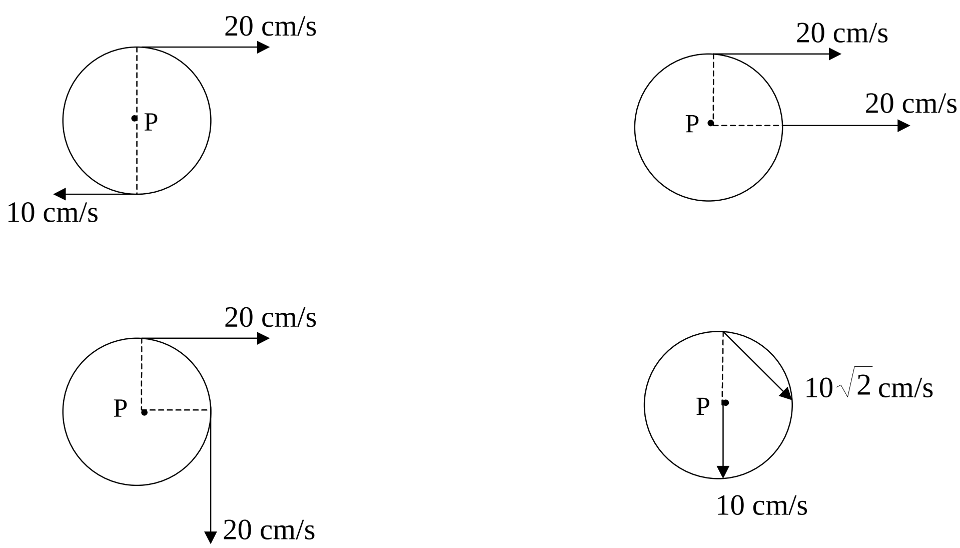
9 - La velocidad angular de un cuerpo rígido sometido a un movimiento rototraslatorio es $(0,0,\omega)$ y la velocidad de uno de sus puntos P es $(v_x,v_y,0)$.

i) Determinar por consideraciones de cálculo vectorial, si existe un eje instantáneo de rotación.

ii) Idem que i), pero con $\vec{v}_P = (v_x,v_y,v_z)$ con $v_z \neq 0$.

iii) ¿Cuál es, en ambos casos, el lugar geométrico de los puntos de velocidad mínima (en módulo)?.

10 - Los discos de la figura (R = 10 cm) tienen movimiento plano. Halle:



i) La posición del eje instantáneo de rotación.

ii) El vector $\vec{\Omega}$.

iii) La velocidad del punto P.

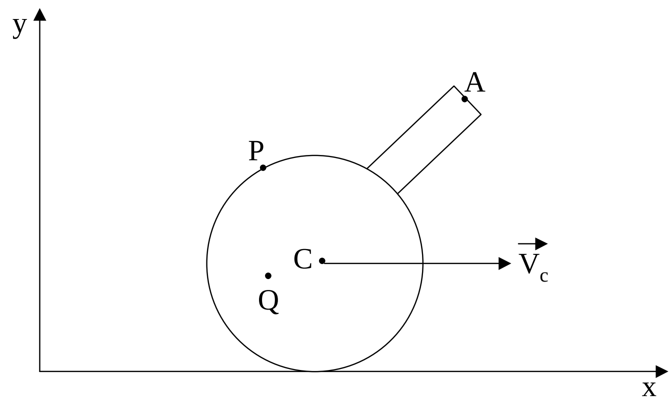
11 - Un cilindro de radio R = 10 cm rueda sin resbalar sobre un plano horizontal. Su centro se desplaza con velocidad v_C = 10 cm/s. Para los puntos P (periférico), Q (a distancia $R/2$ del centro) y A (sobre una manivela de longitud $2R$ fija al cilindro):

i) Hallar el vector velocidad en función del tiempo.

ii) Dibujar la hodógrafa correspondiente (v_y vs. v_x).

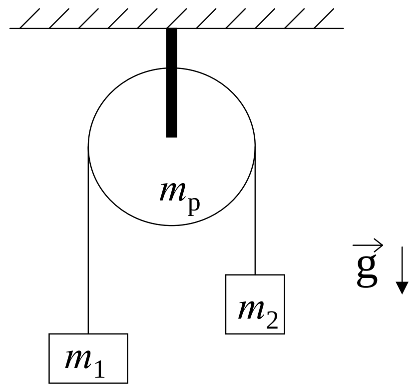
iii) Graficar el módulo de la velocidad en función del tiempo.

iv) Graficar las componentes v_x y v_y en función del tiempo.



