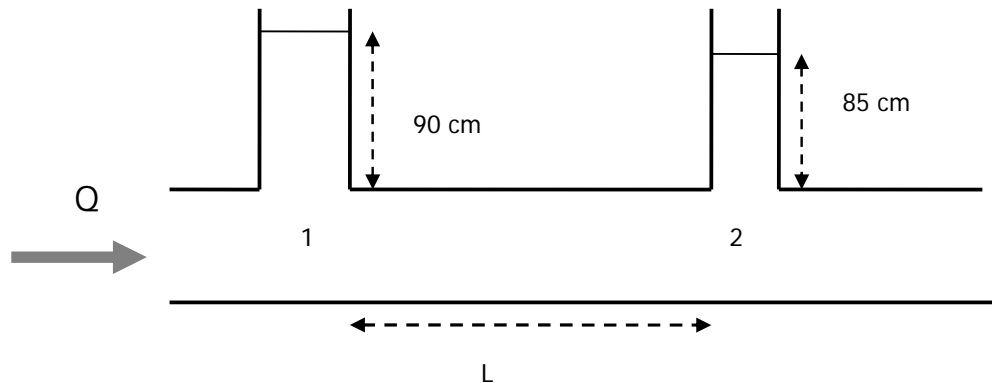


Física para Paleontólogos, 2do cuatr. 2015

Guia 2. Adicional: Hidrodinámica de fluidos viscosos

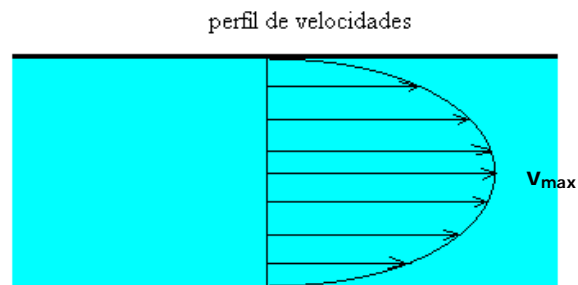
1. Por una tubería horizontal circula un flujo constante de agua ($\rho=1 \text{ g/cm}^3$, $\eta=1\text{cp}=10^{-2} \text{ dyn/cm}^2 \text{ s} = 10^{-3} \text{ Pa s}$). La tubería es de sección circular constante y radio $R=10 \text{ cm}$. El flujo es laminar y se verifica una caída continua de la presión como lo muestran las alturas en las columnas ubicadas en las posiciones 1 y 2 de la figura.



- Calcule las pérdidas de energía por unidad de volumen entre los puntos 1-2
- Sabiendo que el caudal Q es de 30 l/min , calcule la velocidad media del fluido por la cañería ($v_{\text{media}}=Q/\pi R^2$)

Resp: a) 49 hPa ; b) 1.6 cm/s

Dado un tubo cilíndrico de radio R y longitud L . Se sabe para un fluido newtoniano en régimen laminar el perfil de velocidades en el tubo forma una parábola dada por la función $v(r) = v_{\text{max}} (1-r^2/R^2)$ con $v_{\text{max}} = \Delta P R^2 / (4\eta L)$, donde η es la viscosidad del fluido a una temperatura dada, y L es la separación de los puntos en la tubería entre los cuales se calcula ΔP .



En base a esto, integrando las velocidades en la sección transversal del tubo se obtiene el caudal $Q = \Delta P \pi R^4 / (8\eta L)$ "ecuación de Hagen-Poiseuille". La velocidad media verifica $v_{\text{media}} = Q / \pi R^2 = v_{\text{max}} / 2$.

Definiendo la resistencia hidrodinámica como $Res = \Delta P / Q$ se obtiene "ecuación de Poiseuille" $Res = 8\eta L / (\pi R^4)$, es decir es función de la viscosidad del fluido y de la geometría del tubo.

2. Calcule la resistencia hidrodinámica y la diferencia de presión entre los extremos de un tubo horizontal de diámetro interior de 1,2mm y longitud 25 cm por el cual circula un caudal de líquido de 0.3 ml/s. Hágalo en el caso que el líquido sea agua a 20° C ($\eta = 1\text{cp}$) y en el que sea sangre a 37°C ($\eta = 2.08\text{cp}$)?

Resp: $\Delta P = 14.74\text{ hPa}$ (agua a 20° C) y $\Delta P = 30.65\text{ hPa}$ (sangre a 37° C)

3. A partir de la ecuación de Hagen-Poiseuille calcule la separación entre las dos tomas de presión del problema 1

Resp: 384.8 m

4. Se tiene una aguja hipodérmica de 8cm de longitud y 0.4mm de radio interior.

a) ¿Cuál es la resistencia hidrodinámica de la aguja al paso de agua?

b) La aguja está unida a una jeringa con un émbolo de 3.5 cm² de área. ¿Qué fuerza hay que realizar sobre el émbolo si se quiere un caudal de líquido de 2 cm³/s en un tejido que está a una presión de 9mm de Hg por encima de la presión atmosférica?

