

Serie 2: Objetos. Formación de imágenes. Imágenes. Dioptras esféricas y planas. Espejos esféricos y planos. Lentes delgadas, sistemas de lentes o instrumentos.

1. Dada una dioptra esférica, establecidas las siguientes convenciones de signos:

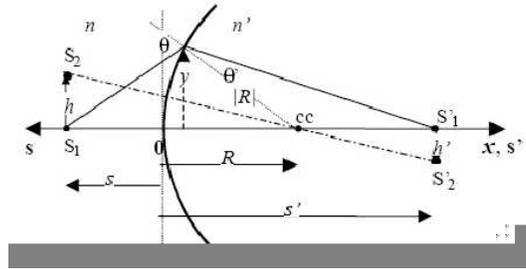
C_1 : Toda distancia asociada al objeto se mide según el eje s , que es positivo en el sentido contrario al del avance de la luz. Toda distancia imagen se mide en el eje s' que coincide con el sentido de avance de la luz (x).

C_2 : El eje y forma terna derecha con el eje x .

C_3 : El origen de las distancias tanto s , s' , R como para y es el vértice de la dioptra.

C_4 : Los radios son positivos cuando tienen el mismo sentido que el eje x .

C_5 : Los ángulos, medidos desde el eje óptico o desde la normal a la superficie, según corresponda, son positivos cuando son anti-horarios y negativos en caso contrario.



Establecida la siguiente aproximación:

AP: Para todo ángulo considerado es válida la aproximación para-axial o gaussiana, es decir:

$$\sin(\alpha) \approx \tan(\alpha) \approx \alpha \text{ medido en radianes y } \cos(\alpha) \approx 1 \quad (1)$$

y haciendo uso de la Ley de Snell, se puede demostrar que la formación de imágenes de la dioptra esférica se rige por la siguiente ecuación:

$$\frac{n'}{s'} + \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{R} = \frac{n'}{f'} = \frac{n}{f} = \phi, \text{ y } m = -\frac{ns'}{n's} \text{ (aumento lateral) donde} \quad (2)$$

	Descripción	En la figura		Descripción	En la figura
s	pos. del objeto	$s > 0$	f, f'	Distancias focales	
s'	pos. de la imagen	$s' > 0$	n, n'	ind. de refracción	
R	Radio de curvatura	$R > 0$	ϕ	Potencia	$\phi > 0$ conv.

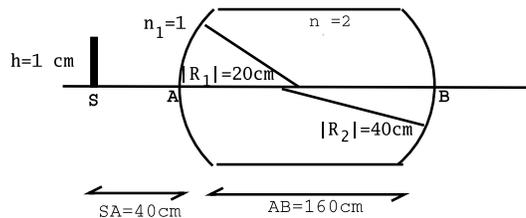
- Analice el significado físico de f y f' , y establezca si estas magnitudes pueden ser iguales en módulo o si pueden unificarse en el mismo lado de la dioptra.
- Para una dioptra esférica convergente y para una divergente haga los gráficos de s' vs. s . Analice las características de la imagen para las diferentes ubicaciones del objeto (reales o virtuales, directas o invertidas, aumentadas o disminuidas).
- Haga en cada caso analizado en (b) el trazado de rayos correspondiente.

- (d) A partir de la ecuación de la dioptra esférica demuestre que la ecuación de la dioptra plana en la aproximación paraxial es:

$$s' = -n' \frac{s}{n} \quad (3)$$

calcule las distancias focales y analice las características de la imagen.

