

1. Superconductividad

- 1.1 Observaciones experimentales
- 1.2 Materiales superconductores
- 1.3 Efecto Meissner
- 1.4 Tipos de superconductores
- 1.5 Banda prohibida de energía
- 1.6 Efecto isótopo
- 1.7 Teoría de la superconductividad
- 1.8 Criterio de la superconductividad tipo I y tipo II
- 1.9 Cuantización del flujo
- 1.10 Aplicaciones de los materiales superconductores

Al enfriar ciertos metales y aleaciones por debajo de una temperatura, propia de cada material y denominada temperatura crítica T_C , del orden de algunos °K, se observa la desaparición repentina de la resistividad eléctrica. Este fenómeno sorprendente se denomina superconductividad y fue observada por primera vez por el holandés Kamerlingh Onnes en 1911.

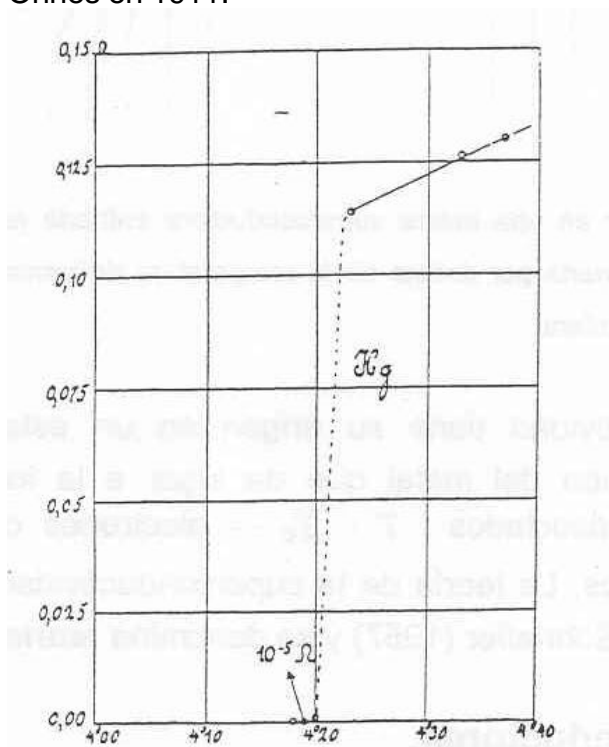


Figura 1.1. Resistencia (en Ω) de una muestra de Hg en función de la temperatura (en K). Esta es la gráfica de Kamerlingh Onnes que marcó el descubrimiento de la superconductividad.

1.1 Observaciones experimentales

Las principales observaciones experimentales asociadas al fenómeno de la superconductividad son las siguientes:

a) Por debajo de una temperatura crítica T_c la resistividad eléctrica en corriente continua se vuelve ≈ 0 , observándose una corriente persistente o *super corriente*. En bobinas superconductoras se han observado corrientes persistentes que no disminuyen su valor incluso al cabo de un año implicando este hecho que la resistividad eléctrica $< 10^{-25}$ Ohm.m. Para corriente alterna, el superconductor ofrece resistencia, aunque para frecuencias bajas es muy pequeña.

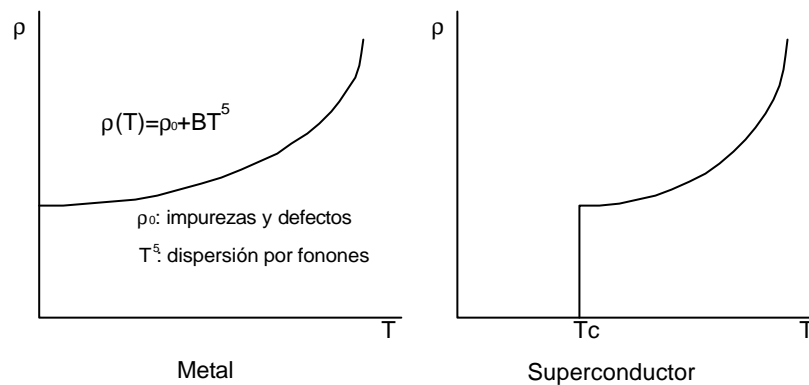


Figura 1.2. Resistividad de un metal y de un superconductor a baja temperatura

b) Los materiales superconductores poseen propiedades magnéticas sorprendentes; un superconductor masivo en un campo magnético débil se comporta como un diamagnético perfecto, es decir, la inducción magnética en su interior es nula dado que el flujo magnético es expulsado del interior de la muestra. Este fenómeno recibe el nombre de **efecto Meissner**.

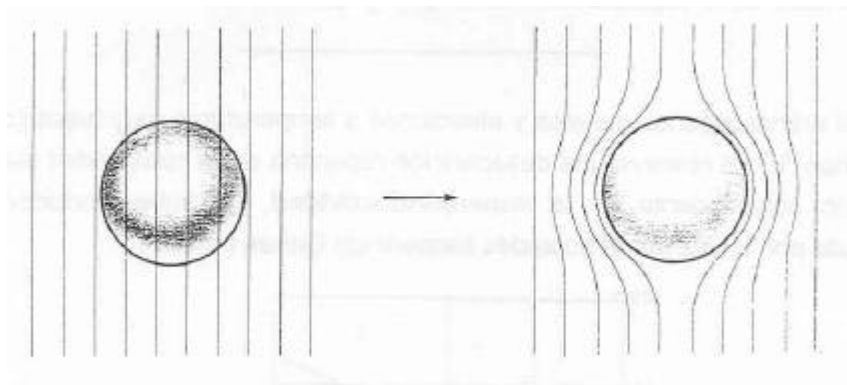


Figura 1.3. Efecto Meissner en una esfera superconductora enfriada en presencia de un campo magnético constante; al enfriarla por debajo de la temperatura de transición el flujo magnético es expulsado del interior de la esfera.

c) Destrucción de la superconductividad por campos magnéticos. La tercera propiedad fundamental de un superconductor consiste en que al aplicar un campo magnético superior a un valor crítico, B_C , a una muestra superconductora, ésta recupera su resistencia eléctrica normal provocando la desaparición de la superconductividad. El valor del campo crítico B_C depende de temperatura, tal y como se muestra en la figura 1.4, comprobándose como a la temperatura crítica T_C el campo crítico es nulo: $B_C(T_C) = 0$. Una buena aproximación para la dependencia del campo crítico B_C con la temperatura viene dada por la expresión

$$B_c(T) = B_c(0) \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right] \quad [1.1]$$

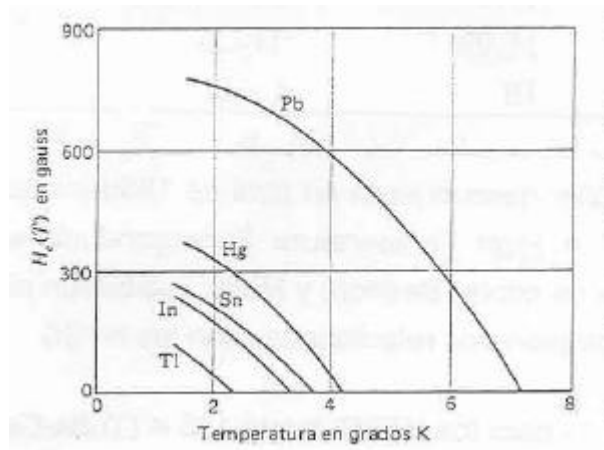


Figura 1.4. Curvas umbral del campo crítico H_c (en Gauss; 1 Gauss = 10^{-4} Tesla) en función de la temperatura.

Asociado a esta propiedad tenemos el efecto Silsbee: Si la corriente que circula por el superconductor excede una “corriente crítica”, el estado superconductor es destruido. El valor de esta corriente crítica (hasta 100 A en un alambre de 1 mm de diámetro) depende de la geometría de la muestra y se relaciona con el campo magnético generado por la corriente que excede B_C .

Más adelante veremos como la superconductividad tiene su origen en un estado ordenado de los electrones de conducción del metal que da lugar a la formación de pares de electrones débilmente asociados : $T < T_c \rightarrow$ electrones ordenados, $T > T_c \rightarrow$ electrones desordenados. La teoría de la superconductividad ha sido desarrollada por Bardeen, Cooper y Schrieffer (1957) y se denomina teoría BCS.

1.2 Materiales superconductores

Podemos dividir los materiales semiconductores conocidos en tres grandes grupos

- Elementos: alrededor de 25 metales presentan esta propiedad. El sistema periódico de los elementos no aporta ninguna clave para explicar el fenómeno de la superconductividad. Así, los metales sencillos de electrones casi-libres (metales nobles, metales alcalinos) no se vuelven superconductores mientras que elementos de casi todas las estructuras cristalinas pueden ser superconductores.

Tabla periódica de los elementos con superconductores conocidos sombreados y sus T_c (en K). El sombreado oscuro indica que el elemento sólo es superconductor a presión elevada.

H																	He	
Li	Be											B	C	N	O	F	Ne	
Na	Mg											Al	Si	P	S	Cl	Ar	
K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr	
Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe	
Cs	Ba	La	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn	
Fr	Ra	Ac																
			Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	Lu		
			Th	Pa	U	Np	Pu	Am	Cm	Bk	Cf	Es	Fm	Md	No	Lw		

Figura 1.5. Tabla periódica de los elementos mostrando los superconductores conocidos (sombreados) y su T_c (en K). El sombreado oscuro indica que el elemento sólo es superconductor a presión elevada.

Tabla 1.1. Superconductividad de algunos elementos:

Elemento	T_c en K	H_c en gauss (0 K)	Estructura Cristalina
Al	1,19	99	FCC
In	3,4	293	Tetraédrica
Mo	0,92	98	BCC
Pb	7,2	803	FCC
Nb	9,2	1980	BCC
Sn	3,7-5,3	305	Diamante
Ta	4,4	830	BCC
V	5,3	1020	BCC

- Varios miles de aleaciones, compuestos intermetálicos y semiconductores. El rango de temperaturas de transición (hasta el 2000) oscila desde los 39 K (MgB₂) a los 0,001 K (Rh).

Tabla 1.2. Superconductividad de algunos compuestos:

Compuesto	T_C en K	Compuesto	T_C en K
Nb ₃ Sn	18,05	V ₃ Ga	16,5
Nb ₃ Ge	23,2	V ₃ Si	17,1
Nb ₃ Al	17,5	MgB ₂ (2000)	39
NbN	16,02	Ti ₂ Co	3,44
NbTi	10	La ₃ In	10,4

- Bednorz y Müller descubrieron en abril de 1986 los superconductores de alta temperatura (HTSC = High Temperature SuperConductors). Los primeros HTSC consistían en óxidos de cobre con bario y lantano. Bednorz y Müller recibieron el Premio Nóbel de física 1987 por sus trabajos pioneros relacionados con los HTSC. El rango de T_C para los HTSC llega hasta hasta los 125 K (Tl₂Ba₂Ca₂Cu₃O₁₀).

1.3 Efecto Meissner

Al enfriar un superconductor en presencia de un campo magnético externo B_{ext} (menor que B_C) por debajo de T_C , se induce una corriente persistente en una dirección tal que se opone al campo magnético aplicado \Rightarrow el campo generado por la corriente cancela exactamente a $B_{ext} \Rightarrow$ en el interior del superconductor $B_{int} = 0$ (la corriente persistente inducida se ve limitada a una capa superficial). El efecto Meissner consiste en la expulsión del campo magnético del interior del superconductor al aplicar un campo magnético externo menor que B_C , de manera que un superconductor se comporta como un **diamagnético ideal**. Este hecho provoca fenómenos tales como la [levitación](#) de un imán sobre un superconductor.

