Ejercicio 10 - incisos a) y b)

La idea aquí es esencialemente hacer algunas aclaraciones respecto a las unidades.

La molécula de oxígeno (O_2) es paramagnética y a T = 293 K tiene una susceptibilidad magnética por mol,

$$\chi_{mol} \;=\; 3,449x10^{-3}\;\frac{cm^3}{mol},$$

en unidades cgs.

La susceptibilidad magnética es una magnitud macroscópica que indica cómo responde un medio a campos magnéticos externos. La **susceptibilidad mágnética por mol**, que es la magnitud con la que trabajamos en este ejercicio, se define como

$$\chi_{mol} = \frac{\chi}{\rho_{mol}}, \tag{1}$$

en donde ρ_{mol} es la densidad molar de nuestro sistema, y χ es la susceptibilidad magnética a secas que aprendemos en Física 3.

Dado que χ es una magnitud adimensional, las unidades de χ_{mol} son,

$$[\chi_{mol}] = \left[\rho_{mol}^{-1}\right] \quad \xrightarrow{cgs} \quad [\chi_{mol}] = \frac{cm^3}{mol} \tag{2}$$

10.a) En este inciso nos piden estimar el valor del momento dipolar magnético μ_0 de la molécula de O_2.

La herramienta provista para lograr este propósito es la siguiente ecuación,

$$\chi_{mol} = \frac{\alpha N_A \mu_0^2}{k_B T}, \tag{3}$$

en donde α es una constante de orden 1, N_A es el número de Avogadro, y $k_B = 1,38 \times 10^{-16} erg\,K^{-1}$ es la constante de Boltzmann (en cgs).

Entonces,

$$\mu_0 = \left(\frac{k_B T \chi_{mol}}{\alpha N_A}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1,38 \times 10^{-16} erg\,K^{-1} \cdot 293\,K \;\cdot\; 3,449x10^{-3}\,cm^3\,mol^{-1}}{\alpha \;\cdot\; 6,022 \times 10^{23}\,mol^{-1}}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\backsimeq \frac{1,522 \times 10^{-20}}{\alpha^{\frac{1}{2}}} \;\cdot\; erg^{\frac{1}{2}} \;\cdot\; cm^{\frac{3}{2}}$$

En el sistema cgs el momento magnético en $erg \cdot G^{-1}$. Para hacer "aparecer" la unidad de flujo magnético,

G, vamos a utilizar la siguiente relación poco conocida,

$$G \;=\; g^{\frac{1}{2}} \,\cdot\, cm^{-\frac{1}{2}} \,\cdot s^{-1}. \tag{4}$$

Acomodemos las unidades,

$$\begin{aligned}
erg^{\frac{1}{2}} \,\cdot\, cm^{\frac{3}{2}} &= \left(g \,\cdot\, cm^2 \,\cdot\, s^{-2}\right)^{\frac{1}{2}} \,\cdot\, cm^{\frac{3}{2}} \\
&= g^{\frac{1}{2}} \,\cdot\, cm^{\frac{5}{2}} \,\cdot\, s^{-1} \\
&= g \cdot cm^2 \,\cdot\, s^{-2} \,\cdot\, \left(g^{-\frac{1}{2}} \,\cdot\, cm^{\frac{1}{2}} \,\cdot\, s\right) \\
&= erg \;\cdot\; \left(g^{\frac{1}{2}} \,\cdot\, cm^{-\frac{1}{2}} \,\cdot\, s^{-1}\right)^{-1} \\
&= erg \;\cdot\; G^{-1}
\end{aligned}$$

Por lo tanto,

$$\mu_0 = \frac{1,522 \times 10^{-20}}{\alpha^{\frac{1}{2}}} \,\cdot\, erg \,\cdot\, G^{-1}. \tag{5}$$

Si dividimos por el magnetón de Bhor, $\mu_B \;=\; 9,274 \;\times\; 10^{-21}\, erg \,\cdot\, G^{-1}$ resulta,

$$\mu_0 = \frac{1,64}{\alpha^{\frac{1}{2}}}\, \mu_B \tag{6}$$

La estimación usando los datos del problema es,

$$\mu_0 \;=\; 2\mu_B \;\;\longrightarrow\;\; \alpha \backsimeq \; 0,67$$

10.b) En este inciso nos cuentan que isótopo con masa atómica $A = 17$ es el que forma las moléculas magnéticas, y no el isótopo con $A = 16$.

En general, el momento magnético total de los átomos resulta de sumar el momento magnético del núcleo y el momento magnético de los electrones. El momento magnético nuclear es,

$$g_0\mu_N,$$

con g_0 el factor giromagnético, que para el ^{17}O es $g_0 = -0,76 \approx -1$, y μ_N el magnetón nuclear. Este magnetón se relaciona con el magnetón de Bhor mediante el cociente entre las masas del electrón y del protón,

$$\mu_N = \frac{m_e}{m_p}\, \mu_B.$$

Como $m_p \approx 2000\, m_e$, μ_N es aproximadamente 2000 veces menor μ_B. Esto implica que el magnetismo nuclear sea varios ordenes de magnitud menor que el electrónico.