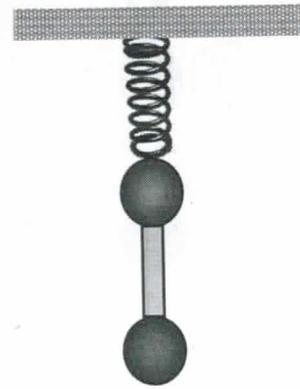


### Primer Parcial

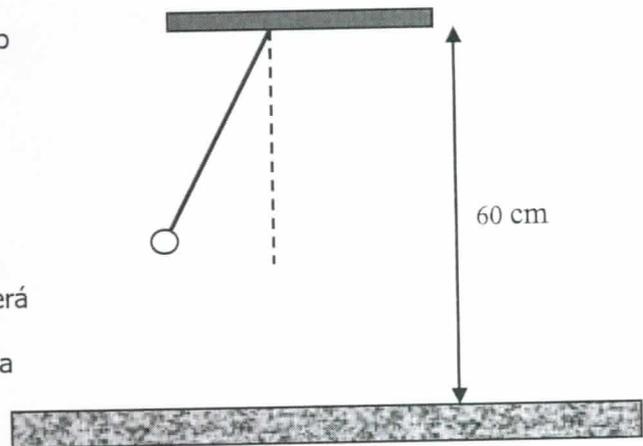
Nota: en todos los problemas aclare y justifique las conservaciones que utilice.

- 1) Se tienen dos cuerpos de masas iguales  $m=500$  g, unidos por una barra de masa despreciable y mediante un resorte de  $k=400\text{N/m}$  y longitud natural de 20 cm.
  - a) Haga los diagramas de cuerpo libre y plantee las ecuaciones de Newton para ambos cuerpos.
  - b) Halle la posición de equilibrio.
  - c) Se comprime 5 cm el resorte y se suelta. Muestre a partir de las ecuaciones de Newton que se obtiene la ecuación de un movimiento oscilatorio armónico ¿Cuál será el período del movimiento?
  - d) Para el caso del inciso anterior, halle la posición y velocidad en función del tiempo, dando los valores de amplitud, desfase y velocidad máxima.



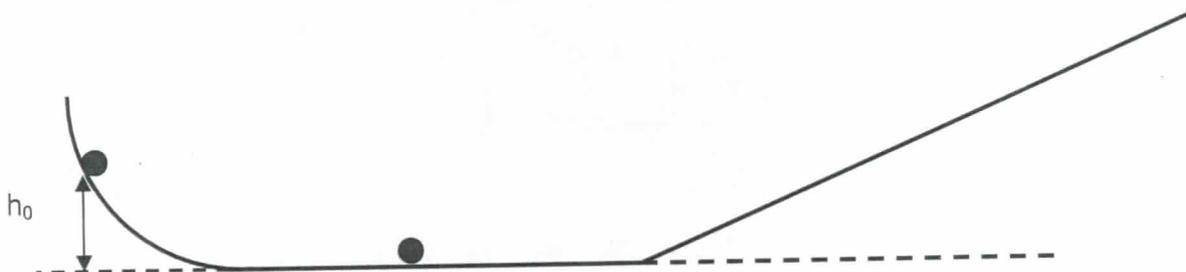
- 2) Se tiene un péndulo formado por una bolita 250 g y un hilo de 50 cm. Se lo pone en movimiento apartándolo  $30^\circ$  de la vertical y luego soltándolo.

- a) Calcule la velocidad de la bolita y la tensión del hilo cuando forma un ángulo de  $10^\circ$  con la vertical (antes de pasar por el punto más bajo).
- b) En esa posición el hilo se corta. ¿Cómo será el movimiento del cuerpo? Calcule el lugar donde la bolita toca el piso. Aclare el sistema de referencia considerado.
- c) ¿Con qué velocidad llega la bolita al piso? ¿Cuál será el valor de la energía mecánica justo antes de chocar con el piso? ¿Cómo es este valor de energía respecto al inicial?