En una muestra cilíndrica larga con su eje \parallel a B_{ext} (despreciando la contribución del campo desimanador) se tiene:

$$B_{int} = B_{ext} + \mu_0 M = 0 \quad \text{ó} \quad M = - B_{ext} / \mu_0 \quad [1.2]$$

El efecto Meissner no es una consecuencia directa de la resistividad nula, sino una propiedad adicional de los superconductores. El razonamiento que justifica esta afirmación es el siguiente

- La ley de Ohm ($\mathbf{E} = \mathbf{r} \mathbf{j}$) predice que si $\mathbf{r} \rightarrow 0$, el campo eléctrico $\mathbf{E} \rightarrow 0$.
- Por otra parte, la ley de Faraday ($\text{rot } \vec{\mathbf{E}} = -d\vec{\mathbf{B}}/dt$) predice que si $\mathbf{E} \rightarrow 0$, se tiene que cumplir que $-d\vec{\mathbf{B}}/dt = 0$. En un conductor perfecto el campo magnético no depende del tiempo \Rightarrow el flujo a través de un metal no puede cambiar cuando $T < T_c \Rightarrow$ contradicción del efecto Meissner que se da en superconductores.
- La explicación de esta aparente contradicción se dará más adelante \rightarrow ecuación de London

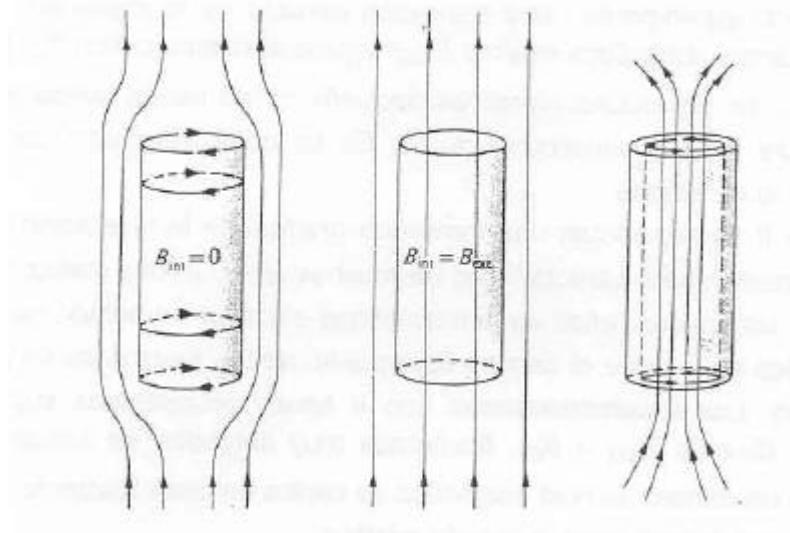


Figura 1.6. Expulsión del flujo magnético en un cilindro compacto y en un cilindro hueco.

1.4 Tipos de superconductores

Dependiendo de cómo pasan del estado superconductor al normal al aplicar un campo magnético $B_{ext} > B_c$ existen dos tipos de superconductores

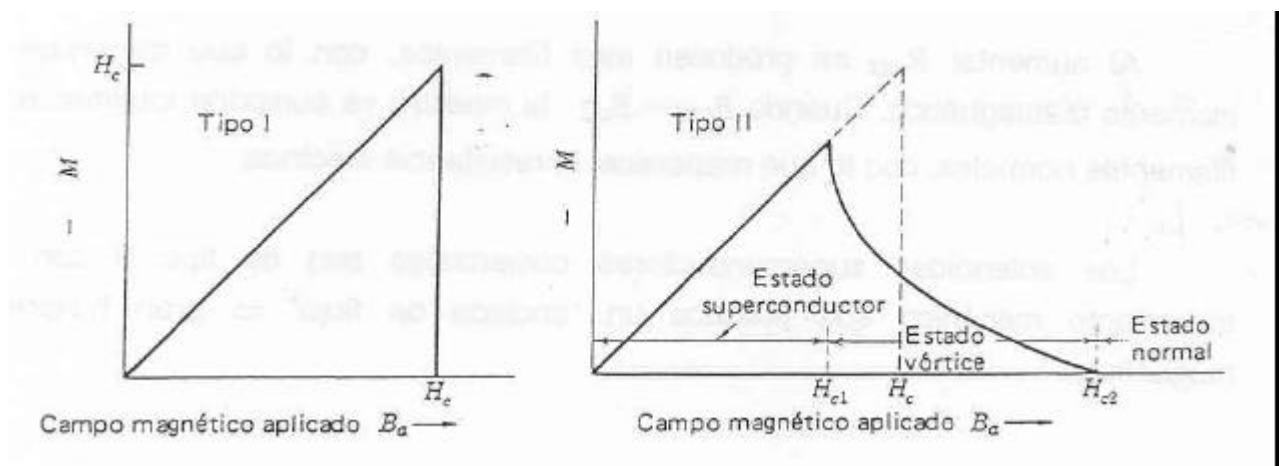


Figura 1.7. Curvas de imanación superconductor de un superconductor tipo I y tipo II. Curvas para muestra cilíndrica con el eje paralelo al campo y para $T < T_c$

Tipo I: experimentan una transición abrupta de la imanación diamagnética cuando el campo magnético externo B_{ext} supera el campo crítico B_C . El valor de B_C en este tipo de superconductores es pequeño ($\approx 10^2$ gauss) \Rightarrow no tienen aplicación técnica en bobinas para imanes superconductores. Es un comportamiento característico de casi todos los elementos.

Tipo II: experimentan una transición gradual de la imanación diamagnética desde un campo crítico inferior B_{c1} hasta un campo crítico superior B_{c2} . Es un comportamiento característico de muchas aleaciones y metales de transición (Nb, Tc, V) con valores altos de la resistividad eléctrica en estado normal, es decir, en materiales en los que el camino libre medio de los electrones en estado normal es pequeño. Los superconductores tipo II tienen propiedades superconductoras hasta B_{c2} ($\approx 10^5$ gauss).

Tabla 1.3. Campo crítico superior para algunos compuestos:

Compuesto	B_{c2} (T) a 4,2 K
$Pb_{0,5}Mo_{5,1}S_6$	60,3
V_3Ga	23,9
NbN	10
Nb_3Ge	36,4
Nb_3Ga	32,7

Cuando $B_{ext} > B_{c1}$, filamentos muy delgados de material se vuelven normales y un cilindro de flujo magnético se centra en cada filamento. A este estado se le denomina estado mixto o **estado vórtice**:

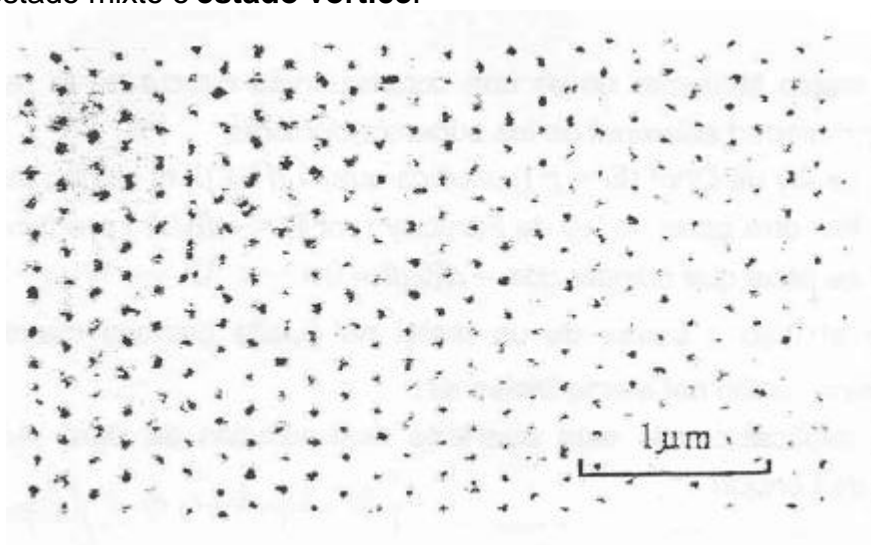


Figura 1.8. Estructura filamentaria del estado vórtice en un superconductor tipo II (Nb). Los puntos oscuros son regiones normales donde se ha depositado polvo ferromagnético.

Al aumentar B_{ext} se producen más filamentos, con lo que disminuye el momento diamagnético. Cuando $B_{ext} = B_C$ la muestra se compone totalmente de filamentos normales, con lo que reaparece la resistencia eléctrica. Los solenoides superconductores comerciales son de tipo II con un tratamiento mecánico que produce un anclado de flujo por razones que posteriormente analizaremos.

1.4.1 Destrucción de la superconductividad en materiales tipo I.

Cuando el campo externo B_{ext} es paralelo al eje de una muestra larga y delgada tipo I, la transición al estado normal está bien definida a $B_{ext} = B_C$. Para otras geometrías la transición pasa por un estado intermedio. Ejemplo: $B_{ext} \perp$ al eje de una muestra cilíndrica: Dentro de la muestra superconductora $B = 0 \Rightarrow$ las líneas de fuerza se distorsionan, de manera que en el plano AA' el campo es mayor que B_{ext} . Cuando $B_{ext} = \frac{1}{2} B_C$, el campo en AA' se hace igual a B_C , con lo que parte de la muestra se vuelve normal, y pasa al estado intermedio. Conforme aumenta B_{ext} , crece el tamaño de la región normal hasta que para $B_{ext} = B_C$ toda la muestra es normal. Obsérvese que en la imagen anterior del estado intermedio, la escala es mucho mayor que en la correspondiente al estado vórtice. No confundir el estado intermedio (superconductores tipo I, depende de la geometría) con el estado vórtice (tipo II, inherente).

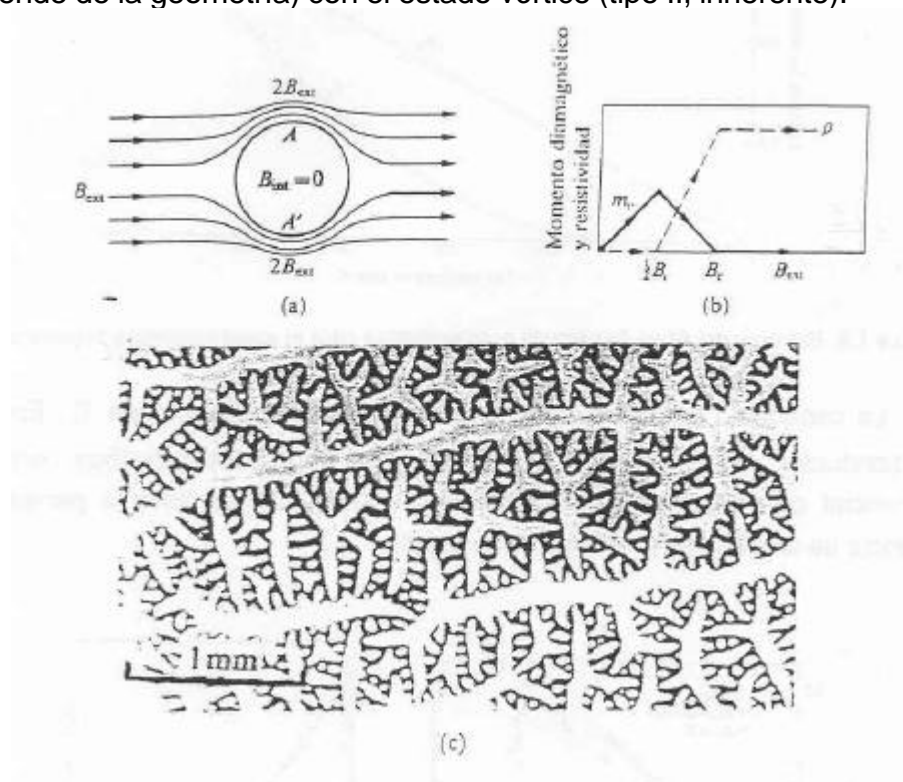


Figura 1.9. Estructura del estado intermedio en el Pb. Las regiones oscuras corresponden a la fase normal decorada con partículas de Fe

1.5 Banda prohibida de energía

La capacidad calorífica presenta una discontinuidad abrupta en T_c tal y como se muestra en las figuras 1.10 y 1.11. En estado superconductor, la contribución electrónica a la capacidad calorífica, figura 1.10.b), tiene forma exponencial con argumento proporcional a $-1/T$, lo cual lleva a pensar en la existencia de una banda prohibida de energía.

