

1. Cinemática

- 1) Escriba la ecuación diferencial para la posición en función del tiempo en un movimiento a velocidad (v_0) constante.

a) Integrando la ecuación anterior, encuentre una solución para $x(t)$

- 2) Escriba la ecuación diferencial que rige la velocidad en función del tiempo para un movimiento a aceleración (a_0) constante.

a) Integrando, encuentre una solución para $v(t)$.

b) Dado $v(t)$, escriba la ecuación diferencial para la función posición en función del tiempo y resuélvala.

- 3) La aceleración de una partícula que se mueve sobre una trayectoria recta está dada por

$$a(t) = -2 \frac{m}{s^4} \cdot t^2$$

donde m es 'metros' y s 'segundos'.

- a) Encuentre la velocidad $v(t)$ y la posición $x(t)$ si $x_0 = x(0) = 0$ y $v_0 = v(0) = 10$ m/s.
b) ¿Cuál es su posición y velocidad en $t = 3$ seg?

- 4) Sabiendo que un cuerpo se mueve en línea recta con

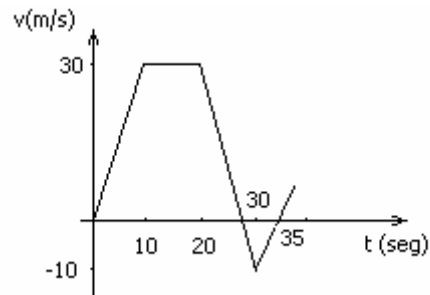
$$v(t) = 3 \frac{m}{s} \cdot e^{\left(-2 \frac{t}{s}\right)} \quad ; \quad x_0 = x(0) = 0$$

Encuentre y grafique la posición $x(t)$. ¿Se detiene alguna vez el cuerpo? ¿Hasta donde llegará?

- 5) Un automovilista parte en el instante $t = 0$, de $x = 0$ con una velocidad de 10 m/s y con una aceleración de 1 m/s² (constante). Dicha aceleración tiene la misma dirección que la velocidad pero sentido contrario.

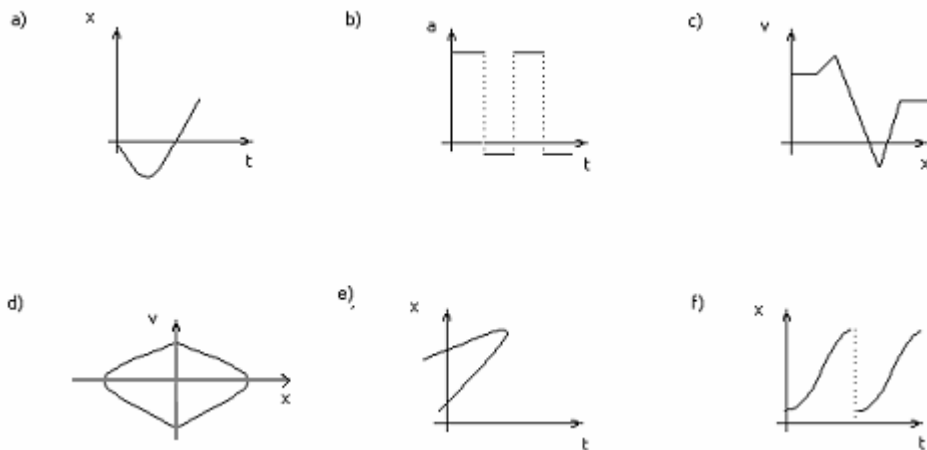
- a) ¿En qué instante el auto tiene $v = 0$? ¿Qué distancia recorrió?
b) ¿En qué instante vuelve a pasar por $x = 0$? ¿Qué sucederá luego?
c) Grafique $x(t)$, $v(t)$, $a(t)$.
d) Tomando ahora la aceleración de 1 m/s² en el mismo sentido que la velocidad, rehaga c) y compare con el caso anterior.

- 6) El gráfico de la figura representa la velocidad en función del tiempo para una partícula con movimiento rectilíneo.



- Halle $x(t)$, sabiendo que el móvil partió de $x = 0$.
- Grafique $x(t)$, $a(t)$.
- Halle x , v , a , a los 5 segundos y a los 25 segundos.

- 7) De los gráficos que se dan a continuación, ¿cuáles representan movimientos físicamente posibles?



