# Estadística en Física Experimental

## Primer Parcial

1. Se quiere determinar los brillos máximo y mínimo $B_{max}$ y $B_{min}$ de una estrella variable con un detector que cuenta fotones. Para ello se mide el brillo de la estrella más cielo ($F$) y luego el de una región del cielo libre de estrellas ($C$), para descontar el brillo del mismo. El brillo $B$ de la estrella se calcula entonces como

$$B = \frac{1}{\epsilon}\left(\frac{F}{t_F} - \frac{C}{t_C}\right)$$

   donde $t_F$ y $t_C$ son los tiempos de medición de la estrella más cielo y del cielo respectivamente, y $\epsilon = 0.1$ es la eficiencia del detector. Una medición preliminar con $t_C$=$t_F$=1seg arroja los valores de 150 fotones para $F_{min}$ y 100 para $C$.

   (a) ¿Cuál será el tiempo de medición $t = t_C = t_F$ que permita conocer $B_{min}$ con una precisión del 1% para un nivel de confianza del 92%?

   (b) Un astrónomo hace las tres mediciones, brillo mínimo y máximo de la estrella y brillo del cielo, cada una durante un tiempo $t = 4000seg$, resultando $F_{min} = 6.02 \times 10^5$, $F_{max} = 2.38 \times 10^6$ y $C = 3.93 \times 10^5$. El error en la eficiencia del detector es $2 \times 10^{-4}$. Desea publicar los resultados de $B_{min}$ y $B_{max}$ con su matriz de covarianza. Calcule los valores a publicar y discuta por qué existe o no correlación entre $B_{max}$ y $B_{min}$.

   (c) Un astrofísico teórico propone un modelo estelar que predice una relación de la forma $B_{max}$=$B_{min}^{\alpha}$, con $\alpha$=1.4. Determine si dicho modelo es consistente con las observaciones experimentales publicadas por el astrónomo en (b).

2. (a) Se lanza repetidamente un dado hasta que sale un 6. Llamemos $k$ al número de intentos previos a la aparición del 6. Encontrar la distribución de $k$, su función generatriz, y a partir de ésta su esperanza y varianza.
   (b) Un juego de azar paga $1 por cada vez que el dado sale impar hasta la aparición del 6. Calcular hasta cuanto conviene abonar por intervenir en el juego (se recuerda que la función generatriz de la binomial $B(n,p)$ es $F(z) = (q + pz)^n$)

3. Muestre que para alto $\nu$, la distribución $\chi^2_\nu$ tiende a una gaussiana. Explique porqué ésto es un ejemplo del teorema central del límite ($\phi(t) = (1 - 2it)^{-\frac{\nu}{2}}$ para la $\chi^2_\nu$)

4. Sean $x$,$y$ dos variables independientes con distribución uniforme en [0,1], y definamos

$$u = \sqrt{-2a \ln x}\cos 2\pi y \qquad v = \sqrt{-2a \ln x}\sin 2\pi y$$

   Encuentre la distribución conjunta $g(u, v)$, identifique qué distribución es, indique el significado del parámetro $a$ y determine si $u$ y $v$ son independientes.

5. Una fábrica produce integrados, de los cuales el 20% son defectuosos en promedio, y los comercializa en cajas de 10. Un comprador quiere rechazar las cajas que contienen 3 o más chips defectuosos, pero para ganar tiempo en vez de probar todos los chips decide implementar el siguiente test.
   De cada caja toma 5 chips al azar, (a) si los 5 son buenos acepta la caja. (b) si uno sólo es malo, prueba el resto de la caja, (c) si 2 o más son malos, devuelve la caja al fabricante. ¿Cuál es la probabilidad que haya 3 chips malos en una caja aceptada?