

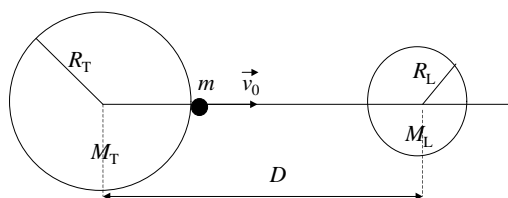
## GRAVITACIÓN

1 - Considere dos partículas de masas  $M_1$  y  $M_2$  fijas y separadas por una distancia  $D$ . Una tercera partícula de masa  $m$  se mueve bajo la atracción gravitatoria de las otras dos. Suponga que  $m$  se mueve sobre la recta que une a  $M_1$  y  $M_2$ , considerando que puede hallarse entre ambas o bien a la izquierda o a la derecha de ellas.

- Escriba la fuerza neta sobre  $m$ , en función de la posición.
- Calcule y grafique el potencial.
- Describa cualitativamente el movimiento de  $m$ , para distintos valores de su energía mecánica.

2 - Aplique el problema anterior considerando que  $M_1=M_T$  (masa de la Tierra),  $M_2=M_L$  (masa de la Luna),  $D$  es la distancia Tierra-Luna, y la partícula de masa  $m$  es un cohete que se dispara desde la superficie de la Tierra hacia la Luna con una velocidad  $\vec{v}_0$ . Tenga en cuenta que en este problema  $M_1$  y  $M_2$  no son partículas puntuales, sino que tienen radios  $R_T$  (radio de la Tierra) y  $R_L$  (radio de la Luna), respectivamente.

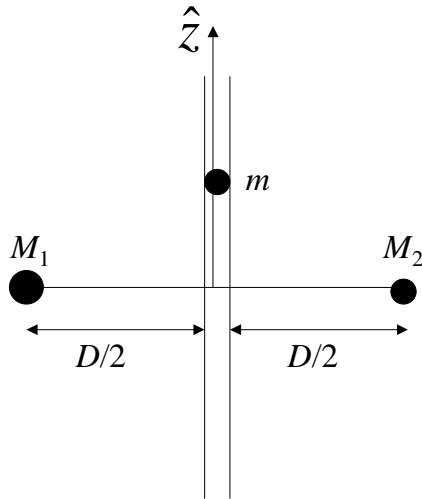
- Calcule y grafique el potencial gravitatorio del cohete en función de su distancia a la Tierra, medida desde la superficie terrestre.
- ¿En qué punto de su trayectoria hacia la Luna el cohete tiene aceleración nula?
- Calcule la velocidad inicial mínima del cohete necesaria para llegar a este punto y caer en la Luna por la acción de la atracción gravitatoria lunar.



3 - Considere dos partículas de masas  $M_1$  y  $M_2$ , fijas y separadas entre sí por una distancia  $D$ . Una tercera partícula de masa  $m$  es libre de moverse por un tubo carente de rozamiento, que se halla sobre la mediatriz del segmento determinado por ambas masas.

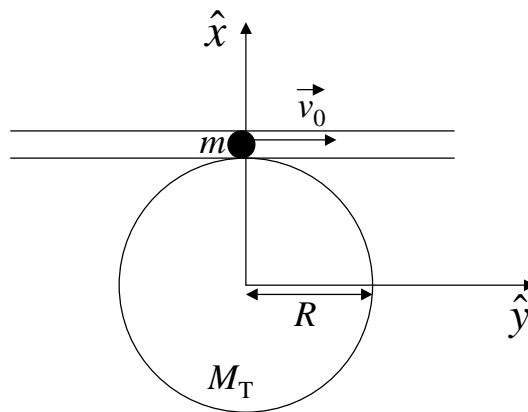
- Calcule la energía potencial gravitatoria en función de la coordenada  $z$  que determina la posición. Grafique cualitativamente el potencial.
- Determine la posición de equilibrio indicando si corresponde a un equilibrio estable o inestable.
- Encuentre la frecuencia angular de oscilación para pequeños apartamientos de la masa  $m$  de su posición de equilibrio.

d) Calcule la fuerza que ejerce el tubo sobre la masa en función de la posición.



4 - Una partícula de masa  $m$  es dejada en el punto A de un túnel sin fricción imprimiéndole una velocidad  $\vec{v}_0$  (ver figura). La partícula se halla bajo la acción de la atracción gravitatoria de la Tierra.

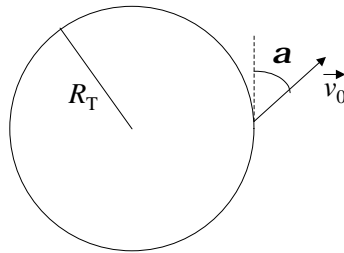
- Grafique la energía potencial de la partícula en función de la coordenada  $y$ . Diga cuál es la máxima velocidad  $v_0$  que puede tener la partícula en A para que su movimiento sea ligado.
- Encuentre la ecuación de movimiento para la partícula. Diga bajo qué condiciones el movimiento será armónico simple y escriba la ecuación de movimiento en ese caso.
- Para el caso armónico simple, halle la frecuencia de oscilación y determine la posición de la partícula en función del tiempo.