Resp: $8 \cdot 10^4\text{ dyn s /cm}^5$; 6 N

5. En una persona adulta en reposo el caudal sanguíneo suele ser de 5l/min, siendo la presión en la aorta de 100 mmHg y de 5 mmHg en la vena cava. ¿Cuál es la resistencia hidrodinámica total del sistema circulatorio también llamada RPT (resistencia periférica total)? Expréselo en mmHg s/ml (esta unidad de resistencia en fisiología se la llama unidad de resistencia periférica, URP).

Resp: 1.14 URP

6. Se tienen dos tubos de resistencia hidrodinámica $R_1 = 10\text{ Pa s/m}^3$ y $R_2 = 5\text{ Pa s/m}^3$. Calcule la resistencia hidrodinámica equivalente si se los conecta en serie (el caudal es el mismo, está uno a continuación del otro) o en paralelo (la diferencia de presión entre los extremos es la misma, el caudal se divide entre los dos. Halle las expresiones generales en cada caso.

Resp: 15 Pa s/m^3 , 6 Pa s/m^3

En la mecánica de fluidos es importante tomar en cuenta si se está en régimen de fluido laminar o turbulento. Esto experimentalmente se indica a través del **número de Reynolds**¹ N_R , magnitud adimensional que depende de la densidad ρ y viscosidad η del fluido, de su velocidad media v y del diámetro D del tubo por el que circula: $N_R = \rho v D / \eta$.

Se verifica que si $N_R > 2000$, el flujo laminar; $N_R > 3000$, el flujo es turbulento. Entre 2000-3000 es inestable y puede pasar de uno a otro.

7. Calcule el número de Reynolds de la sangre (densidad de la sangre 1.06 g/cm³; viscosidad a 37°C, $\eta_{\text{sangre}} = 2.08\text{ cp}$) circulando por la arteria aorta ($r = 9\text{mm}$, $v = 33\text{cm/s}$) y por un capilar ($r = 2\mu\text{m}$, $v = 0.066\text{ cm/s}$). ¿Qué puede decir de flujo de sangre en cada caso?

Resp: para la aorta $N_R = 3027$; para capilares $N_R = 0.00135$

8. Calcule el número de Reynolds correspondiente a un río de 1km de ancho por el que circula el agua a 1cm/s ($\eta_{\text{agua}} = 1\text{cp}$).

¹ El número de Reynolds se utiliza desde fines del siglo XIX, Reynolds (1842-1912)

9. El petróleo crudo tiene una viscosidad aproximada de 0.8 Pa s a la temperatura ambiente. Se planifica la construcción de un oleoducto de 50 km desde el yacimiento hasta la terminal de buques petroleros. El oleoducto va a distribuir petróleo con un caudal de 500 l/s y el flujo debe ser laminar para minimizar la presión necesaria para impulsar el fluido a través de la tubería. Suponiendo que la densidad de crudo es de 700 kg/m³ estimar el diámetro para el oleoducto.

Resp: $D > 28$ cm

Un objeto esférico de radio R y masa m que se mueve con cierta velocidad v en un fluido viscoso sufre una fuerza de arrastre que se opone al movimiento. Dentro de ciertos límites (número de Reynolds chico) esta fuerza es directamente proporcional a la velocidad:

$$\text{Ley de Stokes } F_V = 6\pi\eta R v ,$$

A partir de las leyes de Newton para una esfera (radio R , masa m y densidad ρ_{esf}) cayendo verticalmente en un fluido (viscosidad η , densidad ρ_L) con velocidad inicial 0, se demuestra que la velocidad en función del tiempo es

$$v(t) = v_L [1 - \exp(-bt)],$$

con $b = 6\pi\eta \frac{R}{m}$ y el valor máximo de velocidad es $v_L = \frac{2gR^2}{9\eta} (\rho_{\text{esf}} - \rho_L)$,

10. Considere una esferita de 150g y radio 1cm cayendo verticalmente por un tubo lleno de glicerina (densidad $\rho = 0.70$ g/cm³ y viscosidad a 20° C, $\eta = 1.52$ Pa s). Nota: el volumen de una esfera es $\frac{4}{3}\pi R^3$

a) Exprese y grafique la velocidad en función del tiempo ¿Cuánto tiempo tarda en estar al 99% de la velocidad límite?

b) Repita los cálculos para la misma bolita cayendo en agua (densidad $\rho = 1$ g/cm³ y viscosidad a 20° C, $\eta = 1 \cdot 10^{-3}$ Pa s) y cayendo en el aire (densidad $\rho = 1.2$ kg/m³ y viscosidad a 20° C, $\eta = 1.81 \cdot 10^{-5}$ Pa s). ¿Qué conclusiones saca con respecto a aproximar la caída en aire para esta esferita con la caída en vacío?

Resp: a) $v_L = 33.6$ m/s, $t = 16.1$ s