2. (a) Una moneda se encuentra en el fondo de un vaso que contiene agua hasta una altura de 5 cm ($n_{\text{agua}} = 1.33$). Un observador la mira desde arriba, ¿a qué profundidad la ve?
- (b) Un objeto puntual que emite luz de colores (de frecuencias ν_1 y ν_2) se encuentra en el fondo de un cubo de 40 cm de lado. Los índices de refracción del cubo para ambas frecuencias son $n_1 = 1.25$ y $n_2 = 1.6$, respectivamente. El cubo está inmerso en aire. Halle a qué altura sobre el fondo se encuentran las imágenes que ve un observador externo al cubo. Analice las 2 posibilidades:
- observa normalmente desde arriba
 - observa normalmente desde abajo
3. Considere una dioptra esférica convexa cuyo radio de curvatura, en módulo, es de 10 cm, y que separa aire (espacio objeto) de un medio de índice $n' = 2$ (espacio imagen).
- Calcule sus distancias focales. Establezca si es convergente o divergente.
 - Encuentre gráfica y analíticamente la imagen de un objeto que se encuentra a 20 cm en el aire.
 - Idem (b) pero el objeto está ahora en el medio de índice 2 (recuerde que el aire es el espacio objeto, entonces ¿es un objeto real?).
 - Idem (b) para objetos reales a 5 cm y 10 cm del vértice de la dioptra.
 - Analice qué sucede si cambia la relación de índices, manteniendo la forma de la dioptra.
4. (a) Defina objeto real y objeto virtual.
- (b) Defina imagen real e imagen virtual.
- (c) Analice la veracidad de las siguientes afirmaciones y justifique sus respuestas:
- Un objeto es virtual cuando se encuentra a la derecha del sistema óptico.
 - Una imagen real de un sistema óptico siempre se comporta para otro sistema óptico que lo suceda como objeto real.
 - Una imagen virtual de un sistema óptico siempre se comporta para otro sistema óptico que lo suceda como objeto real.
 - Una imagen es real si la puedo registrar sobre una pantalla.
 - Una imagen es real si la puedo ver o fotografiar.
5. Una barra de material plástico transparente de la forma y dimensiones de la figura, inmersa en aire, es iluminada por una rendija.



- (a) Calcular la posición y el tamaño de la imagen formada por cada una de las dioptras, y especificar si son reales o virtuales ($n' = 2$).

- (b) Hacer un trazado de rayos a escala.
- (c) Resuelva los ítems (a) y (b) para $n' = 1.56$.

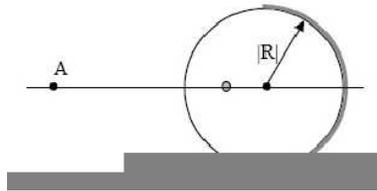
Espejos

6. Considerando la ecuación de la dioptra se puede deducir que para un espejo esférico las ecuaciones que dan la posición y el aumento de la imagen son:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = -\frac{2}{R} = \frac{1}{f'} = \frac{1}{f} \quad \text{y} \quad m = -\frac{s'}{s}; \quad (4)$$

donde ahora los ejes s y s' son coincidentes, mientras que el eje x es positivo en la dirección de avance de la luz incidente (los radios de curvatura de los espejos esféricos se miden según el eje (x)).

- (a) Analice el significado físico de f y f' , y establezca si estas magnitudes pueden ser iguales.
 - (b) Haga los gráficos de s' vs. s tanto para espejos cóncavos como convexos. Analice las características de la imagen para las diferentes ubicaciones del objeto (reales o virtuales, directas o invertidas, aumentadas o disminuidas).
 - (c) Haga en cada caso analizado en (b) el trazado de rayos correspondientes.
 - (d) A partir de la ecuación del espejo esférico deduzca la formación de imágenes del espejo plano. Analice claramente si el espejo invierte la relación arriba-abajo y derecha-izquierda.
 - (e) Qué sucede con la formación de imágenes si al espejo se lo sumerge en agua?
7. Calcule el tamaño mínimo que debe tener un espejo plano para que una persona de 1.8 m de altura se vea entera si sus ojos están a 1.7 m del piso. ¿A qué altura del piso debe estar el espejo?
8. Un espejo esférico cóncavo produce una imagen cuyo tamaño es el doble del tamaño del objeto, siendo la distancia objeto-imagen de 15 cm. Calcule la distancia focal del espejo.
9. Una esfera maciza de vidrio de índice de refracción 1.5 y radio 2 cm se encuentra en aire y tiene una burbuja interior de 2 mm de diámetro a 1 cm de su superficie. La mitad opuesta a la burbuja se encuentra espejada. Un observador mira a la esfera desde el punto A.