DINÁMICA DEL CUERPO RÍGIDO

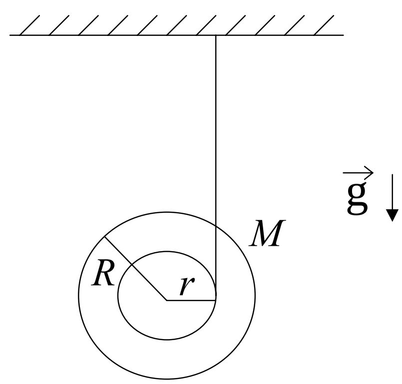
1 - El sistema de la figura consiste de dos cuerpos de masas m_1 y m_2 unidos por una cuerda inextensible que pasa a través de una polea cilíndrica homogénea de masa m_p, que no posee rozamiento con su eje. Calcule la aceleración de las masas. Observe que el resultado no depende del radio de la polea.



2 - Considere un yo-yo con radio exterior R igual a 10 veces su radio interior r. El momento de inercia I_o del yo-yo respecto de su centro de masa está dado por $I_o=1/2MR^2$, donde M es la masa total del yo-yo. El extremo final de la cuerda se mantiene en reposo y ésta no desliza respecto del yo-yo.

a) Calcule la aceleración del centro de masa del yo-yo. Cómo es comparada con g?.

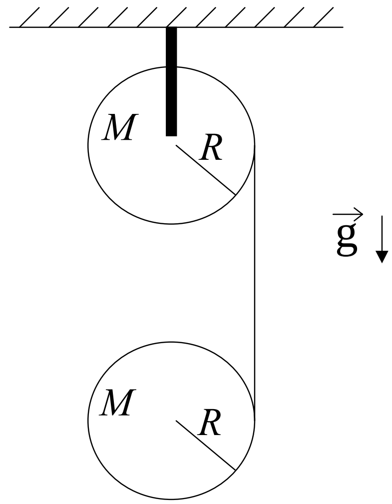
b) Encuentre la tensión en la cuerda a medida que el yo-yo desciende. Cómo es comparada con Mg?.



3 - En la figura se muestran dos cilindros homogéneos de radio R y masa M. El cilindro de arriba, sostenido por un eje horizontal a través de su centro, rota libremente. Se enrosca una cuerda y se deja caer el cilindro inferior. La cuerda no desliza respecto de los cilindros.

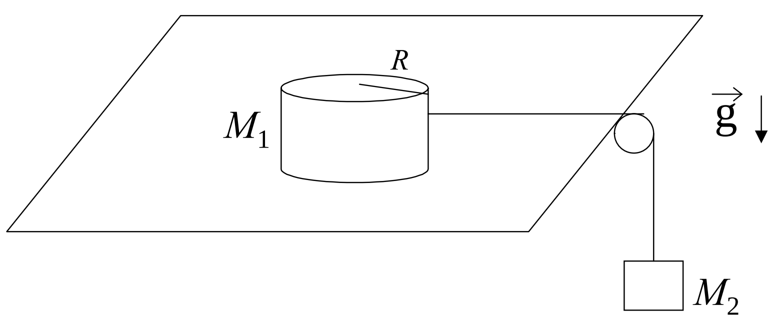
a) Cuál es la aceleración del centro de masa del cilindro inferior?

b) Calcule la tensión de la cuerda.
c) Calcule la velocidad del centro de masa del cilindro inferior, cuando ha caído una distancia 10 *R*.



4 - Un disco cilíndrico homogéneo de radio R y masa M_1 es arrastrado sobre una superficie horizontal sin fricción por una cuerda que está unida a un cuerpo de masa M_2, como se indica en la figura. Determine:

a) la aceleración del centro del disco.
b) La aceleración angular del disco.
c) La aceleración del cuerpo de masa M_2.
d) La tensión en la cuerda.
e) La velocidad del centro de masa del disco cuando se ha desplazado una distancia igual a su diámetro, medida desde la posición en la que estaba en reposo.
f) La velocidad de la masa colgante en ese instante.

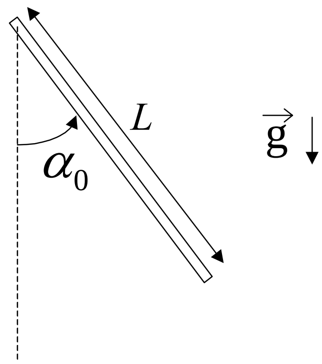


5 - Una barra homogénea delgada de masa M y longitud L puede girar libremente en torno de su eje fijo horizontal, tal como se indica en la figura. Se suelta la barra desde una posición que forma un ángulo α_0 con la vertical. Hallar:

a) la velocidad angular de la barra cuando ésta pasa por la posición más baja.
b) la fuerza que ejerce el eje fijo sobre la barra cuando ésta pasa por la posición

vertical.