- 3) Se suelta una bolita de 80 g desde una altura de 45 cm por una rampa semicircular de 50 cm de radio. Luego pasa un tramo horizontal donde choca elásticamente con otra bolita de igual masa, la cual se moverá subiendo por un plano inclinado  $30^\circ$ . El rozamiento es despreciable en los tres tramos del recorrido.

- a) Halle la velocidad de la bolita en la parte más baja de la trayectoria circular. ¿Cuánto vale la normal allí?
- b) Calcule la velocidad de la segunda bolita luego del choque elástico.
- c) ¿Hasta qué altura sobre el plano inclinado sube la segunda bolita?
- d) Repita el cálculo de la altura si entre el plano inclinado y el cuerpo hay rozamiento con  $\mu_d=0.2$





b) Posición de equilibrio

En la ec. (3) la posición de equilibrio es con  $a=0$

$$\Rightarrow g + \frac{k}{2m} l_0 = \frac{k}{2m} x_{eq}$$

$$\boxed{\frac{2m}{k} g + l_0 = x_{eq}}$$

$$\boxed{x_{eq} = 22,5 \text{ cm}}$$

Lo mismo sale si se plantea directamente  $\sum \vec{F} = 0$

$$y \quad P_1 + P_2 + F_e = 0$$

c) La ec. (3) es  $g + \omega^2 l_0 = \ddot{x} + \omega^2 x$  ; con  $\omega^2 = \frac{k}{2m}$

$$x(t) = x_{hom} + x_p \quad \leftarrow x_{eq} = 22,5 \text{ cm}$$

$$\quad \quad \quad \uparrow$$

$$\quad \quad \quad A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\omega = 20 \text{ 1/seg}$$

$$T = 0,31 \text{ seg}$$

$$\Rightarrow x(t) = A \cos(\omega t + \varphi) + x_{eq}$$

$$v(t) = -A\omega \sin(\omega t + \varphi)$$

Condiciones iniciales:

$$\begin{cases} x(t=0) = 15 \text{ cm} = \underbrace{20 \text{ cm}}_{l_0} - 5 \text{ cm} \\ v(t=0) = 0 \end{cases}$$

se comprime  
Si usaron 5cm desde  $x_{eq}$   
 $x(t=0) = 17,5 \text{ cm}$   
← se suelta

$$\Rightarrow \begin{cases} 15 \text{ cm} = A \cos \varphi + x_{eq} \\ 0 = -A\omega \sin \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 15 \text{ cm} = A + 22,5 \text{ cm} \\ \sin \varphi = 0 \end{cases}$$

$\varphi = 0$  es solución

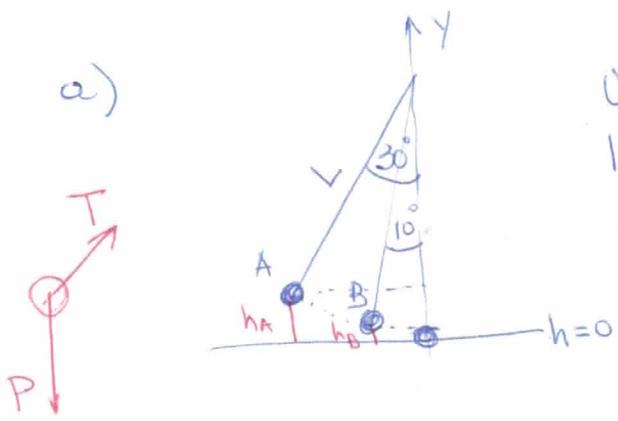
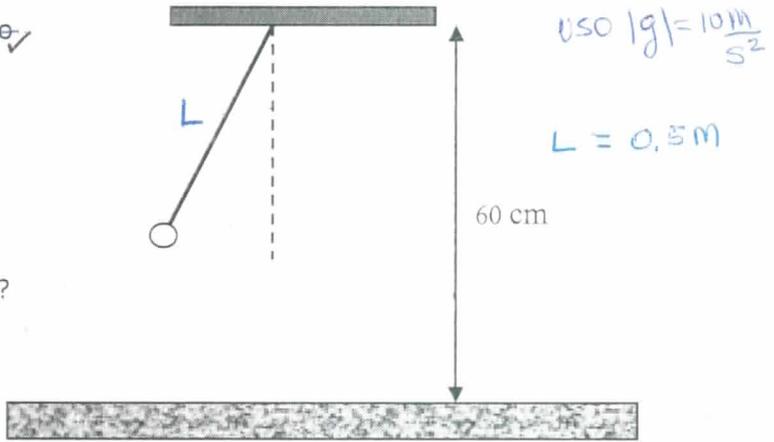
Queda