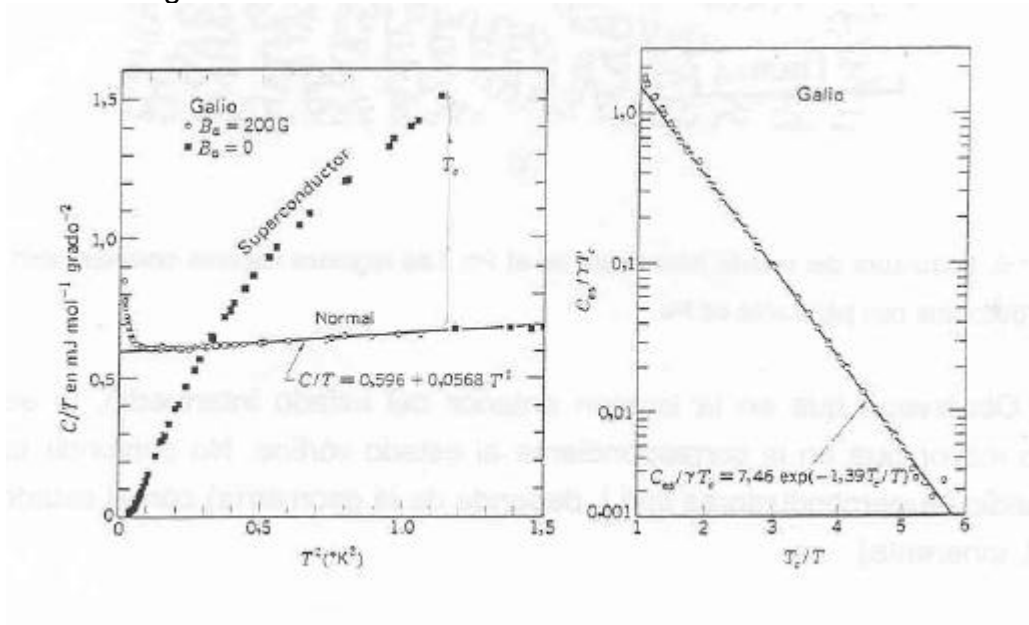


Figura 1.10. a) Capacidad calorífica del Ga en estado normal y superconductor. b) Contribución electrónica de la capacidad calorífica en escala logarítmica en función de T_c/T .

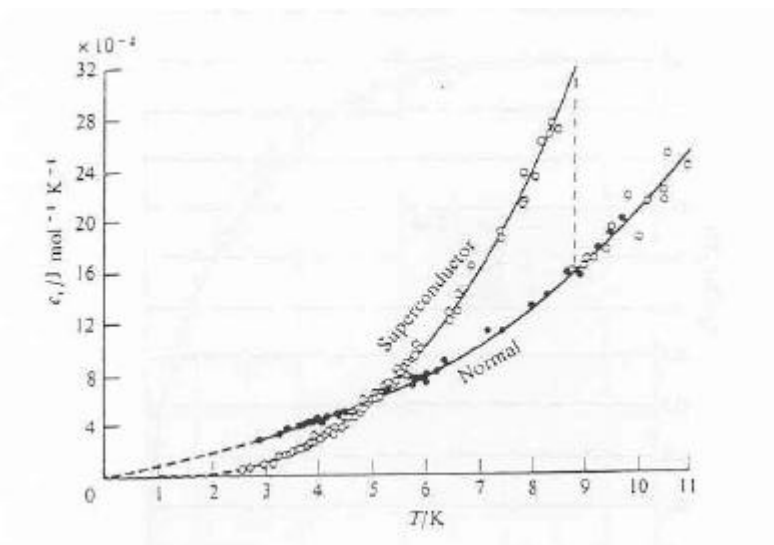


Figura 1.11. Capacidad calorífica del Nb en estado normal y superconductor en función de la temperatura. Para la medida de la capacidad calorífica en el estado normal por debajo de T_c se aplica un campo magnético superior al campo magnético crítico

A partir de la figura 1.10.b) deducimos que el factor exponencial de la componente electrónica de la capacidad calorífica del Ga en estado superconductor tiene la forma:

$$C_e \approx \exp(-\Delta/k_B T), \Delta \approx 1,4k_B T_c$$

Este hecho sugiere la existencia de una banda prohibida de energía $E_g = 2\Delta = 2,8k_B T_c$, siendo 2,8 un valor representativo de los materiales superconductores. Esta estimación ha sido corroborada mediante medidas ópticas y desarrollos teóricos. La tabla 1.4 muestra el valor de esta banda prohibida a 0 K para diferentes materiales.

Tabla 1.4. Banda prohibida de energía de algunos elementos a $T = 0$ K

Elemento	E_g en 10^{-4} eV	Elemento	E_g en 10^{-4} eV
Al	3,4	In	10,5
V	16	Sn	11,5
Zn	2,4	La	19,0
Ga	3,3	Ta	14,0
Nb	30,5	Hg	16,5
Mo	2,7	Tl	7,35
Cd	1,5	Pb	27,3

La banda prohibida de los superconductores es de naturaleza muy distinta a la de los aisladores:

- Aisladores y semiconductores \rightarrow interacción electrón-red
- superconductores \rightarrow interacción electrón-electrón \Rightarrow ordenamiento de los electrones en el espacio k con respecto a los electrones del gas de Fermi

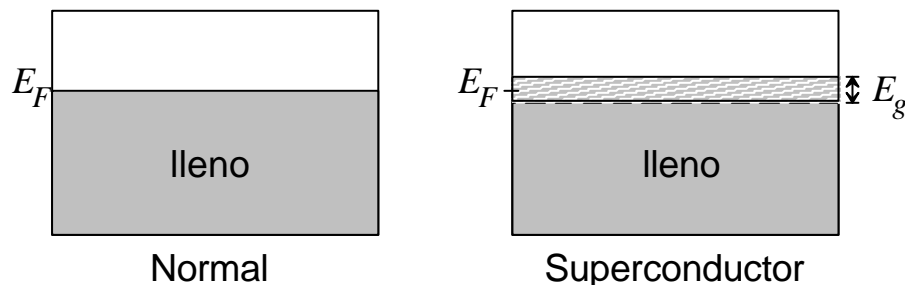


Figura 1.13. Esquema del diagrama de bandas de energía en un metal y en un superconductor. El valor típico de E_g está en torno a 10^{-4} eV

La banda prohibida E_g decrece de forma continua hacia cero al aumentar la temperatura hasta T_c tal y como se muestra en la figura 1.14

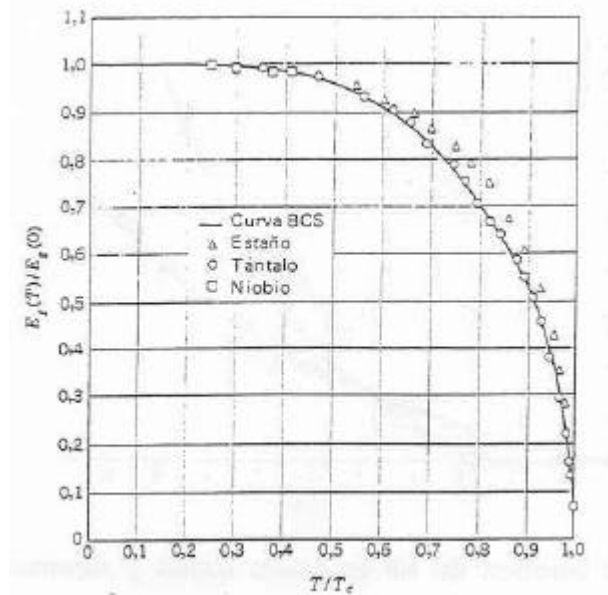


Figura 1.14. Valores reducidos de la banda prohibida de energía observada $E_g(T)/E_g(0)$ en función de la temperatura reducida T/T_c . La línea continua corresponde a la teoría BCS.

La transición del estado superconductor al normal sin campo magnético aplicado es una transición de fase de **2º orden** dado que el parámetro de orden, banda prohibida de energía E_g , decrece continuamente hasta el valor cero a T_c (aunque sí hay un salto en la capacidad calorífica) y no hay calor latente.

Al enfriar un superconductor por debajo de T_c se produce un descenso marcado de la entropía, es decir, el estado superconductor es más ordenado que el estado normal.

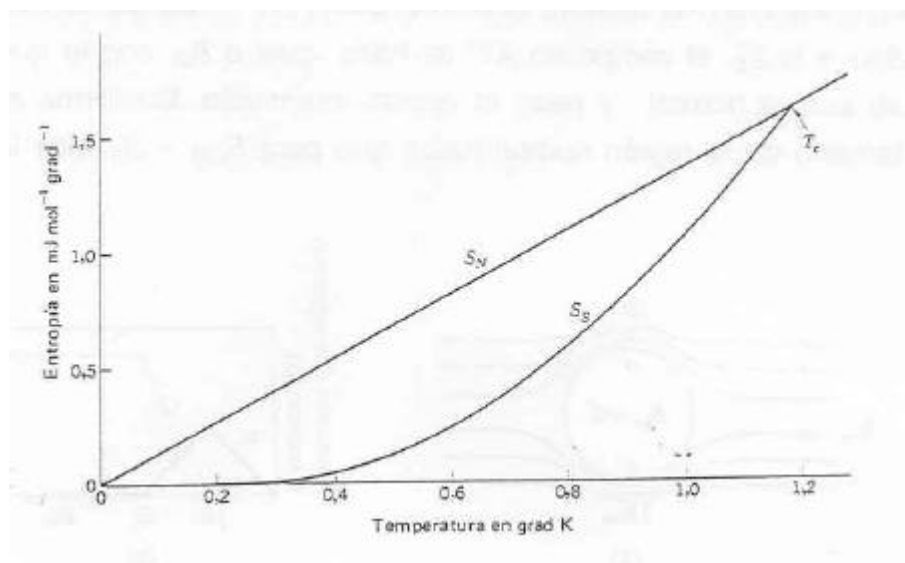


Figura 1.12. Entropía del Al en función de la temperatura para el estado normal y superconductor

1.5.1 Comportamiento en la región de microondas e infrarrojo

La existencia de una banda prohibida implica que fotones de energía menor que la anchura de la banda, E_g , no son absorbidos.

- Fotones de energía $< E_g \rightarrow$ resistividad = 0 para $T = 0$.
- Para T mucho menores que T_c la resistencia tiene un salto nítido cuando los fotones tienen una energía igual a E_g
- Fotones de energía $> E_g \rightarrow$ la resistencia se aproxima a la del estado normal, ya que esos fotones provocan transiciones de electrones a niveles energéticos “normales” desocupados por encima de la banda prohibida

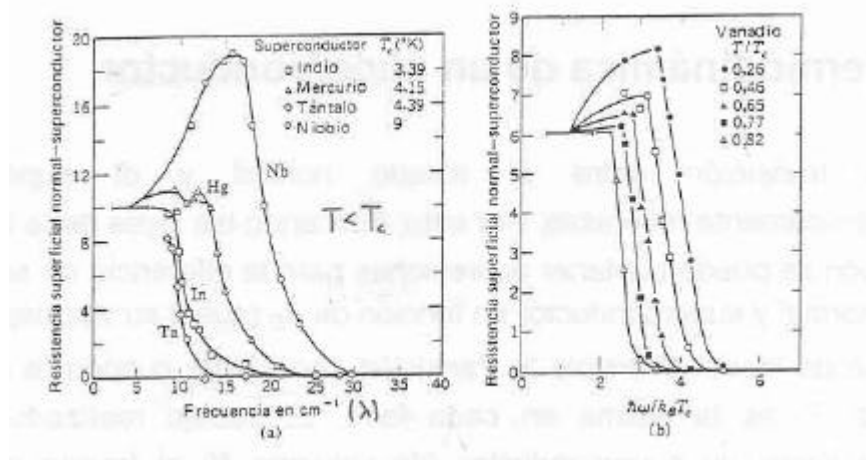


Figura 1.15. A frecuencias elevadas la resistividad normal de un superconductor se aproxima a la del metal normal

1.6 Efecto isótopo

Se ha constatado la siguiente observación experimental; la temperatura crítica de los superconductores, T_c , varía con la masa isótopa M . Dentro de cada serie de isótopos, se da la relación:

$$M^\alpha T_c = \text{const.} \quad [1.3]$$

Esto quiere decir que la temperatura crítica, T_c , depende de la masa isótopa, lo cual implica que las vibraciones de la red, y con ello las **interacciones electrón-red** juegan un papel importante en la superconductividad. En el modelo inicial BCS $T_c \propto \theta_{\text{Debye}} \propto M^{-1/2} \Rightarrow \alpha = 1/2$. Incluyendo interacciones de Coulomb entre electrones se llega a valores diferentes de α (dentro del mismo orden de magnitud).

