Grupos de Lie y ecuaciones diferenciales

Guía N° 3 - Uso de simetrías puntuales: G_1 - 2° cuatrimestre 2001

Problema 1: Obtenga la solución general de las ecuaciones de Riccati

$$y' + y^2 - \frac{2}{x^2} = 0 \tag{1}$$

$$y' = xy^2 - \frac{2y}{x} - \frac{1}{x^3} \tag{2}$$

$$y' = \frac{y+1}{x} + \frac{y^2}{x^3} \tag{3}$$

(a) Usando un factor integrante.
(b) Transformándola a variables canónicas.

Halle las soluciones invariantes.

Problema 2: Obtenga la solución general de la ecuación lineal inhomogénea de primer orden

$$y' + R(x)y = Q(x)$$

usando el método del factor integrante.

Problema 3: Use el método de variables canónicas para reducir a una cuadratura la ecuación homogénea

$$y' = \omega\left(\frac{y}{x}\right)$$

Halle la solución general de la ecuación.

$$y' = \frac{y^2 + 2xy}{x^2}$$

Problema 4: Reduzca la ecuación lineal homogénea de segundo orden

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$$

1. A una ecuación de Riccati.
2. A una ecuación lineal de primer orden, suponiendo que conoce una solución $y_1(x)$ no trivial.

(a) Usando variables canónicas.
(b) Usando invariantes diferenciales.

Problema 5: Considere la ecuación de segundo orden

$$x^2y'' + xy'^2 - yy' = 0$$

(a) Intégrela usando el método de invariantes diferenciales.
(b) Redúzcala a una ecuacion de primer orden de Riccati, usando variables canónicas e integre nuevamente hallando un factor integrante.

Problema 6: Para la ecuación de Blasius

$$y''' + ayy'' = 0$$

donde a es una constante,

(a) Halle un par de simetrías puntuales.
(b) Usando un par de ellas, redúzcala a una ecuación de segundo orden.
(c) Repita el procedimiento para obtener una ecuación de primer orden.
(d) Obtenga las soluciones invariantes bajo cada una de estas simetrías.