

Radiación

- Un positrón incide frontalmente sobre un protón desde distancias muy alejadas, con velocidad $v_i \ll c$, llegando hasta una distancia de máximo acercamiento al protón y luego retrocediendo sobre la misma trayectoria rectilínea, alcanzando asintóticamente una velocidad $v_f < v_i$. Estimar v_f en función de v_i a partir del cálculo de la radiación electromagnética emitida en el proceso, despreciando el movimiento del protón. ¿Cómo está polarizada la radiación electromagnética producida, observada en regiones muy alejadas del lugar de emisión?
- Una partícula cargada efectúa un movimiento circular uniforme con frecuencia ω . Calcular $\vec{E}$, $\vec{B}$, el valor medio temporal de la distribución de potencia y la intensidad total irradiada por ciclo en la aproximación no relativista y analizar la polarización del campo en distintas direcciones
 - Una partícula de carga $-e$ y masa m gira alrededor de otra mucho más pesada de carga Ze . El radio de la órbita circular es inicialmente R . Estimar el tiempo que tarda la partícula en caer al centro de la órbita debido a la pérdida de energía por radiación y estimar el número de vueltas que realiza antes de caer.
- Una partícula no relativista de carga Ze , masa m , y energía cinética E choca con un campo de fuerzas fijo y central. La interacción es repulsiva y está descrita por un potencial $V(r)$, el cual es mayor que E a distancias cortas.
 - Mostrar que la energía total radiada está dada aproximadamente por

$$\Delta W = \frac{4}{3} \frac{Z^2 e^2}{m^2 c^3} \sqrt{\frac{m}{2}} \int_{r_{min}}^{\infty} \left| \frac{dV}{dr} \right| \frac{dr}{\sqrt{V(r_{min}) - V(r)}}$$

donde r_{min} es la menor distancia de máximo acercamiento en el choque.

- Si la interacción es Coulombiana, o sea, $V(r) = \frac{ZZ'e^2}{r}$, mostrar que la energía total irradiada es

$$\Delta W = \frac{8}{45} \frac{Z m v_0^5}{Z' c^3}$$

donde v_0 es la velocidad de la carga en infinito.

- Dispersión de Thomson*. Cuando una onda plana incide sobre un electrón libre, el electrón oscila e irradia ondas electromagnéticas, provocando una dispersión en todas direcciones de la onda original. Calcular la sección eficaz de dispersión suponiendo que la onda incidente es linealmente polarizada, que el movimiento del electrón es no-relativista, y despreciando el impulso transferido al electrón en la dirección de propagación de la onda. Resolver primero la ecuación de movimiento del electrón sometido al campo eléctrico de la onda incidente, y encontrar luego los campos de radiación debidos al movimiento del electrón. Calcular entonces la sección eficaz diferencial (por unidad de ángulo sólido) definida como:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\text{Energía irradiada por el electrón por unidad de ángulo sólido y de tiempo}}{\text{Flujo de energía incidente de la onda plana}}$$

y la sección eficaz total, $\sigma = \int d\Omega \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)$. ¿Cómo cambian los resultados si el electrón está ligado en un potencial armónico de frecuencia ω_0 ? ¿Qué pasa cerca de una resonancia?

- Una carga q realiza un movimiento armónico sobre el eje z , $z(t') = a \cos(\omega_0 t')$.
 - Mostrar que la potencia instantánea irradiada por unidad de ángulo sólido es

$$\frac{dP(t')}{d\Omega} = \frac{e^2 c \beta^4}{4\pi a^2} \frac{\sin^2(\theta) \cos^2(\omega_0 t')}{(1 + \beta \cos(\theta) \sin(\omega_0 t'))^5}$$

donde $\beta = a\omega_0/c$.

(b) Promediando temporalmente mostrar que

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{e^2 c \beta^4}{32\pi a^2} \left[\frac{4 + \beta^2 \cos^2(\theta)}{(1 - \beta^2 \cos^2(\theta))^{7/2}} \right] \sin^2(\theta)$$

(c) Cómo es la distribución angular para el caso no relativista y para el relativista?

6. Un dipolo eléctrico rota en el plano xy con frecuencia ω . Calcular la componente z del momento angular del campo electromagnético que atraviesa la superficie de una esfera de radio R centrada en el dipolo, usando que

$$\vec{L} = \int (\vec{r} \times \vec{g}) R^2 d\Omega$$

siendo $\vec{g} = (\vec{E} \times \vec{H}) / (4\pi c)$ la densidad de momento lineal. Calcular también la potencia total irradiada, y el cociente entre el valor de L_z y de la energía que atraviesan por unidad de tiempo la superficie, promediados sobre un período de rotación del dipolo. Discutir este resultado interpretando la radiación como compuesta por fotones de energía $\hbar\omega$ cada uno.

7. Se tiene un conductor recto y delgado de longitud l alimentado por una fuente de frecuencia ω localizada en su centro. Se desprecia la resistencia. Calcular la potencia irradiada por unidad de ángulo sólido y la potencia total irradiada. Determinar en qué dirección es máxima la radiación, y cómo es la polarización de la radiación en esa dirección.
8. Resuelva el problema anterior pero en el caso de tener una espira circular de radio a con corriente $I = I_0 \sin(\omega t)$.
9. Una esfera de radio a con magnetización uniforme $\vec{M}$ rota con velocidad angular constante alrededor de un eje que pasa por el centro de la esfera y forma un ángulo α con $\vec{M}$.

- (a) Calcular $\vec{E}$ y $\vec{B}$, la distribución angular de potencia y la intensidad total irradiada por período.
- (b) Analizar el flujo de $\vec{L}$ que se lleva el campo.
- (c) A una distancia $d \gg a$ sobre el eje z se coloca un “molinito” con una paleta totalmente absorbente y otra totalmente reflejante. Calcular el torque inicial sobre el eje del “molinito”. ¿Qué aproximaciones es necesario realizar (al menos 3!)?

10.

- (a) Demostrar que la onda electromagnética emitida por un electrón que se mueve a velocidad v mayor que la velocidad de la luz en un medio con índice de refracción n ($v > c/n$) se concentra formando un ángulo θ_c respecto de la dirección de movimiento de la partícula tal que $\cos \theta_c = c/(nv)$. Este proceso recibe el nombre de radiación de Cerenkov.
- (b) Comprobar que un espejo esférico de radio de curvatura R focaliza la luz emitida por la partícula en un anillo en el plano focal del espejo, y encontrar el radio del anillo.

Preguntas Molestas

- ¿Cuál es la característica fundamental de los campos de radiación?
- ¿Qué relación cumplen los campos de radiación eléctrico y magnético suficientemente lejos de sus fuentes?
- Para un conjunto de n electrones libres en movimiento arbitrario, puede demostrarse (hacerlo) que el momento dipolar eléctrico total es proporcional a la posición del centro de masa del sistema. Por lo tanto, (demostrar!) no hay radiación dipolar eléctrica. Además, también se demuestra (realizarlo, pues) que tampoco hay radiación dipolar magnética (ya que $\vec{m} \propto \vec{L}$, donde $\vec{L}$ es el momento angular del sistema). Por lo tanto, electrones acelerados no irradian?
- Si calculamos los campos de radiación hasta el orden dipolar magnético, ¿qué términos debemos considerar?