1.7 Teoría de la superconductividad

Para una formulación teórica de los fenómenos superconductores hay que tener en cuenta:

- los resultados derivados de la termodinámica
- los resultados descritos por ecuaciones fenomenológicas (ecuaciones de London y de Landau-Ginzburg)
- la teoría cuántica de la superconductividad de Bardeen, Cooper y Schrieffer (BCS) → sólo haremos un bosquejo y discutiremos los resultados y logros de la teoría.

1.7.1 Termodinámica de un superconductor

La transición entre el estado normal y el superconductor es termodinámicamente reversible. Por esto, aplicando las leyes de la termodinámica a la transición se pueden obtener expresiones para la diferencia de entropía entre los estados normal y superconductor en función de B_c , que a su vez depende de T . En un cambio de fases reversible la transición tiene lugar cuando la energía libre de Helmholtz, F , es la misma en cada fase. El trabajo realizado a temperatura constante sobre un superconductor de volumen V al traerlo desde el infinito, campo externo = 0, a la posición \mathbf{r} en el campo de un imán permanente es igual a

$$W = -V \int_0^{\vec{B}_{ext}} \vec{M} \cdot d\vec{B}_{ext} \tag{1.4}$$

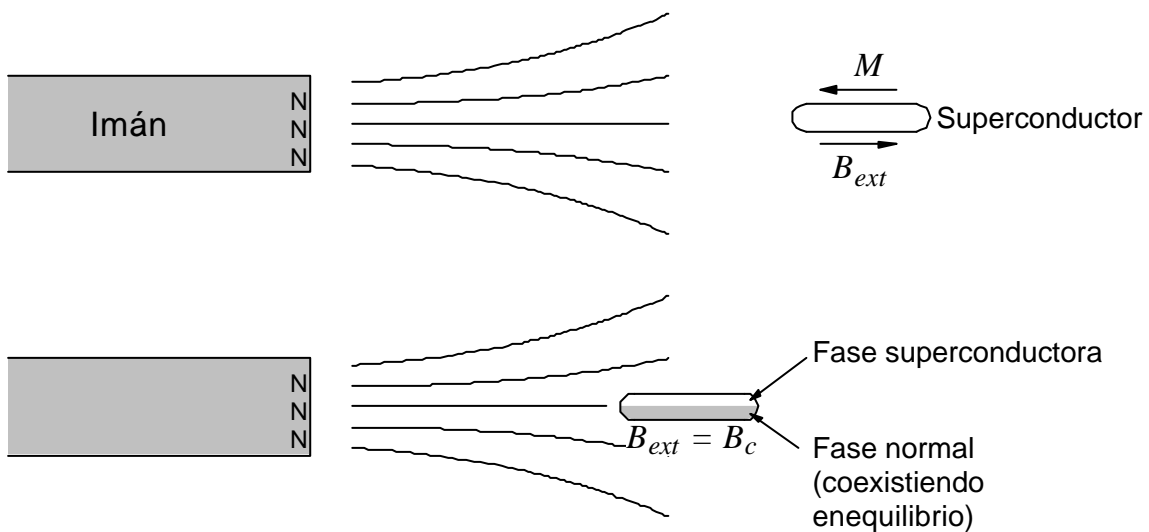


Figura 1.16. Proceso de inmersión de un superconductor tipo I en un campo magnético

Al tener un proceso isotermo

$$dF = dW = -V \vec{M} \cdot d\vec{B}_{ext} \quad [1.5]$$

Dado que tenemos un diamagnético perfecto en el superconductor podemos sustituir M por $-B_{ext}/\mu_0$

$$dF_s = \frac{V}{\mu_0} B_{ext} dB_{ext} \quad [1.6]$$

Integrando desde la posición con campo = 0 a la posición con campo = B_{ext}

$$F_s(B_{ext}) - F_s(0) = \frac{V}{2\mu_0} B_{ext}^2 \quad [1.7]$$

Consideramos un metal no magnético en estado normal y por tanto despreciamos la susceptibilidad magnética χ_m (en sustancias normales $\chi_m \ll 1$ y paramagnéticas $\chi_m \ll 1$) con lo que $M = 0$ y la energía libre del metal normal es independiente del campo

$$F_n(B_C) = F_n(0) \quad [1.8]$$

Cuando el campo externo alcanza el valor del campo crítico B_C , las energías libres F_n y F_s de los estados normal y superconductor son iguales. Esto implica que

$$F_n(B_C) = F_s(B_C) = F_s(0) + \frac{V}{2\mu_0} B_C^2 \quad [1.9]$$

Y la energía de estabilización del estado superconductor, usando [1.8], es igual a

$$\Delta F \equiv F_n(0) - F_s(0) = \frac{V}{2\mu_0} B_C^2 \quad [1.10]$$

A una temperatura finita las fases normal y superconductor están en equilibrio cuando las energías libres, $F = U - TS$, son iguales.

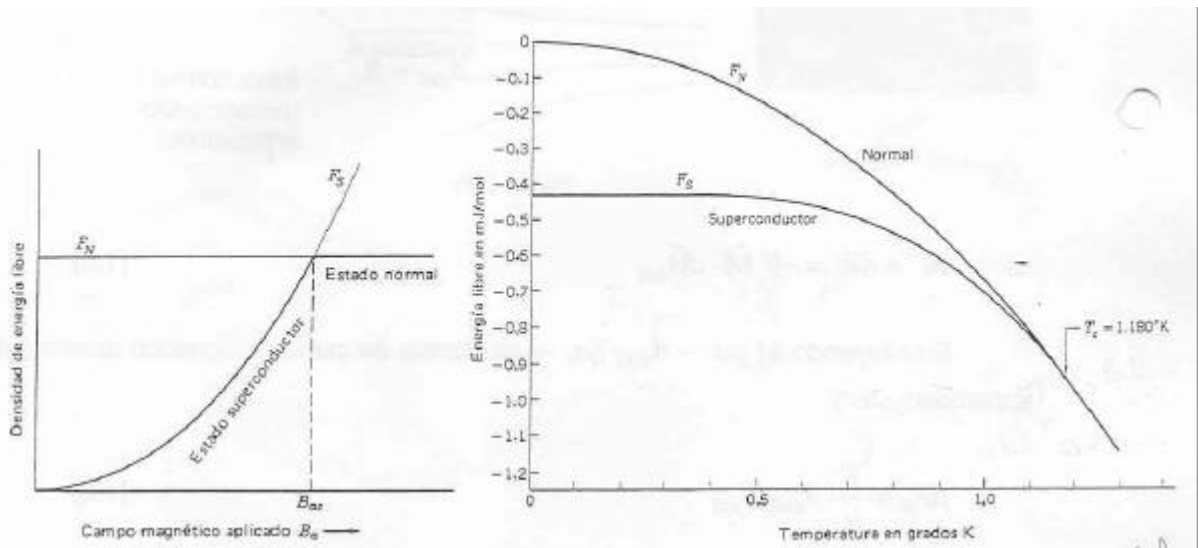


Figura 1.17. Densidad de energía libre frente a campo magnético aplicado y temperatura (curva experimental del Al)

La entropía es igual a
$$S = -\frac{\partial F}{\partial T} = -\frac{\partial F}{\partial B} \cdot \frac{\partial B}{\partial T}$$

y la diferencia de entropía entre los dos estados viene dada por la ecuación

$$S_n - S_s = -\frac{VB_c}{m_0} \frac{dB_c}{dT} \quad [1.11]$$

Es decir, y dado que la derivada de B_c respecto a T es siempre negativa, la entropía en el estado superconductor es siempre menor que en el estado normal, tal y como se deducía de las medidas de la capacidad calorífica. Esto implica la existencia de un mayor orden en estado superconductor frente al estado normal.

El calor latente $Q = T(S_n - S_s)$ que se origina cuando se destruye la superconductividad al aplicar un campo $B > B_c$ es igual a

$$Q = -\frac{VB_c T}{m_0} \frac{dB_c}{dT} \quad [1.12]$$

A la temperatura crítica T_c, donde B_c = 0, el calor latente Q = 0, es decir tenemos una transición de fase de 2º orden

1.7.2 Ecuación de London

El efecto Meissner ($B_{int} = 0$) es el resultado de corrientes superficiales inducidas que producen un campo que se opone a B_{ext} . Estas corrientes no pueden circular en una capa superficial infinitamente delgada, ya que entonces la densidad de corriente sería superior a la crítica, $j > j_c$ y por tanto deben penetrar ligeramente en el material. Vimos que el efecto Meissner no se deduce simplemente de las ecuaciones de Maxwell y de suponer un material con resistividad eléctrica nula. En efecto, London demostró que es necesario introducir 2 ecuaciones adicionales. Asumimos como hipótesis de trabajo que para $T < T_c$ sólo una fracción n_s/n del número total de e^- de conducción n participa en la supercorriente y conforme $T \rightarrow 0$, $n_s \rightarrow n$. Los e^- normales restantes, $n - n_s$, conducen la corriente con disipación de calor. Como para la supercorriente $r \cong 0$, esto implica que los e^- normales prácticamente no conducen corriente y por lo tanto pueden ser ignorados. Para los e^- superconductores la resistividad eléctrica $r \cong 0$, es decir, son acelerados en un campo eléctrico sin disipación de energía. Por tanto, la velocidad media de los e^- superconductores satisface la ecuación

$$m \frac{d\vec{u}}{dt} = -e\vec{E} \quad [1.13]$$

(obsérvese la ausencia de \vec{t} , ausencia de fenómenos de dispersión)

La densidad de corriente de estos e^- es:

$$\vec{j} = -e\vec{u} n_s \quad [1.14]$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} \vec{j} = -e n_s \frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{n_s e^2}{m} \vec{E} \quad [1.15]$$

La ley de Faraday-Henry postula que

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{B} \quad [1.16]$$

$$\Rightarrow \nabla \times \vec{E} = \nabla \times \frac{m}{n_s e^2} \frac{d}{dt} \vec{j} = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{B} \quad [1.17]$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial}{\partial t} \left(\nabla \times \vec{j} + \frac{n_s e^2}{m} \vec{B} \right) = 0 \quad [1.18]$$

La ecuación [1.18] junto con la ecuación de Maxwell (para el campo estático)

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mathbf{m}_0 \vec{j} \quad [1.19]$$

determinan los campos magnéticos y densidades de corriente que pueden existir en un conductor perfecto. Nótese que todo campo estático \vec{B} está ligado a una corriente estática \vec{j} (ecuación [1.19]).

Como todo \vec{B} y \vec{j} independientes del tiempo son soluciones triviales de [1.18], las dos ecuaciones [1.18] y [1.19] son consistentes con un campo magnético estático arbitrario. Esto es incompatible con el comportamiento observado en los superconductores, es decir, la desaparición del campo en el interior del superconductor para $B < B_c$ y $T < T_c$. London postuló que el comportamiento de los superconductores se obtiene restringiendo las soluciones de la ecuación [1.18] a aquellas que cumplen

$$\vec{\nabla} \times \vec{j} = -\frac{n_s e^2}{m} \vec{B} \quad [1.20]$$

La ecuación de London distingue a los superconductores de los “conductores perfectos”. Para éstos se cumple [1.18], lo cual sólo es cierto si el término $\vec{\nabla} \times \vec{j} + n_s e^2 \vec{B}/m$ es independiente del tiempo. La ecuación de London es más restrictiva, requiere que el valor $\vec{\nabla} \times \vec{j} + n_s e^2 \vec{B}/m$ independiente del tiempo sea además igual a 0.