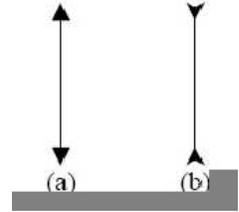
- (a) Diga cuántas burbujas ve, de qué tamaño y en qué posiciones se encuentran.
 - (b) Si se quitase el espejado de la cara posterior, cuántas burbujas vería desde A y en qué posición y de qué tamaño las vería?
10. Una estrella de mar se encuentra en el interior de un acuario ($n_{agua} = 1.3$) y a 50cm de la pared que es de vidrio de índice de refracción $n_v = 1.56$ y de 5.52 cm de espesor. Un observador, en el aire, está a 1 m de la pared. Calcular a qué distancia ve a la estrella de mar. Si el diámetro de la estrella es de 15 cm, de qué diámetro la ve?

Lentes

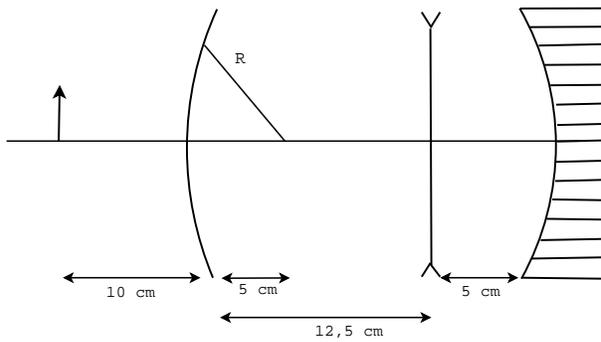
11. A partir de la ecuación de la dioptra se demuestra que la ecuación paraxial de la lente delgada es:

$$\frac{n'}{s'} + \frac{n}{s} = \frac{n' - n_l}{R_2} + \frac{n_l - n}{R_1} = \frac{n'}{f'} = \frac{n}{f} = \phi, \quad \text{y} \quad m = -\frac{ns'}{n's} \quad (\text{aumento lateral}),$$

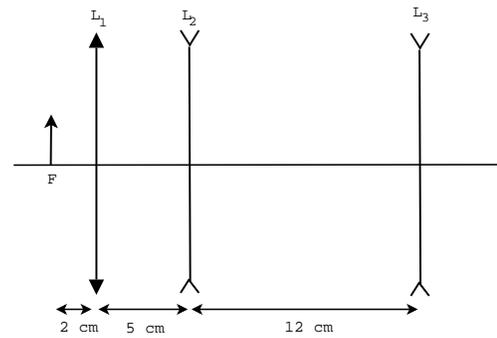
donde n_l es el índice de refracción de la lente. Una lente delgada convergente se esquematiza como la figura (a), y una divergente como la figura (b).



- (a) Analice de qué depende la convergencia o divergencia de una lente delgada.
- (b) Grafique s' vs. s para lentes convergentes y divergentes, analice las características de la imagen en función de la posición de los objetos y del tipo de objeto (real o virtual).
- (c) Tome un objeto, colóquelo en diferentes posiciones y haga el trazado de rayos que le permita visualizar la imagen.
- (d) Pueden ser iguales las distancias focales de una lente?
- (e) Demuestre que si la lente está inmersa en un único medio y no es simétrica las distancias focales objeto e imagen no dependen de qué cara de la lente reciba la luz.
12. Una lente equiconvexa de radio de curvatura 50 cm está fabricada de un vidrio de índice 1.5.
- (a) Calcule las distancias focales cuando la lente está inmersa en aire.
- (b) Calcule las distancias focales cuando la lente está inmersa en agua.
- (c) Calcule las distancias focales cuando a la izquierda de la lente hay aire y a la derecha agua.
- (d) Idem (a),(b),(c) cuando la lente es equicóncava.
13. Se coloca un objeto a 80 cm a la izquierda de una lente equiconvexa de radios de curvatura $|R| = 10$ cm e índice de refracción $n_l = 1.5$.
- (a) Analice cómo se comporta la lente si $n_1 = n_3 = 1.6$.
- (b) Idem (a), para $n_1 = n_3 = 1$.
- (c) Idem (a), para $n_1 = 1$ y $n_3 = 1.6$.
14. Se coloca un objeto a 18 cm de una pantalla, en qué puntos entre la pantalla y el objeto se puede colocar una lente delgada convergente de distancia focal 4 cm, para que la imagen del objeto esté sobre la pantalla? Qué diferencia hay entre ubicarla en una u otra posición? Y si la distancia focal de la lente fuese de 5 cm?
15. Un objeto de 1 cm de alto se encuentra a 10 cm del vértice de una dioptra (ver figura). Hallar analíticamente y gráficamente la imagen final del sistema. **Datos:** $|R| = 5$ cm, $|f_{\text{lente}}| = 7.5$ cm, $|R_{\text{espejo}}| = 20$ cm y $n_{\text{dioptra}} = 1.6$. La lente está inmersa en aire.
16. Se tienen tres lentes distribuidas como indica la figura y un objeto ubicado a una distancia de 3 cm a la izquierda de la lente L_1 . Calcular la distancia focal de la lente divergente L_3 y hacer luego el trazado de rayos sabiendo que la imagen final se encuentra 3.75 cm a la izquierda de la lente L_3 . **Datos:** $f'_1 = 2$ cm; $f'_2 = -3$ cm. Calcular el tamaño de la imagen final suponiendo que el tamaño real del objeto es de 1 cm.