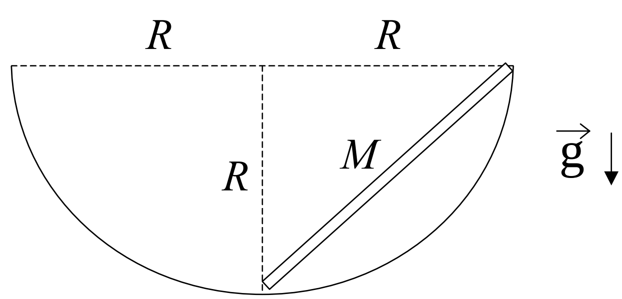
c) Resuelva nuevamente por energía el punto a).



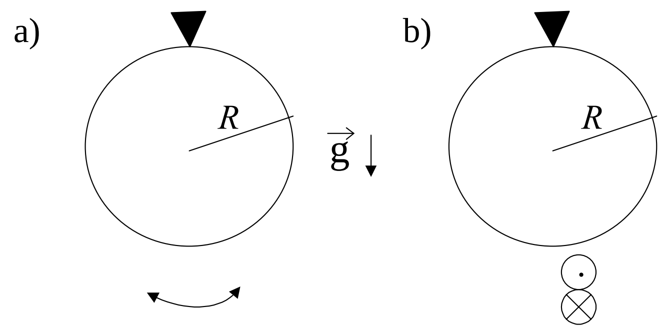
6 - Una varilla homogénea de masa M y longitud L es abandonada en reposo en la posición que se observa en la figura. Sus extremos deslizan sobre una superficie cilíndrica de radio R, sin rozamiento. La varilla se mueve en un plano vertical.

a) Hallar, utilizando argumentos cinemáticos, el eje instantáneo de rotación de la varilla cuando ésta adopta la posición horizontal.

b) Calcule, por energía, la velocidad del centro de masa de la varilla cuando ésta adopta la posición horizontal.



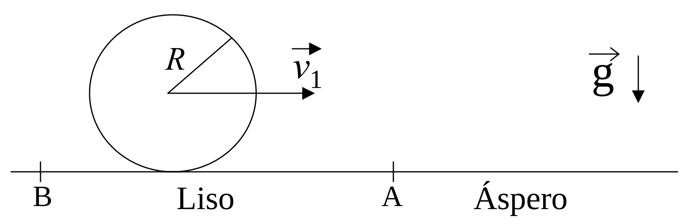
7 - Un anillo de masa M y radio R cuelga de un soporte, tal que el anillo puede oscilar en su propio plano como un péndulo físico. Encuentre el período T_1 de pequeñas oscilaciones.
Suponga un anillo idéntico que puede girar en torno de un eje tangente al anillo y contenido en el plano del mismo. El anillo puede efectuar oscilaciones dentro y fuera del plano. Encuentre el periodo T_2 de pequeñas oscilaciones.
¿Qué oscilación tiene el período más largo?.



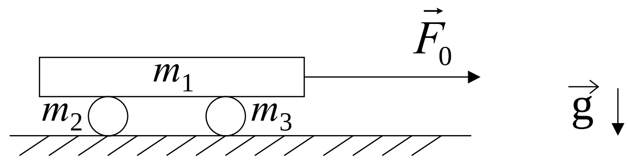
8 - Desde el extremo superior de un plano inclinado se sueltan, sin velocidad inicial, una esfera, un cilindro y un aro homogéneos, que bajan rodando hasta el extremo inferior del mismo.
Demuestre que la esfera llega al piso en menos tiempo que el cilindro y éste en menos tiempo que el aro, cualquiera sean sus masas y sus radios.

9 - Un cilindro homogéneo de masa M y radio R se traslada sin rodar con velocidad $\vec{v}_1$ en la parte exenta de rozamiento BA de una superficie horizontal Más allá de A cambia la superficie de manera que a la derecha de A el coeficiente de rozamiento es μ . Una vez que haya pasado el punto A, el cilindro deslizará primeramente sobre el plano áspero pero acabará rodando sin deslizar.

a) Calcule en qué punto empezará a rodar sin deslizar (rodadura) y cuál será la velocidad correspondiente del centro de masa.
b) Calcule la aceleración del cilindro y el valor de la fuerza de rozamiento a partir del punto en que entra en rodadura (punto C).
c) Calcule la energía perdida entre el punto A y el punto C. Justifique el valor hallado por razonamientos energéticos.



10 - Una tabla de masa m_1 está apoyada sobre dos cilindros sólidos de igual masa ($m_2 = m_3$) y diámetro d. No hay deslizamiento entre la tabla y los cilindros ni entre los cilindros y la superficie horizontal. Se tira de la tabla con una fuerza constante $\vec{F}_0$ Calcule la velocidad de la tabla cuando se ha desplazado una distancia D desde la posición de reposo.