La ecuación de London [1.20] junto con [1.19] lleva directamente al efecto Meissner, ya que

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) &= \mathbf{m}_0 \vec{\nabla} \times \vec{j} = -\frac{\mathbf{m}_0 n_s e^2}{m} \vec{B} \\ \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{j}) &= -\frac{n_s e^2}{m} \vec{\nabla} \times \vec{B} = -\frac{\mathbf{m}_0 n_s e^2}{m} \vec{j} \\ \Rightarrow \vec{\nabla}^2 \vec{B} &= \frac{\mathbf{m}_0 n_s e^2}{m} \vec{B} \\ \Rightarrow \vec{\nabla}^2 \vec{j} &= \frac{\mathbf{m}_0 n_s e^2}{m} \vec{j} \end{aligned} \quad [1.21]$$

La solución de las ecuaciones [1.21] viene dada por

$$\begin{aligned} B(x) &= B_0 \exp(-x/\lambda_L) \\ j(x) &= j_0 \exp(-x/\lambda_L) \end{aligned} \quad [1.22]$$

donde B_0 y j_0 son el campo y la corriente en la superficie del superconductor.

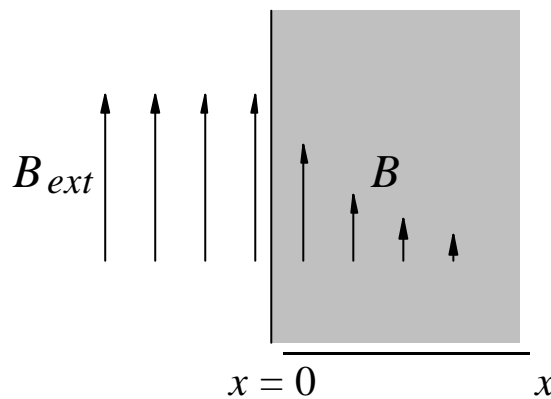
Las ecuaciones [1.22] predicen que las corrientes y campos magnéticos en los superconductores sólo pueden existir dentro de una capa de grosor λ_L en la superficie, donde

$$\lambda_L = \sqrt{\frac{m}{m_0 n_s e^2}} \quad [1.23]$$

λ_L : profundidad de penetración de London

⇒ En un superconductor no puede existir un campo magnético uniforme, ya que $\vec{B}(\vec{r}) = \vec{B}_0 = \text{const.}$ no puede ser solución de [1.21]

⇒ En el estado superconductor, el único campo permitido se amortigua exponencialmente hacia el interior:



En una película delgada superconductora con $t < \lambda_L$ el efecto Meissner no es completo, hecho que se comprueba de forma experimental. Por tanto, el campo crítico B_C en películas delgadas superconductoras es más alto que en superconductores masivos. Los resultados empíricos demuestran asimismo que λ_L depende de la temperatura según la ecuación

$$\lambda_L = \lambda_{L0} (1 - (T/T_C)^4)^{-1/2} \Rightarrow n_s \approx 1 - (T/T_C)^4 \quad [1.24]$$

1.7.3 Teoría BCS de la superconductividad

La bases de la teoría cuántica de la superconductividad fueron sentadas por Bardeen, Cooper y Schrieffer en 1957. A continuación se describen los rasgos generales de la teoría BCS:

Interacción electrón-fonón-electrón. Los experimentos muestran que en los materiales superconductores existe una banda prohibida justo alrededor del nivel de Fermi a $T = 0$ K. La anchura de esa banda a 0 K es del orden de $3 k_B T_C$. Para que pueda aparecer una banda de energía prohibida, debe haber un mecanismo por el que los electrones en un superconductor puedan rebajar su energía. Como la banda es muy pequeña ($\sim 10^{-4}$ eV), tendrá que ser una interacción atractiva muy débil. Según la teoría BCS, esta interacción es el resultado de una interacción atractiva entre los electrones y la red de la forma siguiente

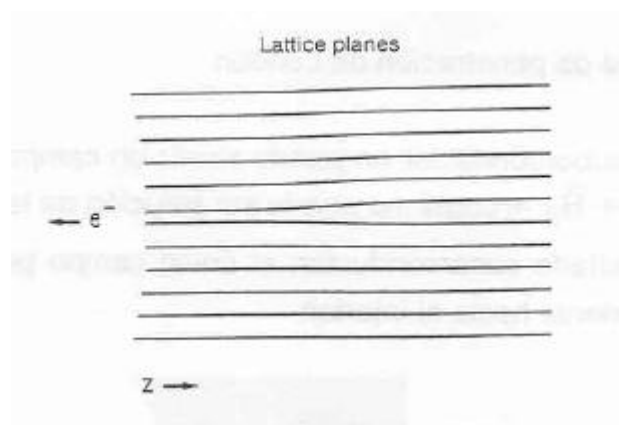


Figura 1.18. Interacción electrón-fonón-electrón que da lugar a la formación de un par de Cooper

Un electrón que se mueve por la red, atrae hacia sí a los núcleos iónicos positivos de manera que la región de la red por donde circula el electrón tendrá una densidad ligeramente mayor que la normal, y con ello una mayor densidad de carga positiva. Otro electrón que pasa por esa zona notará esa mayor densidad de carga positiva y se verá atraído por ella. En conjunto es como si el segundo electrón fuese atraído por el primero: Comparada con la velocidad del electrón, u_F ($\sim 10^6$ m/s), la red se mueve mucho más lentamente, experimentando su máxima deformación a una distancia $u_F 2\pi / \omega_D$ detrás del electrón, lo cual viene determinado por la frecuencia de Debye, ω_D , típica de los fonones de la red. De ahí que el acoplamiento de los dos electrones para formar un par, llamado par de Cooper, tiene lugar a lo largo de distancias de más de 1000 \AA , para las cuales la repulsión de Coulomb entre los electrones está completamente apantallada.

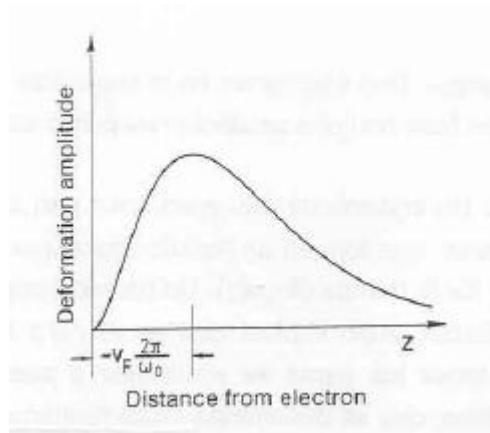


Figura 1.19. Desplazamiento de los núcleos iónicos en función de su distancia del primer electrón

Supongamos que un electrón de cantidad de movimiento k_1 pasa cerca de un núcleo iónico. Debido a la interacción (atractiva) de Coulomb, el ion positivo empezará a vibrar, es decir, se originará un fonón q , y la cantidad de movimiento del electrón se reducirá a $k_1 - q$. Si un segundo electrón de cantidad de movimiento k_2 pasa cerca de esa vibración de la red, ese segundo electrón se verá influenciado por ella, y si las condiciones (de cantidad de movimiento y energía) son favorables, es posible que el electrón absorba el fonón creado por el primer electrón, de manera que habrá una transferencia de cantidad de movimiento entre los dos electrones:

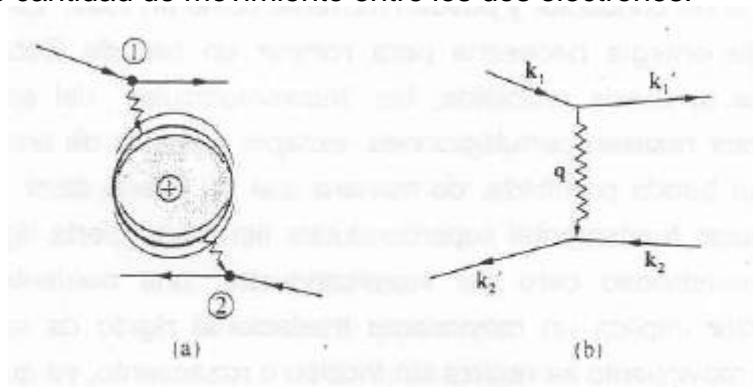


Figura 1.20. Interacción electrón-electrón con intercambio de fonón

$$\vec{k}_1 - \vec{q} = \vec{k}'_1 \quad \text{y} \quad \vec{k}_2 + \vec{q} = \vec{k}'_2$$

De esta manera, el intercambio continuo de fonones entre electrones da lugar a una interacción efectiva electrón-electrón, que es atractiva cuando la cantidad de movimiento de los dos electrones interaccionantes son iguales y opuestas ($k_2 = -k_1$) y sus energías las mismas. Esto es lo que llevó a Barden, Cooper y Schrieffer a demostrar que el estado fundamental de un conjunto de 2 electrones (fermiones) que se atraen mutuamente está separado del nivel más bajo excitado por una banda de energía. Dos electrones en la superficie de Fermi pueden rebajar su energía vibrando en fase con una oscilación de punto cero de la red.

Pares de Cooper: Un sistema de dos electrones con cantidad de movimiento y spins iguales y opuestos y que forman un estado ligado por intercambio de fonón se llama par de Cooper y se le denota $(+k_{\uparrow}, -k_{\downarrow})$. Un par de Cooper posee momento neto cero, spin cero, y se comporta como un Bosón. Esto implica que en el cero absoluto existe un único estado energético y todos los pares de electrones o pares de Cooper ocupan el mismo estado energético, que se denomina estado fundamental BCS. Este estado, tal y como se muestra en la figura 1.21.b) contiene mezclas de orbitales tanto por encima como por debajo de la energía de Fermi coincidiendo con el del material en su estado normal para $T=T_c$. La razón por la cual necesitamos que los electrones estén por encima de ϵ_f para encontrarse libres de formar pares de Cooper es que solamente por encima de ϵ_f se encuentra un número grande de estados desocupados que deben existir para que los 2 electrones de un par entren en ellos después de haber cambiado su impulso mediante el intercambio de un fonón. Por tanto, solo una fracción de los electrones $n_s \approx E_g/E_f$ formará pares de Cooper coincidiendo con la hipótesis *ad hoc* expuesta por London y que daba lugar al efecto Meissner. Este hecho motiva que el estado BCS tenga mayor energía cinética, incremento energético que debe compensarse con la disminución motivada por la interacción atractiva. Además la ocupación electrónica en el estado BCS se realiza por pares, es decir si \mathbf{k} está ocupado, $-\mathbf{k}$ también lo está, y viceversa.

