

Estadística en Física Experimental - Recuperatorio 1er Parcial 2009

- Se eligen dos puntos aleatoria e independientemente de un segmento de longitud unidad, resultando dividido en tres nuevos segmentos. Halle la probabilidad de que
 - El segmento del medio tenga longitud mayor o igual a $1/2$.
 - Los tres segmentos tengan una longitud mayor o igual que $1/4$.
- Sean n variables aleatorias independientes $\{X_i\}$ con $i = 1, n$, cada una con distribución normal $N(\mu, \sigma)$, y llamemos $\bar{X} = \sum X_i/n$ al promedio de ellas.
 - Encuentre la distribución conjunta de $\{X_1, \bar{X}\}$ y su grado de correlación.
Sugerencia: encuentre variables independientes realizando un cambio de coordenadas apropiado.
Recordatorio: la densidad de probabilidad conjunta para dos variables es
$$f(x_1, x_2) = (2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2})^{-1}e^{-\frac{Q}{2}}$$
con $Q = \frac{1}{1-\rho^2}\left(\left(\frac{x_1-\mu_1}{\sigma_1}\right)^2 + \left(\frac{x_2-\mu_2}{\sigma_2}\right)^2 - 2\rho\left(\frac{x_1-\mu_1}{\sigma_1}\right)\left(\frac{x_2-\mu_2}{\sigma_2}\right)\right)$
 - Muestre que la distribución de X_1 , sabiendo que $\bar{X} = \bar{x}$, es normal con esperanza $\bar{x}$ y varianza $\sigma^2(1 - 1/n)$.
- Hay once urnas etiquetadas por $u = 0, 1, 2, \dots, 10$. Cada una contiene 10 bolitas. La urna u contiene u bolitas negras, y el resto blancas. Juan elige una urna al azar y toma N bolitas con reemplazo obteniendo k negras y el resto blancas. Si $N = 10$ y $k = 3$.
 - ¿Cuál es la probabilidad de que Juan haya elegido la urna u ?
 - Si Juan toma otra bolita de la misma caja, ¿cuál es la probabilidad de que la siguiente bolita extraída sea negra?
- Un flujo de partículas isotrópico incide sobre una superficie $S = 3000km^2$. En dicha superficie se ubican 1000 detectores y cada uno de ellos abarca una superficie $s = 3m^2$. Los detectores cuentan la cantidad de partículas que atraviesan su superficie en un dado intervalo de tiempo ΔT . Los detectores saturan luego de 100 o más eventos.
 - Si el flujo es de $\frac{10^5 \text{partículas}}{m^2 s}$, ¿cuál debe ser el intervalo de tiempo para que la probabilidad de saturación de cada detector sea inferior a 1%? Deje expresado como calcularía el intervalo de tiempo si los detectores saturaran con 3 partículas?
 - Utilizando el intervalo de tiempo que encontró en el ítem a, ¿cuántos detectores espera que saturen simultáneamente?
- Sea X una variable aleatoria con distribución Pareto, esto es: $P(X > t) = (\frac{b}{t})^a$ si $t \geq b$; y $P(X > t) = 1$ si $t < b$.
 - Calcule $F_X(t)$ y $f_X(t)$. Interprete el valor del parámetro b de la distribución.
 - Calcule $E(X)$ y $Var(x)$ para todo valor de los parámetros a y b .
 - Sea $Y = \ln(\frac{X}{b})$, encuentre la densidad de probabilidad de la variable Y .