- 8) Una de las técnicas existentes para estimar el peso molecular (PM) de proteínas o separar proteínas de distinto PM originalmente en solución es la electroforesis en gel. La técnica consiste en colocar una solución con proteínas en un gel y someterla a la acción de un campo eléctrico. En estas condiciones, las proteínas migran a una velocidad constante¹.

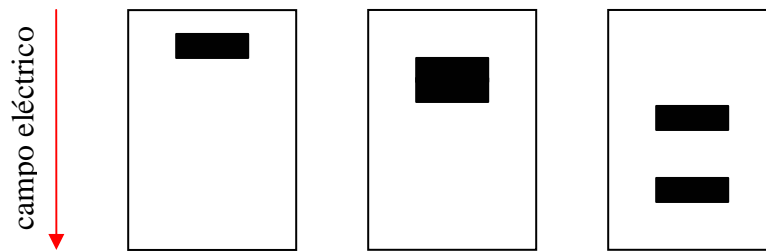


Figura 1. Se muestra, de izquierda a derecha, la evolución temporal de la corrida electroforética. La mezcla original se separa en dos bandas conteniendo cada una una única proteína.

En la variante conocida como “electroforesis en gel desnaturizante”, la velocidad de migración de cada proteína es inversamente proporcional al logaritmo de su PM

$$v = v_0 - k \cdot \log(\text{PM})$$

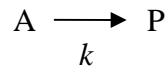
Un investigador tiene una solución con dos tipos de proteínas que desea separar haciendo una corrida de electroforesis en gel desnaturizante. El PM de las proteínas es 25 y 75 Kg/mol. En las condiciones del experimento, se observa que las proteínas adquieren una velocidad $v = 2 \text{ mm/min} - 0,25 \text{ mm/min} \cdot \log(\text{PM})$, con PM expresado en Kg / mol.

- a) Suponiendo que las bandas tienen un espesor constante de 1 mm, ¿cuál es el tiempo mínimo que debería dejarse correr las proteínas para poder distinguir las dos bandas? (considere que se pueden distinguir cuando hay al menos 1 mm de separación entre bandas).
- b) Si el gel tiene una longitud de 5 cm, ¿cuánto es lo mínimo que debería pesar una proteína de mayor PM para poder distinguir su banda de la correspondiente a la proteína de PM = 25?

¹ La razón por qué las proteínas migran en presencia de un campo eléctrico la entenderemos en la guía de electrostática y la razón por la que lo hacen con velocidad constante cuando veamos movimientos en fluidos.

9) Cinética de reacciones químicas.

Supongamos una reacción química sencilla en la que se genera un producto P a partir de un sustrato A. Podemos representar el proceso de la siguiente manera:



Llamando a a la concentración de A, el esquema anterior se puede escribir en forma de ecuación diferencial así:

$$\frac{da}{dt} = -ka$$

- a) Suponiendo que a $t = 0$ la concentración de A es a_0 , resolver la ecuación diferencial para obtener la relación de a con el tiempo.
- b) Suponiendo que inicialmente no hay P, encuentre la ecuación que describe la evolución de p (la concentración de P) con el tiempo.

c) Describa gráficamente como evolucionan a y p con el tiempo ¿cuál es la cantidad máxima de producto que se puede formar? ¿En qué tiempo se alcanza la mitad de esa cantidad máxima? ¿Depende este valor de la cantidad inicial de A?

d) La siguiente tabla corresponde a mediciones del valor de a en función de t ¿cuál es el valor de la constante k de la reacción en este caso? (ayuda: utilizando lo hecho en a), muestre que $\ln(a_0/a) = k.t$).

t (min)	0	30	60	90	120	150	180
a (mM)	8.7	6.4	5.1	3.8	2.7	2.3	1.4

10) Una piedra se hunde en el agua con una aceleración dada por $a = g - b.v$, donde g es la aceleración de la gravedad (10 m/s) y b es una constante positiva que depende de la forma y del tamaño de la piedra y de las propiedades físicas del agua. Nótese que en este caso la aceleración de la piedra depende de su velocidad.

a) ¿Cuáles son las unidades de la constante b ?