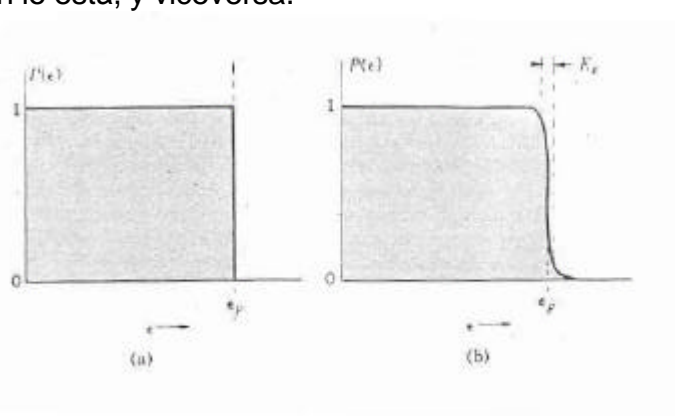


Figura 1.21. Probabilidad de ocupación de estados electrónicos en a) un metal y b) un superconductor ambos a $T=0$ K

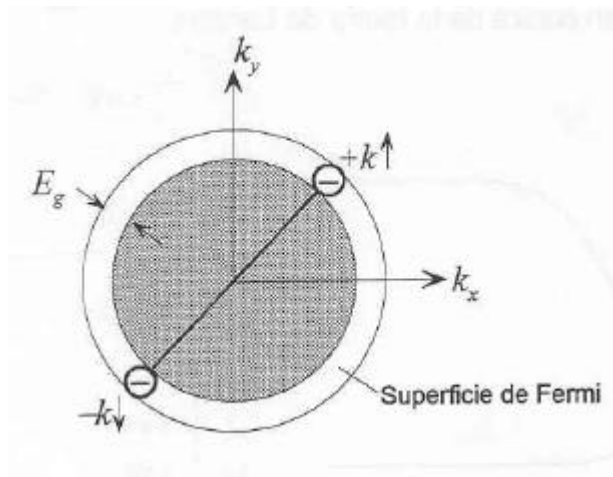
Los electrones formando pares de Cooper en un superconductor se pueden mover como un todo, es decir, si se genera una corriente los pares se forman de tal manera que el vector de onda neto δ sea el mismo para todos $[(k+\delta)_{\uparrow}, (-k+\delta)_{\downarrow}]$. La banda de energía prohibida E_g representa la energía necesaria para romper un par de Cooper. Debido a la existencia de la banda prohibida E_g el estado fundamental superconductor resiste perturbaciones excepto aquellas de energía superior a la energía de la banda prohibida. Este hecho explica la resistividad cero del superconductor dado que una corriente eléctrica en el superconductor implica un movimiento de los pares de Cooper. Este movimiento se realiza sin fricción o

rozamiento, ya que la dispersión de un electrón en una irregularidad de la red requeriría una transición a un estado excitado mediante la rotura del par de Cooper del que forma parte. Este hecho necesita de una energía mayor que el ancho de la banda prohibida y de ahí que la dispersión de los electrones sea básicamente inhibida.

Las interacciones fonónicas en el par de Cooper explican asimismo el efecto isótopo $T_c \approx M^{-1/2}$ analizado previamente. Si las constantes elásticas permanecen constantes, la frecuencia de vibración de la red será proporcional a $M^{-1/2}$ trasladándose esta influencia a la formación de los pares de Cooper y a T_c . Esta interacción a través de intercambio de fonón igualmente justifica el porque buenos conductores a temperatura ambiente, baja interacción e^- - red, presentan T_c muy bajas ó directamente no pasan a estado superconductor, mientras que conductores discretos a temperatura ambiente, alta interacción e^- -red, poseen una transición superconductor a temperaturas relativamente altas. De hecho la teoría BCS deduce para la T_c del material una dependencia $T_c \approx \exp(-1/U)$ siendo U la energía de interacción e^- - red.

Longitud de coherencia: El concepto de coherencia consiste en la idea de que la superconductividad es debida a la interacción mutua y a la correlación del comportamiento de los electrones, que se extiende a distancias considerables. La distancia máxima hasta la cual los pares de electrones están correlacionados para producir par de Cooper y superconductividad se llama longitud de coherencia intrínseca, λ_0 . Los pares de electrones pueden estar separados muchos miles de espaciados atómicos, ya que es una interacción de largo alcance. Las propiedades de un superconductor dependen de la correlación de electrones dentro de un volumen λ_0^3 llamado volumen de coherencia. Debido a que todos los electrones en un volumen tal (que son muchos) actúan juntos en el estado superconductor de una forma cooperativa, la transición es extremadamente abrupta con un rango de 10^{-3} K ó menor.

¿Cómo estimar la magnitud de la longitud de coherencia? Hay un argumento sencillo: la interacción atractiva electrón-fonón-electrón, que es del orden de $10^{-3} - 10^{-4}$ eV ($1 - 0,1$ meV) $\approx k_B \cdot 1-10$ K $\approx k_B \cdot T_c$ (es decir, la energía de los pares de Cooper, que es la energía necesaria para romper el par, igual a E_g) da lugar a un pequeño aumento de la energía cinética, a un aumento de cantidad de movimiento Δk debido al enlace; la energía total disminuye debido al aumento de energía potencial, que es negativa y mayor en módulo que el incremento de energía cinética. Los electrones responsables de la superconductividad son los que están en el intervalo $\Delta E = E_g = k_B T_c$ alrededor del nivel de Fermi:



Esfera de Fermi, superficie de Fermi y par de Cooper

La energía cinética de un electrón es $E_{cin} = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} = E_F$. De ahí que el incremento de energía cinética ΔE sea igual a:

$$\Delta E = \frac{\hbar^2}{m} k_F \cdot \Delta k = E_g = \frac{\hbar}{m} \sqrt{2mE_F} \cdot \Delta k = \hbar \sqrt{\frac{2E_F}{m}} \cdot \Delta k$$

(con $k_F = \frac{\sqrt{2mE_F}}{\hbar}$)

$$\Rightarrow \Delta k = \frac{1}{\hbar} \sqrt{\frac{m}{2E_F}} \cdot E_g \quad [1.25]$$

Según el principio de incertidumbre: $\Delta x \cdot \Delta k \approx 1$

$$\Rightarrow \Delta x \equiv \mathbf{x}_0 \approx \frac{1}{\Delta k} = \frac{\hbar}{E_g} \sqrt{\frac{2E_F}{m}} \quad [1.26]$$

Sustituyendo valores ($E_F \cong 1-10$ eV; $E_g \cong 3 - 30 \cdot 10^{-4}$ eV): $\mathbf{x} \approx 10^4 \text{ \AA}$.

Una forma más refinada de esta ecuación nos daría como resultado:

$$\mathbf{x}_0 = \frac{2\hbar}{\mathbf{p}E_g} \sqrt{\frac{2E_F}{m}} = \frac{2\hbar v_f}{\mathbf{p}E_g} \quad [1.27]$$

La tabla 1.5 resume valores teóricos de λ_L y x_0 para diferentes materiales a $T=0$ K.

Tabla 1.5. Profundidad de penetración y longitud de coherencia intrínseca de algunos elementos a $T = 0$ K

Elemento	x_0 (Å)	λ_L (Å)
Al	16000	160
Sn	2300	340
Nb	380	390
Pb	830	370
Cd	7600	1100

x_0 es una longitud característica de un superconductor puro. En materiales impuros y aleaciones, la longitud de coherencia x es menor que x_0 , debido a que las impurezas y defectos perturban la coherencia electrónica. Un aumento de impurezas está asimismo asociado a una disminución del recorrido libre medio l de los electrones. De ahí que exista una correlación entre la longitud de coherencia x y el camino libre medio l , al disminuir éste disminuye la longitud de coherencia. También la longitud de penetración de London λ_L depende del camino libre medio, dependencia no recogida en la ecuación de London, aumentando con el contenido de impurezas al disminuir el número de electrones superconductores tal y como se observa en la figura 1.22.

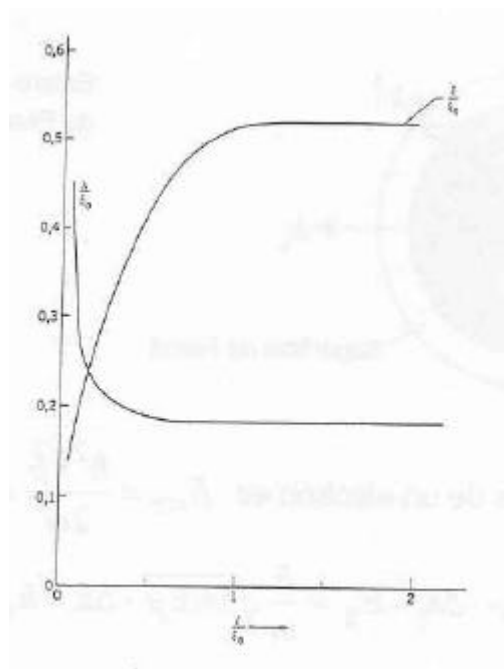


Figura 1.22. Esquema de la variación teórica de la profundidad de penetración λ_L y de la longitud de coherencia x en función del camino libre medio l de los electrones de conducción en el estado normal

Corrientes persistentes: Pueden darse varios argumentos para explicar la estabilidad de las corrientes persistentes en un superconductor. El más fácil, debido a Landau, se refiere al espectro de las excitaciones elementales; considerese un cristal de masa M , que contiene una imperfección, tal como un fonón ó una impureza. Cuando la corriente fluye en estado superconductor, el gas electrónico se mueve colectivamente con respecto a la red. Entonces la red fluye con velocidad v respecto al gas electrónico. La fricción disminuirá la velocidad solamente si el movimiento relativo puede generar excitaciones en el gas electrónico. Para crear una excitación elemental de energía E_k y momento $\hbar k$ en un suceso de colisión, debemos tener, a partir de la conservación de energía y momento

$$\frac{1}{2} Mv^2 = \frac{1}{2} Mv'^2 + E_k \quad [1.28]$$

$$Mv = Mv' + \hbar k$$

Si combinamos estas ecuaciones tenemos

$$-\hbar kv + \frac{\hbar^2 k^2}{2M} + E_k = 0 \quad [1.29]$$

Para $M \rightarrow \infty$ podemos despreciar el término en $1/M$. El valor más pequeño de v para el que se satisface la ecuación [1.29] y ocurre el suceso de colisión es la denominada velocidad crítica v_c .

$$v_c = \frac{E_k}{\hbar k} \quad [1.30]$$

Al existir una banda prohibida de energía Δ en el estado superconductor, la energía de excitación es

$$E_k = (\Delta^2 + \mathbf{e}_k^2) \quad [1.31]$$

de forma que E_k es siempre mayor que cero y v_c es mayor que cero. Así pues las corrientes superconductoras pueden fluir con velocidades menores que v_c sin riesgo de disipación de energía por la excitación de electrones del estado superconductor al normal. Los valores de la densidad de corriente crítica son bastante elevados.

1.8 Criterio de la superconductividad tipo I y tipo II

Hemos visto que en los superconductores tipo I en el estado intermedio se forma un número relativamente pequeño de regiones normales y superconductoras. Esto sugiere que la energía superficial de la frontera entre las dos fases es **positiva**, ya que la superficie tiende a ser mínima. En los superconductores tipo II en estado vórtice la penetración del campo magnético no está acompañada de un aumento de la resistividad (al contrario que en el estado intermedio de los superconductores tipo I), y la muestra se descompone en una estructura filamentosa fina de regiones normales. Cada uno de estos filamentos es el centro de un cuanto de flujo, que induce una corriente persistente que circula alrededor del filamento. Esta estructura filamentosa muy fina sugiere que en los superconductores tipo II la energía de frontera entre las dos fases es negativa, ya que la superficie tiende a ser máxima.

