Durabilidad de sensores

Parcial Computacional - MEFE 2025

Entrega

Subir al campus:

- Un informe en formato PDF.
- El código con el que generó los gráficos y resultados.

En ambos archivos, indicar el nombre, apellido y número de libreta o DNI. La página del curso es: https://campus.exactas.uba.ar/course/view.php?id=362. Si aún no habían entrado, la clave de automatriculación es: `completar`

Sobre el informe:

- **Largo:** aproximadamente 1 hoja de texto (500 palabras o 3000 caracteres) + figuras.
- Dar una descripción clara y precisa de la metodología utilizada.
- Mostrar todos los gráficos que considere necesarios y los resultados esperados.
- ¿Cuál es la conclusión?

Contexto

Los sensores de temperatura industriales son fundamentales para el control de procesos en plantas químicas, refinerías y otras industrias. Estos sensores deben durar un tiempo determinado antes de fallar y su tasa de fallos es clave para la confiabilidad del sistema. Una pregunta de mucho interés es si la probabilidad instantánea de que un sensor falle depende o no del tiempo que lleva operando.

En particular, los sensores pueden modelarse mediante una distribución que representa el tiempo hasta su falla. Para estudiar la durabilidad, en el Laboratorio de Confiabilidad Avanzada (LCA) se colocan sensores idénticos bajo condiciones controladas y se registra el tiempo que funciona cada sensor hasta que deja de operar.

Consignas

Se quiere diseñar un test que permita poner a prueba la hipótesis nula:

H_0 : La tasa de fallas es constante en el tiempo (no depende del tiempo transcurrido).

1. **Constante en el tiempo:** Genere $n = 100$ realizaciones de una variable aleatoria con distribución de Weibull($\lambda = 5000,\ \alpha_0 = 1{,}0$) que represente el tiempo hasta la falla (en horas) de los sensores. Tomar la definición estándar para los parámetros como https://en.wikipedia.org/wiki/Weibull_distribution.

2. **Decreciente en el tiempo:** Genere ahora $n = 100$ realizaciones de una variable aleatoria con distribución de Weibull($\lambda = 5000,\ \alpha_1 = 0{,}8$), que representa un escenario donde la tasa de fallos **disminuye** con el tiempo.

3. **Estadístico:** Diseñe un estadístico que permita discriminar entre las dos situaciones anteriores. Por ejemplo, puede utilizar algún estadístico que sea sensible a cambios en la forma de la distribución (como un estimador del parámetro α) o que compare tiempos hasta la falla temprana contra la tardía. Obtenga por simulación la distribución de este estadístico bajo H_0.

4. **Test:** Fije un nivel de significancia $\alpha = 0{,}05$, indique la zona de rechazo, el valor crítico y los errores tipo I y tipo II que se cometen al aplicar el test propuesto.

5. **Potencia:** Calcule la potencia del test para distintos valores de

$$\alpha_1 \in \{\, 1{,}0,\ 0{,}95,\ 0{,}9,\ 0{,}85,\ 0{,}8,\ 0{,}75,\ 0{,}7,\ 0{,}65,\ 0{,}6,\ 0{,}5 \,\}.$$

   Muestre los resultados en un gráfico potencia vs. α_1.

6. **p-valor:** Simule una muestra de $n = 100$ sensores con $\alpha_1 = 0{,}90$. Aplique el test y calcule el p-valor. ¿Cuál es la máxima significancia que le podríamos pedir al test tal que no rechace la hipótesis nula?

7. **Histograma de p-valores:** Repita 1000 veces el paso anterior y grafique el histograma de los p-valores. Discuta qué se espera ver si la hipótesis nula es cierta y qué diferencias aparecen cuando $\alpha_1 < 1$.