b) Suponiendo que la piedra parte del reposo, encuentre la función $v(t)$ que describe la velocidad de la piedra en función del tiempo. (Ayuda: $\int \frac{1}{a-b \cdot x} dx = -\frac{\ln(a-b \cdot x)}{b}$)

c) Usando el resultado de b), exprese la aceleración y la posición de la piedra en función del tiempo

d) ¿Qué distancia recorre una piedra de $b = 1$ en 1 seg? ¿y una de $b = 2$? (las unidades de b son las que averiguó en la pregunta a)

11) Un coche viaja a lo largo de una curva sobre un plano. Sus coordenadas cartesianas en función del tiempo están dadas por las ecuaciones: $x(t) = 2t^3 - 3t^2$, $y(t) = t^2 - 2t + 1$. Halle:

a) La posición del coche en $t = 1$ segundo.

b) Los vectores $v = v(t)$ y $a = a(t)$.

c) Los instantes en que $v = 0$.

12) Cuando una abeja obrera detecta una fuente de alimento, regresa al hogar y comunica a otras abejas como hacer para encontrarla. Para esto realiza una "danza" que informa la distancia de la colmena a la fuente y la dirección respecto del sol en que ésta se encuentra. La decodificación de este fascinante sistema de comunicación le valió al zoólogo alemán Kart von Frisch el premio Nobel de fisiología de 1973¹. En un trabajo publicado en 2005 en la revista Nature², J.R. Riley y colaboradores adosan transmisores a las abejas y estudian el vuelo seguido por ellas luego de presenciar una danza.

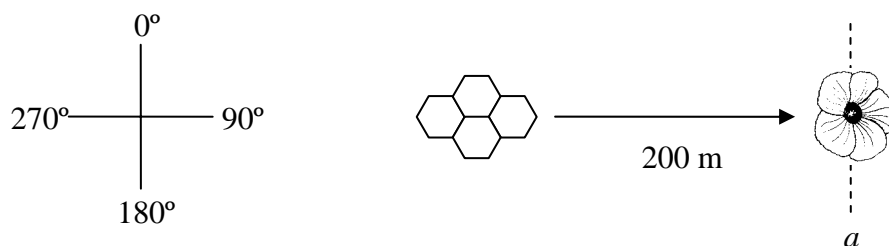


Figura 1. izq: La convención de ángulos usada por Riley. 90° corresponde al este. **der:** La fuente de alimento se encuentra a 90° y 200 metros de la colmena. Definimos la línea imaginaria a que corre de 0 a 180° y pasa por la fuente.

a) Una de las abejas seguidas navega con velocidad constante en línea recta con dirección 87° y tarda 28 s en cruzar la línea a . ¿Cuál es su vector velocidad? ¿A cuántos m/s viaja?

Esa abeja navegaba cuando no sopla viento. Cuando sopla viento, es necesario distinguir entre la "velocidad respecto a tierra" (v_t) y la "velocidad respecto al aire" (v_a). Se define que $v_t = v_a + v_v$, donde v_v es la velocidad del viento. Por supuesto, para movimientos en 2 dimensiones estas velocidades son magnitudes vectoriales. En el punto a) la trayectoria se definía en relación a la tierra, por lo tanto la velocidad calculada fue v_t . ¿Cuál era el vector v_a ?

Con este tipo de análisis Riley describe cómo las abejas son capaces de corregir su vuelo para compensar el arrastre del viento.

b) Ahora sopla viento de 3,3 m/s en dirección 38° . Se observa que la trayectoria seguida por otra abeja es exactamente igual que en a)! Halle los vectores v_w y v_a . ¿Hacia que ángulo apunta v_a ? ¿cuál es el módulo de su velocidad respecto al aire?

¹ En la página web de la materia sugerimos algunas páginas que explican el código.

² The flight paths of honeybees recruited by the waggle dance. Nature, vol 435, pag 205.

Respuestas:

3) b) 16,5 m ; -8 m/s

5) a) 10 s, 50 m b) 20 s

6) c) $t=5s$ 37,5 m, 15 m/s y $3m/s^2$

$t=25s$ 550m, 10 m/s, $-4m/s^2$

8) a) 16,8 min b) 46 kg/mol

9) d) $k=0.0096$ 1/min

10) d) 3.68 , 2.84 m

12) a) $\vec{v} = (7,14 \text{ m/s} ; 0,37 \text{ m/s})$, $|\vec{v}|=7,15 \text{ m/s}$ b) 5,57 m/s en dirección 113° .