$$\boxed{\begin{aligned} x(t) &= -7,5 \text{ cm} \cos\left(20 \frac{1}{5} t\right) + 22,5 \text{ cm} \\ v(t) &= 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \sin\left(20 \frac{1}{5} t\right) \end{aligned}}$$

La amplitud del movimiento es  $7,5 \text{ cm}$  ; la  $v_{max} = 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  ;  
el periodo es  $0,3 \text{ seg}$

2) Se tiene un péndulo formado por una bolita 250 g y un hilo de 50 cm. Se lo pone en movimiento apartándolo 30° de la vertical y luego soltándolo.

- a) Calcule la velocidad de la bolita y la tensión del hilo cuando forma un ángulo de 10° con la vertical. Expreselos vectorialmente.
- b) En esa posición el hilo se corta. ¿Cómo será el movimiento del cuerpo? Calcule el lugar donde la bolita toca el piso. Aclare el sistema de referencia considerado.
- c) ¿Con qué velocidad y energía total llega al piso? ¿Cómo es este valor de energía respecto del valor inicial? Justifique.



Uso conserv. de la energía ya que la Tensión T es perpendicular al desplazamiento  $\Rightarrow W_T = 0$

$$\Delta E_{MAB} = 0$$

$$E_{MA} = E_{MB}$$

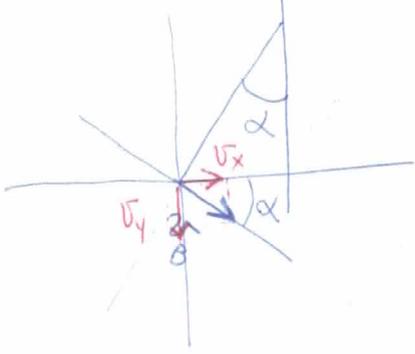
$$mgh_A = mgh_B + \frac{1}{2} m v_B^2$$

Puedo calcular  $h_A$  y  $h_B$ :

$$h = L - L \cos \alpha \Rightarrow \begin{cases} h_A = L(1 - \cos 30^\circ) \\ h_B = L(1 - \cos 10^\circ) \end{cases}$$

Quedan  $h_A = 0.17 \text{ cm}$   
 $h_B = 0.76 \text{ cm}$

$$v_B = \sqrt{2g(h_A - h_B)} = 1.1 \text{ m/s}$$



$\alpha = 10^\circ$

$$v_x = v \cos \alpha = 1.08$$

$$v_y = v \sin \alpha = 0.19$$

Expreso vectorialmente

$$\vec{v}_B = 1.1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \hat{\theta}$$

$$\vec{v}_B = 1.08 \frac{\text{m}}{\text{s}} \hat{x} - 0.19 \frac{\text{m}}{\text{s}} \hat{y}$$

