9. ¿Qué son las ondas y cómo se superponen?

Material de lectura sugerido:

- *Física para la ciencia y la tecnología. Mecánica. Oscilaciones y ondas. Termodinámica*. Paul A. Tipler. Cap. 33
- *The Feynman Lectures on Physics. Vol 1.* Richard Feynman. Cap. 29

Fórmulas útiles:

$$\sin(x \pm y) = \sin(x)\cos(y) \pm \cos(x)\sin(y)$$
$$\cos(x \pm y) = \cos(x)\cos(y) \mp \sin(x)\sin(y)$$
$$\cos(x) + \cos(y) = 2\cos\left[\tfrac{1}{2}(x+y)\right]\cos\left[\tfrac{1}{2}(x-y)\right]$$
$$\sin(x) + \sin(y) = 2\sin\left[\tfrac{1}{2}(x+y)\right]\cos\left[\tfrac{1}{2}(x-y)\right]$$

Problemas para hacer y discutir en clase:

1) *¿Qué son y qué formas tienen los frentes de onda?* Cuando se produce una perturbación en un medio (piensen por ejemplo en un estanque de agua) se generan ondas que pueden tener diferente forma en el espacio. Una onda es la propagación de esa perturbación. Imaginen la superficie de un tanque de agua y las siguientes situaciones, y predigan (dibujen) los frentes de onda resultantes:
   a) Se hace oscilar hacia arriba y hacia abajo una fuente puntual sobre la superficie del agua.
   b) Se hace oscilar hacia arriba y hacia abajo una paleta plana paralela a la superficie del agua.
   c) ¿Cómo se verían los frentes de onda de a) a distancias muy lejanas a la fuente?

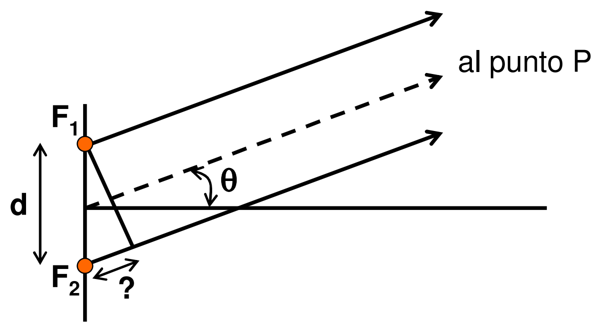
2) *Ondas longitudinales y ondas transversales*. Para algunas ondas, la perturbación se da en un plano perpendicular a la dirección de propagación; estas ondas se llaman ondas transversales. Las ondas en las cuales la perturbación es paralela al eje de propagación se llaman ondas longitudinales.
   a) Analice si las ondas producidas en el ejercicio 1) son longitudinales o transversales
   b) ¿Qué tipo de onda son las ondas electromagnéticas? ¿Necesitan un medio para propagarse como las ondas mecánicas del problema 1?
   c) ¿Qué tipo de onda es el sonido?

3) Una onda sinusoidal viene dada por la siguiente ecuación que describe la perturbación en un punto del espacio en función del tiempo. $I(t) = A\sin(w.t + \phi)$
   a) Graficar cualitativamente *I(t)* para $\phi_1=0$ y $\phi_1=\pi/2$. Comparar con el gráfico de $\cos(w.t)$ (*ayuda*: usar la fórmula que está al principio de la guía).
   b) Mostrar sobre el gráfico a qué corresponden los parámetros A y ϕ.
   c) ¿Cómo se relaciona w con el periodo T? ¿y con la frecuencia rotacional (número de ciclos por segundo)? Muestre a qué corresponde T sobre el gráfico de *I(t)*

4) *Interferencia.* Dos ondas de la misma frecuencia se superponen en un punto al que llegan con una diferencia de fase. La función de onda de cada una en el punto en el que se superponen es:
   $$I_1 = A\sin(w.t + \phi_1)$$
   $$I_2 = A\sin(w.t + \phi_2)$$

a) Encontrar la expresión de la onda resultante $I = I_1 + I_2$ usando las "fórmulas útiles".
b) ¿Qué frecuencia tiene la onda resultante?
c) ¿Qué amplitud tiene la onda resultante? ¿Cómo depende de la diferencia de fase ϕ_1-ϕ_2?
d) ¿Qué fase tiene la onda resultante?
e) Graficar cualitativamente las dos ondas en un mismo gráfico para el caso ϕ_1=0 y ϕ_2=π/2.
f) Graficar la onda I_2 para ϕ_2=0. ¿Para qué valores de ϕ_1 y ϕ_2 se cumple que I_1=I_2?

5) La ecuación anterior (ejercicio 4.a) es general. Basta calcular en cada caso cuál es la diferencia de fase entre las ondas. Se estudia la superposición de 2 fuentes luminosas F_1 y F_2 en un punto P que forma un ángulo **θ** con las fuentes como indica la figura. Si bien los rayos en el dibujo parecen paralelos, convergen en el punto P que está muy alejado de la fuente. Supongamos que la diferencia de fase entre las fuentes es cero.



a) Calcular la diferencia de fase en el punto P
b) Encontrar los ángulos correspondientes a los máximos de intensidad.

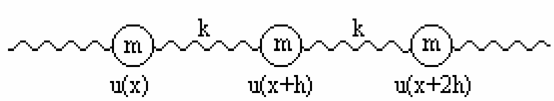
6) *Batidos*. La superposición de dos ondas con diferente frecuencia da lugar a una onda con una oscilación rápida y otra lenta (envolvente). Si las dos ondas que se superponen son:

$$I_1 = A\sin(w_1.t)$$

$$I_2 = A\sin(w_2.t)$$

a) Encontrar la expresión de la onda resultante $I = I_1 + I_2$.
b) Interpretar en términos de una oscilación envolvente y una oscilación rápida.
c) ¿Qué sucede si $w_1 \approx w_2$?

7) *Ecuación de ondas*. La ecuación de las ondas describe la propagación de ondas como las del sonido. Se puede derivar con la ecuación de Newton a partir una descripción del movimiento de una serie de resortes acoplados con resortes como muestra la figura.



a) Escribir la ecuación de Newton para la masa m que se encuentra en la posición x+h usando la variable u (que es el desplazamiento de la partícula respecto de su posición de equilibrio). Ayuda: note que esa masa está sujeta a la acción de dos fuerzas, una de cada resorte y use la ley de Hooke para expresarla.
b) Considerando que la cadena tiene N masitas espaciadas a distancia h (es decir que el largo total es L = N h), que la masa total es M = N m y que K = k/N se puede rescribir la ecuación anterior. Hágalo. Luego tome el límite de N tendiendo a infinito y h tendiendo a 0. La ecuación que encontró es la ecuación de ondas.
c) Mostrar que una solución general de la ecuación es cualquier función u(x,t) = f(x – vt). Discutir este resultado.