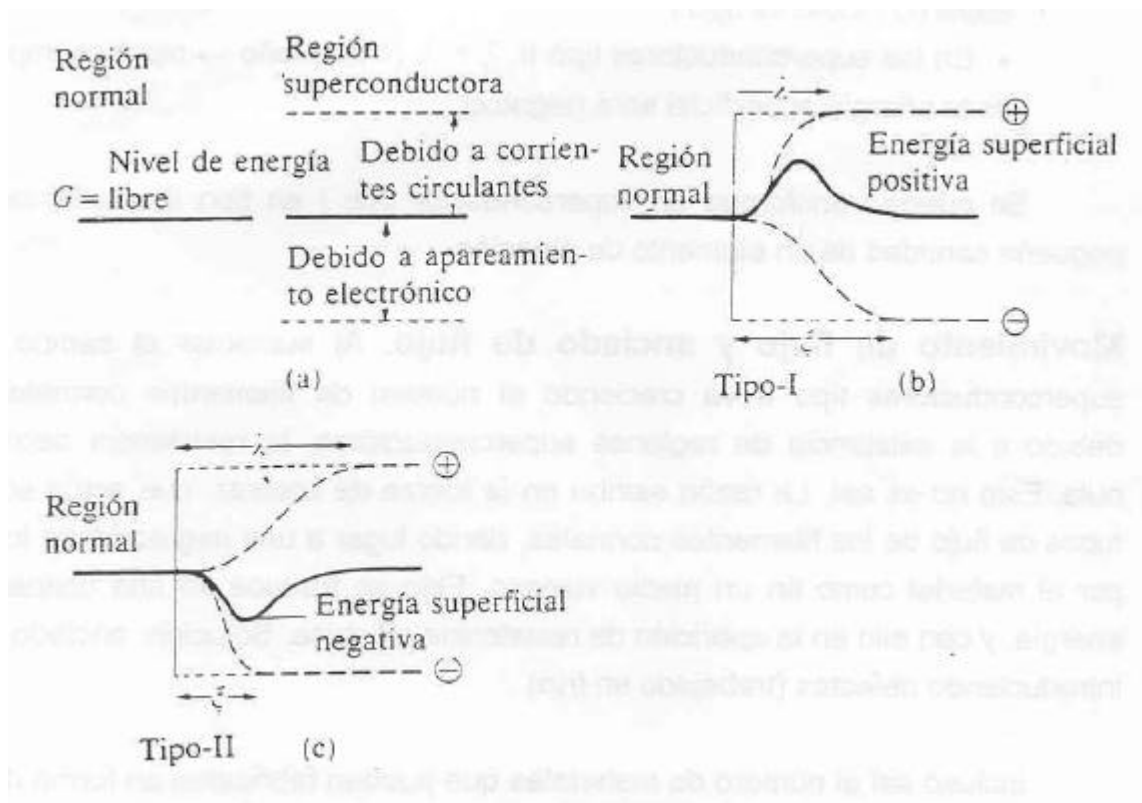


Figura 1.23. Energía de superficie entre la región normal y la superconductora en superconductores tipo I y tipo II para un campo magnético aplicado igual al crítico

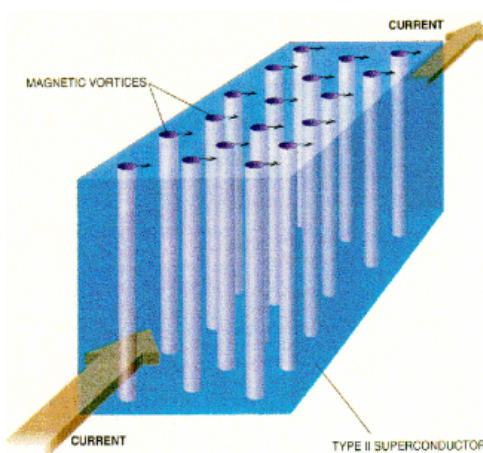
Pues bien, el signo de la energía de frontera está controlado por los valores relativos de I y x ; si $x > I$, la energía superficial será positiva, y el superconductor será de tipo I. Si $x < I$, la energía superficial será negativa y el superconductor será de tipo II.

Cuando las dos fases (normal y superconductor) están en equilibrio termodinámico, las energías libres son iguales (en un material masivo). En la región normal el campo es B_c . Dentro de los límites de la fase superconductor existen corrientes circulantes que se oponen a B_{ext} . Estas originarán un aumento de energía libre, pero ese aumento se verá compensado exactamente por la reducción de energía debida al apareamiento electrónico (fig 1.23.a). Pero en la región de la frontera esta compensación no es exacta: el aumento de energía debido a las corrientes circulantes (energía magnética) ocurrirá a lo largo de una distancia del orden de la longitud de penetración, λ , mientras que la disminución debida al apareamiento electrónico se extenderá a lo largo de la longitud de coherencia, ξ , según se observa en la figura 1.23.b y c:

- En los superconductores tipo I: $\xi > \lambda$ (ℓ grande \rightarrow pocas impurezas) \Rightarrow la energía superficial será positiva. Muchos metales puros son superconductores tipo I.
- En los superconductores tipo II: $\xi < \lambda$ (ℓ pequeño \rightarrow muchas impurezas) \Rightarrow la energía superficial será negativa.

Se puede transformar un superconductor tipo I en tipo II añadiéndole una pequeña cantidad de un elemento de aleación.

Movimiento de flujo y anclado de flujo. Al aumentar el campo en los superconductores tipo II va creciendo el número de filamentos normales, pero debido a la existencia de regiones superconductoras, la resistencia debería ser nula. Esto no es



así dado que debido a la fuerza de Lorentz, que actúa sobre los tubos de flujo de los filamentos normales, se produce una migración de los tubos por el material de forma perpendicular a la corriente. Esto se traduce en una disipación de energía, y con ello en la aparición de resistencia eléctrica. La solución a esta cuestión es el [anclado de flujo](#) introduciendo defectos en la estructura cristalina, generalmente juntas de grano e impurezas. Incluso así el número de materiales que pueden fabricarse en forma de hilo o cinta y que

pueden transportar corrientes grandes en campos muy elevados es pequeño. El mejor material disponible actualmente es Nb_3Sn , con $B_c \approx 20$ T (a $T = 0$), densidad de corriente $j \approx 10^5$ A/cm² en un campo de 10 T. Una alternativa más económica es NbTi con buenos resultados hasta campos de 9 T.

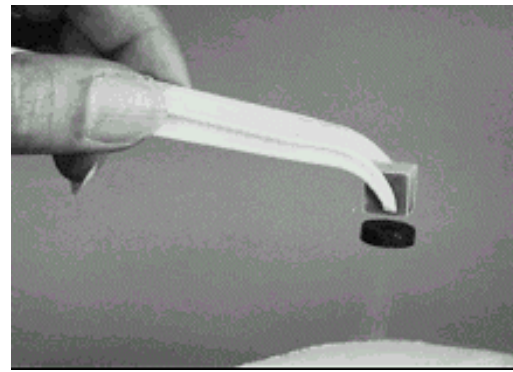
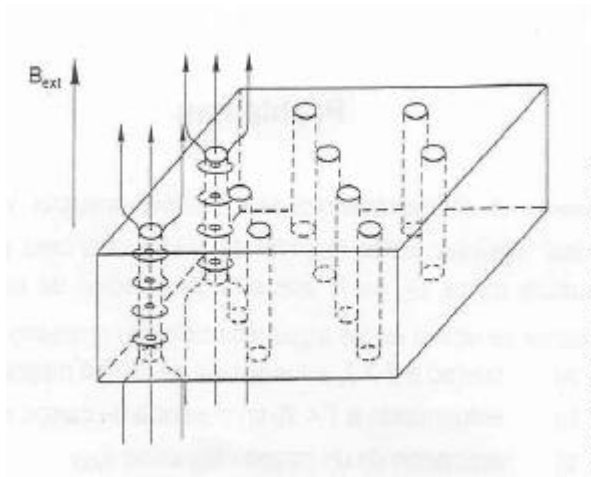


Figura 1.24. Anclado de flujo y superconductor suspendido en el aire por anclado de flujo.

1.9 Cuantización del flujo

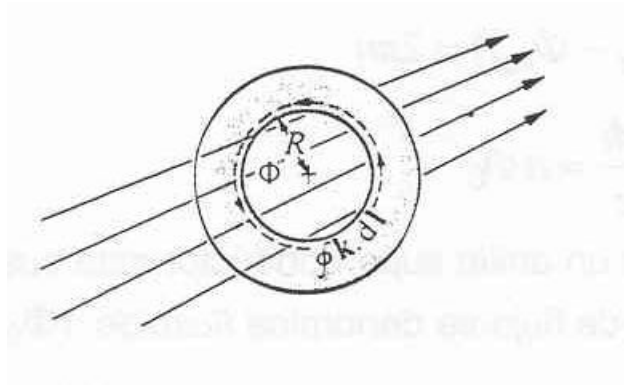
Hemos visto el concepto de longitud de coherencia, que equivale a la extensión de la función de onda de los pares de Cooper a distancias muy grandes. Al hablar del flujo de una corriente superconductor hay que considerar otro tipo de coherencia adicional y distinto, la coherencia de fase, que es una consecuencia del hecho de que los pares de electrones no pueden ser dispersados. La función de onda de electrón libre en un metal es igual a:

$$\mathbf{y} = A \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}) \text{ donde la fase de la onda es } \vec{k} \cdot \vec{r}.$$

Cada vez que un electrón es dispersado, el vector de onda \vec{k} cambia y esto da lugar a que cuando un electrón libre se mueve a través de un metal, su \vec{k} experimenta muchos cambios, de manera que su función de onda experimentará muchos cambios de fase *aleatorios*. Esto implica que, en un metal normal, el conocimiento de la función de onda en un punto no nos permite predecir la fase en otro punto.

Esto es distinto en el caso de un superconductor. La función de onda irá ahora asociada a un **par** de electrones, y el \vec{k} de la función de ondas será el \vec{k} efectivo combinado de los dos electrones. Para los pares de electrones superconductores no existe dispersión, es decir, su \vec{k} efectivo no cambia. Por eso, la diferencia de fase entre dos posiciones \vec{r}_1 y \vec{r}_2 será $\vec{k} \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$, cualquiera que sea la distancia $\vec{r}_2 - \vec{r}_1$. Esto es lo que se entiende por **coherencia de fase**. Una consecuencia de la coherencia de fase es la cuantización del flujo.

Consideremos un anillo superconductor de radio R con una determinada cantidad de flujo magnético, Φ , en su interior:



El flujo magnético Φ está causado por corrientes persistentes en la superficie interna del anillo. En cualquier punto de la circunferencia interior ha de haber coherencia de fase, es decir:

$$\oint_R \vec{k} \cdot d\vec{l} = 2\pi n \quad (n \text{ entero}) \quad [1.32]$$

Buscamos una relación entre \vec{k} , la densidad de corriente superconductor \vec{j}_s y el flujo Φ . La cantidad de movimiento de un electrón libre es: $\hbar\vec{k} = m\vec{u}$. En presencia de un campo magnético: $\hbar\vec{k} = m\vec{u} - e\vec{A}$. Para un par electrónico la cantidad de movimiento es igual a $\hbar\vec{k} = 2m\vec{u} - 2e\vec{A}$ y la densidad de corriente superconductor $\vec{j}_s = n_s e \vec{u}$ (con n_s : densidad de electrones apareados). Despejando llegamos a que el vector de onda del par de Cooper es

$$\vec{k} = \frac{2m\vec{j}_s}{\hbar n_s e} - \frac{2e}{\hbar} \vec{A} \quad [1.33]$$

Integrando alrededor de circunferencia de radio R , eq. [1.26]

$$\oint_R \vec{k} \cdot d\vec{l} = \frac{2m}{n_s e \hbar} \oint_R \vec{j}_s \cdot d\vec{l} - \frac{2e}{\hbar} \oint_R \vec{A} \cdot d\vec{l} = 2\pi n \quad [1.34]$$

Aplicando el teorema de Stokes y sabiendo que $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$:

$$\frac{2m}{n_s e \hbar} \oint_R \vec{j}_s \cdot d\vec{l} - \frac{2e}{\hbar} \underbrace{\int \vec{B} \cdot d\vec{S}}_{F_{ext}} = 2\pi n. \quad [1.35]$$

Por otra parte, utilizando la ecuación de London sabemos que

$$\oint_R \vec{j}_s \cdot d\vec{l} = \int (\nabla \times \vec{j}_s) d\vec{S} = -\frac{n_s e^2}{m} \int \vec{B}_{int} \cdot d\vec{S}$$

$$\Rightarrow \frac{2e}{\hbar} (-F_{int} - F_{ext}) = 2pn$$

$$\Rightarrow \Phi = \Phi_{int} + \Phi_{ext} = n \frac{2p\hbar}{2e} = n\Phi_0 \quad [1.36]$$

y el flujo de un anillo superconductor está cuantizado en unidades de $\Phi_0 = 2\pi\hbar/2e$. Esta unidad de flujo se denomina *fluxoide* ($\Phi_0 \cong 2,07 \times 10^{-15}$ Tesla m^2). En general F_{ext} no está cuantizado variando F_{int} de tal forma que el flujo total esté cuantizado y dado que $F_{int} \ll F_{ext}$ debido a que $I_L \ll R$

$$\Phi_{ext} \approx n \frac{2p\hbar}{2e} = n\Phi_0 \quad [1.37]$$

1.10 Aplicaciones de la superconductividad

El interés general por la superconductividad aumentó con el descubrimiento a finales de la década de los 80 de superconductores con temperaturas críticas por encima de los 77 K (nitrógeno líquido), temperaturas a las cuales la aplicación tecnológica de estos materiales es más viable. Hasta 1986, el superconductor con mayor temperatura crítica era el Nb₃Ge con T_c=23,2 K y de hecho durante 75 años la T_c había aumentado de una forma muy gradual.