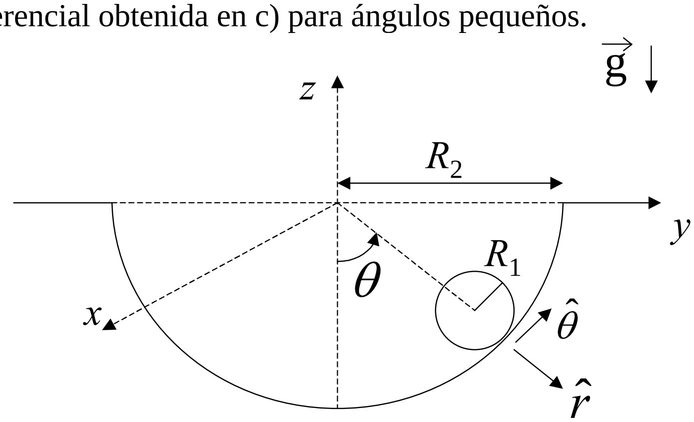
11 - Un cilindro homogéneo de radio R_1 y masa m rueda sin resbalar (hay rozamiento) dentro de una cavidad semicilíndrica de radio R_2 (ver figura).

a) Si θ es el ángulo de la figura y $\vec{v}_{CM}$ es la velocidad del centro de masa del cilindro de radio R_1, escriba los vectores $\vec{v}_{CM}$ y $\dot{\vec{v}}_{CM}$ en función de datos y de las derivadas de θ con respecto al tiempo.

b) Teniendo en cuenta los resultados de a) y que el cilindro rueda sin deslizar, exprese los vectores velocidad angular $\vec{\Omega}$ y aceleración angular $\dot{\vec{\Omega}}$ de este cilindro en función de datos y de las derivadas de θ con respecto al tiempo.

c) Indique en un dibujo todas las fuerzas que actúan sobre el cilindro y plantee las ecuaciones de Newton y momentos para este cilindro. Obtenga una ecuación diferencial para θ (t) y diga qué tipo de movimiento realiza el cilindro.

d) Si en el instante inicial θ (t = 0) = 0 y $\dot{\theta}$ (t = 0) = ω_0, diga cuál es la solución de la ecuación diferencial obtenida en c) para ángulos pequeños.

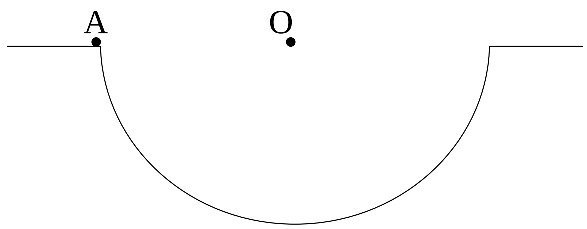


12 –Pregunta: En los problemas 6 y 11 discuta cuál o cuáles de las siguientes alternativas son incorrectas:

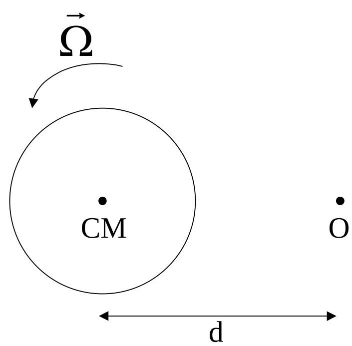
a) $\vec{L}_A = I_A\vec{\Omega}$

b) $\vec{L}_O = I_O\vec{\Omega}$

c) $\vec{L}_{CM} = I_{CM}\vec{\Omega}$



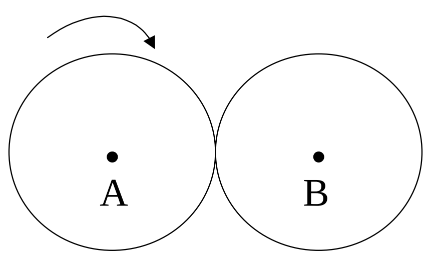
13 – Pregunta: El disco de la figura tiene su centro de masa fijo. Diga si es correcto que:
$\vec{L}_O = I_O\vec{\Omega} = (I_{CM} + md^2)\vec{\Omega}$.



14 - Considere dos rodillos iguales en contacto, como muestra la figura. Los ejes A y B están fijos y hay rodadura entre los rodillos.

a) Muestre que $\vec{L}_{total} = 0$ cualquiera sea la velocidad angular de rotación $\Omega(t)$. Es decir que $\vec{L}_{total}$ se conserva en cualquier circunstancia.

b) Si se coloca una manija a uno de los cilindros y se ejerce sobre ella un momento, ¿cómo justifica que se conserve $\vec{L}_{total}$?.



15 - Una persona está parada sobre una plataforma giratoria que rota con velocidad angular ω. La persona tiene sus brazos extendidos horizontalmente y en cada mano sostiene un cuerpo de masa m. Repentinamente deja caer ambos cuerpos en forma simultánea; halle

la velocidad angular final de la plataforma después del choque plástico de los cuerpos con la misma.