5 - Una nave espacial de masa  $m$  es lanzada desde la superficie terrestre con una velocidad que

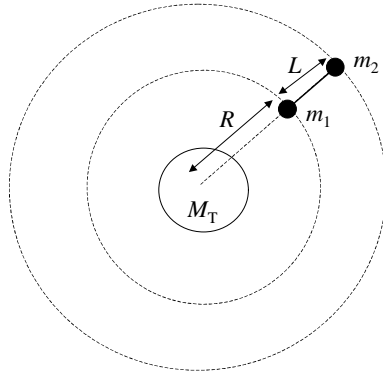
forma un ángulo con dicha superficie (ver figura). Suponga que la Tierra, de masa  $M_T$  y radio  $R_T$ , permanece en reposo, y que toda su masa se halla concentrada en su centro.

- Diga, justificando su respuesta, si se conserva o no el impulso lineal, el impulso angular y la energía mecánica total de la nave.
- Halle la expresión de la energía mecánica total en función de la distancia  $r$  al centro de la Tierra y de los datos del problema. Escriba el potencial efectivo que gobierna el movimiento radial de la nave y gráfíquelos en función de  $r$ .
- Diga para qué valores de la energía mecánica total el movimiento de la nave es ligado. Calcule la velocidad de escape, es decir el mínimo valor de  $v_0$  necesario para que la nave pueda escapar de la atracción gravitatoria terrestre.



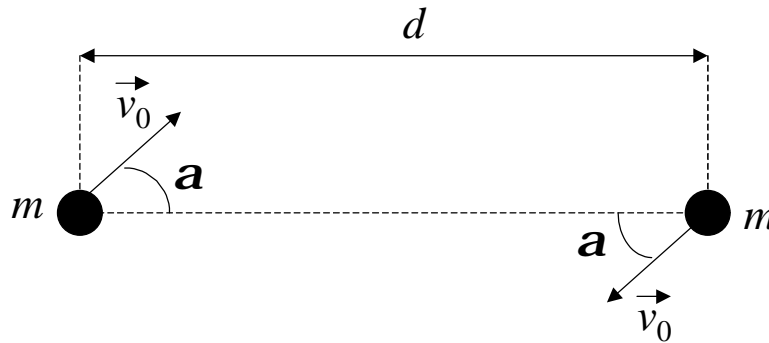
6 - Un satélite artificial que gira alrededor de la Tierra, a una distancia  $R$  de su centro, está compuesto por dos masas  $m_1$  y  $m_2$ , unidas entre sí por una barra de longitud  $L$  y masa despreciable. Durante todo el movimiento, la barra del satélite se halla orientada en la dirección radial, tal como se muestra en la figura. Considere que la Tierra permanece fija y desprecie la atracción gravitatoria entre las masas que forman el satélite.

- Dibuje las fuerzas que actúan sobre cada una de las partículas. Plantee las ecuaciones de Newton y las condiciones de vínculo que rigen su movimiento.
- Calcule la velocidad angular del movimiento de rotación del satélite y el valor de la tensión ejercida por la barra sobre cada una de las masas.
- En un dado instante se corta la barra que une ambas partes del satélite. A partir de ese momento, utilizando las magnitudes que se conservan, determine cualitativamente la trayectoria de la masa  $m_1$ . Justifique su respuesta.



7 - Considere dos partículas de masa  $m$  que interactúan gravitatoriamente entre sí. Las partículas pueden moverse sobre una mesa horizontal libre de rozamiento. En el instante inicial ( $t = 0$ ) las partículas se hallan separadas una distancia  $d$  y se les da a cada una de ellas una velocidad  $\vec{v}_0$  de módulo  $v_0$  y dirección indicada en la figura.

- Indique en un diagrama todas las fuerzas que actúan sobre cada partícula. Para el sistema formado por las dos partículas diga, justificando su respuesta, si se conserva o no el impulso lineal, el impulso angular y la energía mecánica total.
- Halle la velocidad del centro de masa del sistema en el instante inicial. Diga qué tipo de movimiento describe el centro de masa para  $t > 0$ .
- Para cada una de las partículas, calcule el vector velocidad (componentes paralela y perpendicular al segmento que las une) cuando las partículas se hallan separadas una distancia  $d/2$ .



8 - Una partícula de masa  $m$  se acerca desde el infinito con velocidad  $v_0$  y parámetro de impacto  $b$  a un cuerpo de masa  $M$ , que se halla fijo en el punto O. Debido a la atracción gravitatoria ejercida por  $M$ , la partícula describe una trayectoria hiperbólica, y al pasar por el punto de máximo acercamiento (punto A) se engancha con un resorte de masa despreciable, constante elástica  $k$  y longitud natural  $l_0 = r_0$ . El otro extremo del resorte está sujeto a un eje que pasa por O. Considere que la energía potencial gravitatoria en el infinito es nula (es decir,  $V_G = 0$  cuando la partícula se halla suficientemente alejada del cuerpo).

- Diga qué magnitudes se conservan para la partícula de masa  $m$  antes y después de alcanzar el

- punto A. Calcule la velocidad de la partícula en el punto A y la distancia  $r_0$  de máximo acercamiento.
- b) Después de engancharse con el resorte, encuentre la velocidad de la partícula (componentes radial y tangencial) cuando ésta se halla a una distancia  $d = 2 r_0$  del punto O. Exprese el resultado en términos de  $r_0$  y de los datos del problema.

