Estadística en Física Experimental (1er cuatrimestre de 2015)

Guía de Problemas N° 3 | Muestreo Monte Carlo

Como vimos en clase, en condiciones favorables es posible generar un muestreo de una variable aleatoria $Y \sim f_Y(y)$ a partir de una variable X con distribución uniforme $X \sim U\,[0,1]$. Esto vale en el caso en el que podamos encontrar una función inversible g que vincule a X con Y: $Y = g(X)$. Con esta premisa vale:

$$F_Y(t) = P(Y < t) = P(g(X) < t) = P(X < g^{-1}(t)) = F_X(g^{-1}(t))$$

En el caso que g^{-1} sea derivable vale también

$$f_Y(t) = \frac{d}{dt} F_Y(t) = \frac{d}{dt}\left[F_X(g^{-1}(t))\right] = f_X(g^{-1}(t))\frac{d}{dt}\left[g^{-1}(t)\right]$$

Por lo tanto, dado que conocemos $f_Y(t)$ y $f_X(t)$ es uniforme entre 0 y 1 (por lo tanto vale o bien 1 o bien 0) el problema se reduce a encontrar la función $g(t)$ que cumple, una vez que integramos

$$F_Y(t) = g^{-1}(t)$$

o lo que es lo mismo

$$g(F_Y(t)) = t$$

El truco para encontrar la forma de $g(x)$ radica en invertir F_Y, de modo que si tomamos $t = F_Y^{-1}(s)$ resulta

$$g(s) = F_Y^{-1}(s)$$