Calculo T

$$T - P_r = m a_c$$

$$T = P_r + m a_c$$

$$T = mg \cos 10^\circ + m \frac{v_B^2}{L}$$

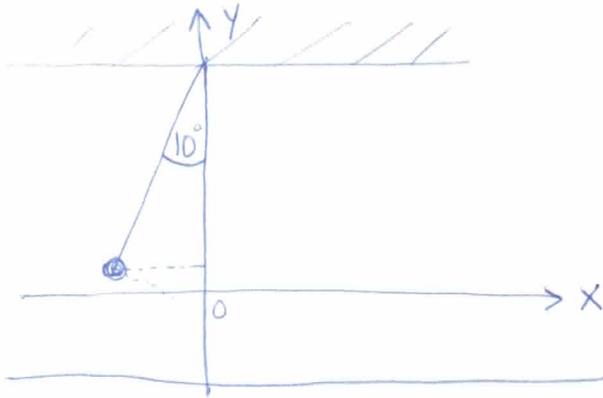
$L = 0.5 \text{ m}$

$$\Rightarrow T = 3.06 \text{ N}$$

$\vec{v}_B = 1.1 \text{ m/s } \hat{\theta}$  es suficiente.  
 No hace falta en  $\hat{x}$ , e  $\hat{y}$ .  
 Pero sirven para la parte b)

b) Se corta el hilo. El movimiento será un tiro oblicuo

$$\begin{cases} y = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} g t^2 & (1) \\ x = x_0 + v_{0x} t & (2) \end{cases}$$



$$y_0 = 0.76 \text{ cm} \quad y_f = -10 \text{ cm (piso)}$$

$$v_{0y} = -0.19 \text{ m/s} \quad g = -10 \text{ m/s}^2$$

$$v_{0x} = 1.08 \text{ m/s}$$

$$x_0 = -L \sin 10^\circ = -8.7 \text{ cm}$$

Reemplazo en (1) y (2)

$$\begin{aligned} \overbrace{-10 \text{ cm}}^{-0.1 \text{ m}} &= \overbrace{0.76 \text{ cm}}^{0.0076 \text{ m}} - 0.19 \text{ m/s } t - \frac{5 \text{ m}}{\text{s}^2} t^2 \\ 0 &= 0.1076 \text{ m} - 0.19 \text{ m/s } t - 5 \text{ m/s}^2 t^2 \end{aligned}$$

Despejo t

$$t = 0.13 \text{ seg}$$

$$x_f = -8.7 \text{ cm} + 108 \text{ cm/s } t_f = 5.34 \text{ cm}$$

Toca el piso 5,34 cm a la derecha de la vertical del hilo.

$$c) \quad v_{fx} = v_{0x} = 1.08 \text{ m/s}$$

$$v_{fy} = v_{0y} + gt = -0.19 \text{ m/s} - \frac{10 \text{ m}}{\text{s}^2} t = -1.49 \text{ m/s}$$

$$|v_f| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 1.84 \text{ m/s} \Rightarrow E_c = 0.4232 \text{ J}$$

$E_{MA} = E_{Mf}$  justo antes de chocar con el piso

$$E_{MA} = mgh_A = 0.17 \text{ J}$$

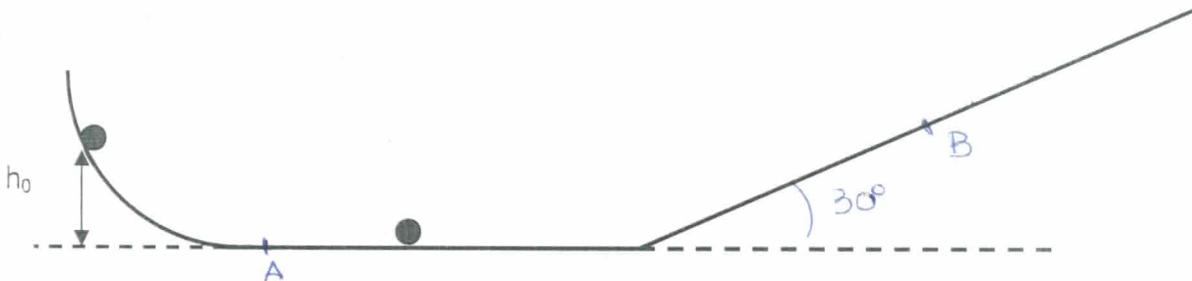
$$E_{Mf} = E_{cf} + mgh_f \overset{-0.1 \text{ m}}{\leftarrow} = 0.42 \text{ J} - 0.25 \text{ J} = 0.17 \text{ J}$$