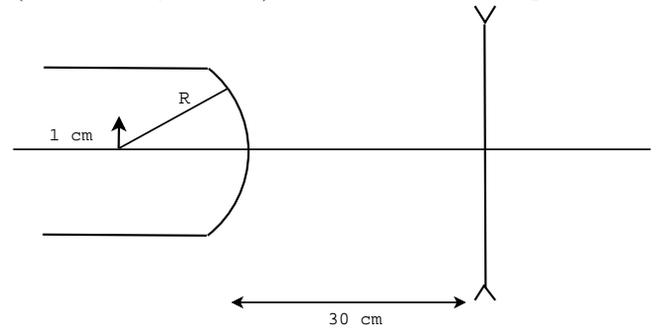
Problema 15



Problema 16

17. Hallar analíticamente y gráficamente la imagen final (ubicación y altura) en el caso de la figura.

Datos: $|R_1| = 10$ cm, $|f_{\text{lente}}| = 10$ cm; $n = 1.5$.



Instrumentos ópticos

18. Un microscopio compuesto consta de un objetivo de 4 mm de distancia focal y de un ocular de 30 mm de distancia focal. La distancia entre lentes es de 16 cm y la imagen final se forma a 25 cm del ocular.
- Dónde se encuentra la imagen formada por el objetivo?
 - Qué distancia hay entre la muestra y el objetivo?
 - Cuál es el aumento del microscopio?
19. Un microscopio compuesto tiene una lente objetivo de 1.2 cm de distancia focal y un ocular de 2 cm de distancia focal separadas 20 cm.
- Hallar el poder amplificador si el punto próximo del observador está a 25 cm.
 - ¿En dónde deberá colocarse el objeto si la imagen final ha de verse en el infinito?
20. Una persona con un punto próximo de 25 cm utiliza una lente de 40 D como lupa. ¿Qué amplificación angular se obtiene? ¿Cuál es la amplificación en este ejemplo si el punto próximo de la persona es de 30 cm en lugar de 25 cm?
21. **Modelo I del ojo:** Un modelo simple del ojo es una lente con Potencia P variable localizada a una distancia fija d enfrente de una pantalla, con el espacio entre lente y pantalla en un medio material similar al aire. El ojo puede enfocar en un intervalo de posiciones del objeto s tal que $x_{pp} \leq s \leq x_{pl}$. Con este modelo del ojo, se define ojo normal aquél que puede enfocar objetos a grandes distancias.
- Demostrar que para un ojo normal, el valor mínimo de P es $P_{\text{min}} = 1/d$.
 - Demostrar que el valor máximo de P es $P_{\text{max}} = 1/x_{dd} + 1/d$.
22. Suponer que el punto próximo del ojo de cierta persona es 75 cm. Con los anteojos de lectura puestos a una distancia despreciable del ojo, la distancia del punto próximo del sistema lentes-anteojos es de

25 cm. Esto es, si un objeto es colocado a 25 cm enfrente de la lente, entonces ésta forma una imagen virtual del objeto a 75 cm de distancia, también enfrente de la lente.

- (a) ¿Cuál es la potencia de la lente de los anteojos de lectura.
- (b) ¿Cuál es el aumento lateral de la imagen formada por la lente?
- (c) ¿Qué produce la imagen más grande en la retina,
 - i. el objeto situado en el punto próximo del ojo desnudo (sin lente adicional), y percibido por él, o
 - ii. el objeto en el punto próximo del sistema ojo-lente y visto a través de la lente que está inmediatamente enfrente del ojo?