El rápido desarrollo de superconductores de alta temperatura comenzó en 1987 con compuestos La-Ba-Cu-O, T_c=30 K, seguidos de Y-Ba-Cu-O, T_c=95 K y ostentando actualmente el record aleaciones TI-Ba-Ca-Cu-O con T_c=125 K. Esta sucesión de HTSC abre la posibilidad de descubrir superconductores a temperatura ambiente. Como contrapartida, estos HTSC son extremadamente frágiles y con corrientes críticas bajas. Por ejemplo para muestras de La-Ba-Cu-O la corriente crítica se sitúa en 1,5 kA.cm⁻² mientras que para Nb-Sn es de 10 kA.cm⁻².

Las mayores áreas de aplicación tecnológica de los superconductores son:

- 1) Generación de campos magnéticos altos mediante solenoides superconductores, por ejemplo para resonancia magnética en aplicaciones médicas
- 2) Detección de alta resolución de flujo magnético usando magnetómetros de dispositivos interferenciales cuánticos superconductores (SQUID's)
- 3) Dispositivos electrónicos basados en uniones Josephson, computador criogénico
- 4) Levitación magnética: cojinetes, ejes, trenes
- 5) Líneas de transmisión

1.10.1 Solenoides superconductores e imanes

Una de las principales aplicaciones de los superconductores es la generación de campos magnéticos de alta intensidad y estabilidad para investigaciones científicas ó aplicaciones médicas en la técnica de resonancia magnética, detección del momento magnético de los nucleos. En este caso, se requieren fabricar hilos de material superconductor que posteriormente formen las bobinas del solenoide. Generalmente estos hilos consisten en Nb-Ti ó Nb-Sn en una matriz de Cu que son extruidos para formar hilos de una sección de 0,5 mm de diámetro. Dado que estos materiales soportan corrientes mucho mayores que los conductores normales, 10 MA.cm^{-2} en el Nb-Sn, los sistemas superconductores son capaces de generar campos magnéticos de hasta 15 T.

1.10.2 Magnetómetros superconductores

El desarrollo de magnetómetros de alta sensibilidad por interferencia cuántica (SQUID) está basado en las uniones Josephson superconductor-aislante-superconductor. Éste demostró que los pares superconductores podían atravesar la zona aislante, si ésta era suficientemente delgada, por efecto tunel con una diferencia de potencial nula. Además se mantiene la coherencia de fase en ambos lados salvo que se produciría un cambio de fase $\Delta\phi$ al atravesar la unión. La corriente tunel tiene la forma

$$I = I_0 \text{sen}(\Delta\phi) \quad [1.38]$$

donde I_0 es la corriente máxima que puede atravesar la unión sin que exista una diferencia de potencial a través de ella. Las propiedades de esta uniones Josephson han sido utilizadas en varios dispositivos para medir cambios muy pequeños de flujo

magnético en unidades de fluxoides. Describiremos un dispositivo relativamente sencillo que demuestra el principio general de funcionamiento.

Sea un anillo superconductor que está conectado a una fuente externa mediante dos conexiones diametralmente opuestas y que contienen 2 uniones Josephson X e Y idénticas, figura 1.25. Hagamos que circule una corriente I , menor que $2I_0$, de una a otra de las conexiones a través del anillo. Por cada unión circula una corriente $I/2$ con un cambio de fase de $\Delta\phi$. Introducimos ahora un flujo magnético en el anillo induciéndose una supercorriente I_s en el anillo que se sumará en X a la corriente y cambio de fase, pero que se restará en Y. Las 2 corrientes vendrán dadas por

$$\frac{I}{2} + I_s = I_0 \text{sen}(\Delta\phi + \delta) \quad \frac{I}{2} - I_s = I_0 \text{sen}(\Delta\phi - \delta) \quad [1.39]$$

donde δ es el cambio de fase adicional introducido por la supercorriente. La corriente total a través del dispositivo seguirá siendo I definida como

$$I = I_0 \{ \text{sen}(\Delta\phi + \delta) + \text{sen}(\Delta\phi - \delta) \} \quad [1.40]$$

que se puede expresar como

$$I = 2I_0 \cos\delta \text{sen}\Delta\phi \quad [1.41]$$

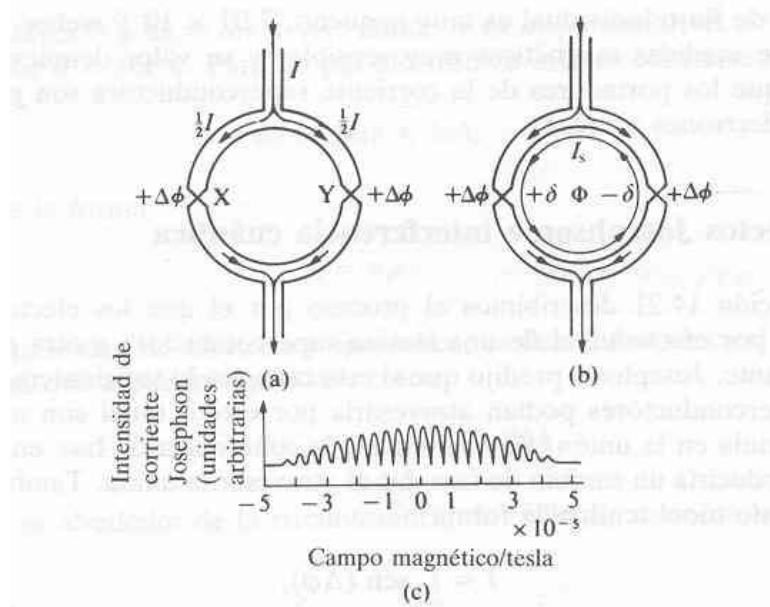


Figura 1.25. a) Circuito superconductor, b) con flujo magnético en su interior y c) corriente en el dispositivo magnetómetro frente a campo magnético.

Ahora necesitamos calcular el cambio de fase adicional δ en términos del flujo magnético del anillo. Partiendo de la ecuación [1.34] y dado que el término que involucra a la integral de línea de \mathbf{j}_s es precisamente el cambio de fase debido a la corriente superconductor. Si suponemos que esta integral se toma a lo largo de un camino en el interior del superconductor, entonces \mathbf{j}_s tenderá a cero excepto en las propias uniones de manera que

$$2\pi n - \left(\frac{2e}{\hbar}\right) \int B.ds = \text{cambio total de fase en las uniones} = 2\delta \quad [1.42]$$

Puesto que $\int B.ds = \phi$ y dado que el flujo está cuantizado tenemos que

$$\delta = \pi(n - \phi/\phi_0) \quad [1.43]$$

Con lo que la corriente a través del dispositivo es

$$I = 2I_0 \cos(\pi\phi/\phi_0) \sin\Delta\varphi \quad [1.44]$$

La corriente máxima, y por tanto la tensión en los extremos del SQUID, dispositivo de interferencia cuántica superconductor, varía periódicamente con el flujo magnético con un periodo de un fluxoide, 2.7×10^{-15} Wb, tal y como se muestra en la figura. Magnetómetros SQUID son utilizados, con resoluciones de 10^{-21} Wb, en diagnosis médica, detección submarina ó de movimiento ó en evaluación de materiales

Problemas

1. Compárese el comportamiento de un superconductor y de un hipotético “conductor ideal” (definido como material de resistividad cero por debajo de una cierta temperatura crítica T_c) en lo que a la penetración de líneas de un campo magnético exterior se refiere en los siguientes ciclos de procesos:

Proceso 1: a) cuerpo a $T > T_c$ en ausencia de campo magnético
b) enfriamiento a $T < T_c$ en ausencia de campo magnético
c) aplicación de un campo magnético B_{ext}
d) se quita el campo magnético

Proceso 2: a) cuerpo a $T > T_c$ en presencia de campo magnético B_{ext}
b) enfriamiento a $T < T_c$ en presencia de campo magnético B_{ext}
c) se quita el campo magnético

2. En una espira circular de un material superconductor circula una corriente superconductor. A partir de la medida del decaimiento en el tiempo del valor del campo magnético creado por la supercorriente se pretende establecer una cota superior para el valor de la resistividad del hilo superconductor. Estímese dicha cota superior suponiendo que el hilo tiene un diámetro de 0,02 mm y que con él se forma una espira de 10 cm de diámetro, y suponiendo además que se dispone de un magnetómetro capaz de apreciar, en el rango requerido, variaciones en el campo magnético superiores al 1% y que se estudia la posible variación del campo a lo largo de dos semanas. (El coeficiente de autoinducción L de una espira circular de radio r formada por un hilo metálico de diámetro $2b$ viene dado en el límite $r \gg b$ por la expresión $L = \mu_0 r \left(\ln \frac{8r}{b} - 1,75 \right)$; $\mu_0 = 1,2566 \times 10^{-6} \text{ m kg C}^{-2}$).

3. Se considera una lámina delgada de estaño superconductor (tipo I) de espesor $2a = 10\,000 \text{ \AA}$. Encuéntrese una ecuación analítica y dibújese la curva correspondiente, para la penetración de un campo magnético B_{ext} en el interior del superconductor sabiendo que la profundidad de penetración de London para el estaño es de $\lambda = 510 \text{ \AA}$.

4. Una muestra gruesa de un superconductor de tipo I tiene un campo crítico de 0,05 Tesla. Se encuentra que una lámina de un espesor de 500 nm tiene un campo crítico de 0,055 Tesla. ¿Qué valor del campo crítico puede esperarse en una muestra de 10 nm de espesor? Admitir que la penetración del campo en el superconductor viene dada por la teoría de London y que la profundidad de penetración es independiente del campo magnético, y que pueden despreciarse los

efectos de desimanciación. Pista: calcular la energía por unidad de volumen asociada a la exclusión de flujo en algún punto de la muestra e integrar sobre el grosor de la muestra. Emplear aproximaciones adecuadas ($a \gg \lambda$ y/o $a \ll \lambda$) para calcular el campo crítico en la lámina en función del campo crítico masivo y la longitud de penetración λ .

5. Calcúlese la magnitud de la discontinuidad de la capacidad calorífica entre la fase normal y superconductora. Supóngase que la contribución de la red al calor específico es la misma en ambos estados.
6. Estimar para un cm^3 de estaño
 - a) la diferencia en energía libre entre los estados normal y superconductor a 0 K
 - b) la discontinuidad del calor específico a la temperatura de transición superconductora sabiendo que $(dB_c/dT)_{T_c} = -1,38 \times 10^{-2} \text{ T/K}$
7. El campo crítico del plomo superconductor a la temperatura del helio líquido es $B_c = 0,06 \text{ T}$. Una esfera de plomo, mantenida a dicha temperatura, se introduce entre las piezas polares de un electroimán donde el valor del campo magnético es $B_{ext} = 0,05 \text{ T}$. La esfera adquiere entonces el estado intermedio. Dedúzcase, en estas condiciones, la fracción relativa del material, η , que se encuentra en estado normal, donde

$$\eta = \frac{x_n}{x_n + x_s} \quad \text{con} \quad x_n = \sum_i x_n^{(i)}, \quad x_s = \sum_i x_s^{(i)},$$

siendo el valor de los sumandos el indicado en la figura.