OK

Para la respuesta sobre la energía, decir que se conserva y vale lo mismo que  $E_{MA} = 0.17 \text{ J}$  es suficiente.

3) Se suelta una bolita de 80 g desde una altura de 45 cm por una rampa semicircular de 50 cm de radio. Luego pasa un tramo horizontal donde choca elásticamente con otra bolita de igual masa, la cual se moverá subiendo por un plano inclinado 30°. El rozamiento es despreciable en los tres tramos del recorrido.

- a) Halle la velocidad de la bolita en la parte más baja de la trayectoria circular. *¿Cuánto vale la normal allí?*
- b) Calcule la velocidad de la segunda bolita luego del choque elástico. *Explique claramente las ecuaciones para las conservaciones que utilice.*
- c) ¿Hasta qué altura sobre el plano inclinado sube la segunda bolita?
- d) Repita el cálculo de la altura si entre el plano inclinado y el cuerpo hay rozamiento y  $\mu d=0.2$



a) Se conserva  $E_M$  pues la única fuerza no conservativa es  $N$ , pero  $W_N=0$



$$E_{M0} = E_{MA}$$

$$mgh_0 = \frac{1}{2} m v_A^2 \Rightarrow \sqrt{2gh_0} = v_A = 3 \text{ m/s}$$

$$N - P = mac \Rightarrow N = P + mac = mg + m v^2 / R = 2.24 \text{ N}$$

b) Choque elástico - se conserva  $E$  y  $\vec{P}$  ist

$$\begin{cases} m v_{1i} + 0 = m v_{1f} + m v_{2f} \\ \frac{1}{2} m v_{1i}^2 = \frac{1}{2} m v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m v_{2f}^2 \end{cases}$$

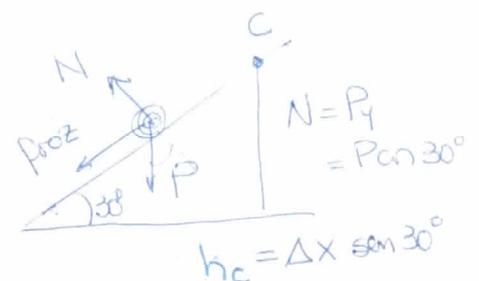
se despeja  $v_{1f} = 0$  y  $v_{2f} = v_{1i} = 3 \text{ m/s}$

c)  $E_{MA} = E_{MB}$   
 $\frac{1}{2} m v_A^2 = mgh_B$   
 $\underbrace{\frac{1}{2} m v_A^2}_{mgh_0}$

$$\Rightarrow h_B = h_0 = 45 \text{ cm}$$

d)  $E_{Mc} - E_{MA} = W_{froz}$

$$mgh_c - \frac{1}{2} m v_A^2 = -\mu m g \cos 30^\circ \Delta x$$



$$gh_c - \frac{1}{2} v_A^2 = -\mu_d g \cos 30^\circ \frac{h_c}{\sin 30^\circ}$$

$$gh_c \left(1 + \mu_d / \tan 30^\circ\right) = \frac{1}{2} v_A^2$$

$$h_c = \frac{v_A^2}{2g} \frac{1}{\left(1 + \mu_d / \tan 30^\circ\right)}$$

$$h_c = 33,4 \text{ cm}$$

M 38 ✓  
II 28 ✓  
D 31 ✓  
17