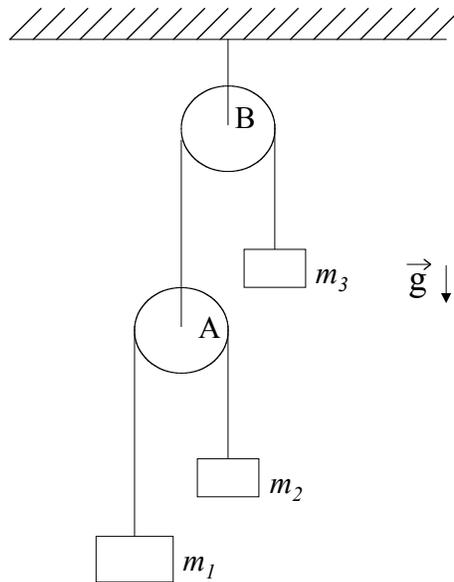


DINÁMICA

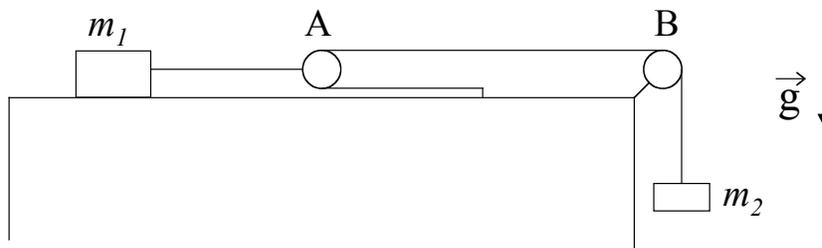
* Los items denotados con * pueden elegirse para resolver como trabajo especial de computación.

1 - El sistema de la figura está inicialmente en reposo, las poleas y los hilos tienen masas despreciables y los hilos son inextensibles.



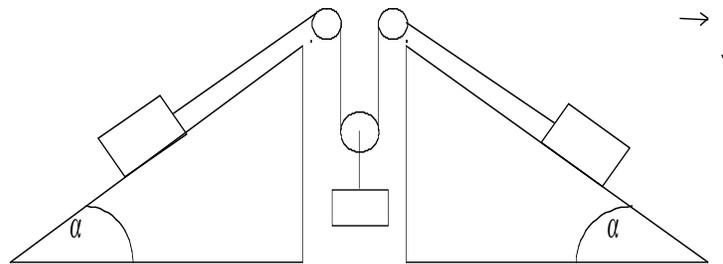
- Escriba las ecuaciones de Newton para las masas y la condición de vínculo que relaciona sus posiciones.
- Halle la aceleración de cada cuerpo y las tensiones en los hilos en función de las masas y de g .

2 - Como se muestra en la figura, un cuerpo de masa m_1 está ubicado sobre una mesa plana sin fricción. Considere que las sogas son inextensibles, y que sogas y poleas tienen masas despreciables. El sistema está inicialmente en reposo y la polea A es móvil.



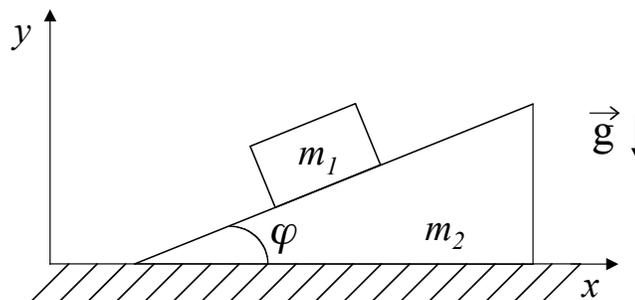
- Escriba las ecuaciones de Newton para ambas masas y la condición de vínculo que relaciona sus posiciones.
- Cuando el sistema comienza a moverse, diga cuál es la relación que debe existir entre las distancias d_1 y d_2 recorridas por m_1 y m_2 (condición de vínculo).
- Encuentre la aceleración de cada masa y las tensiones en los hilos en función de m_1 , m_2 y g .

- 3 - El sistema de la figura utiliza dos contrapesos de masa m para levantar un cuerpo de masa M , que se halla inicialmente en reposo sobre el piso. Considere que las sogas son inextensibles, y que sogas y poleas tienen masas despreciables.



- Escriba las ecuaciones de Newton y las de vínculo.
- Calcule la aceleración de cada masa en función de m , M , α y g .
- Si el sistema comienza a accionar cuando se quitan los soportes que sostienen los contrapesos, indicar cuál es el mínimo valor de m para levantar el cuerpo a una altura H en un tiempo T .

- 4 - Un bloque de masa m_1 está colocado sobre un plano inclinado de masa m_2 como muestra la figura. El plano inclinado descansa sobre una superficie horizontal. Ambas superficies son sin fricción y ambas, el bloque y el plano, pueden moverse (ver figura).



- Si el plano inclinado está fijo, halle las componentes x e y de la aceleración del bloque.

ii) Si el plano inclinado es libre de moverse:

a) Muestre que la componente x de la aceleración del bloque es:

$$a_{1x} = -m_2 g \tan \varphi / (m_2 \sec^2 \varphi + m_1 \tan^2 \varphi).$$

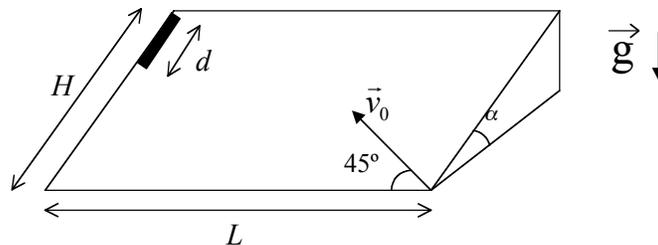
b) Muestre que la componente x de la aceleración del plano inclinado (y su única componente) es:

$$a_{2x} = m_1 g \tan \varphi / (m_2 \sec^2 \varphi + m_1 \tan^2 \varphi).$$

c) Muestre que a_{1y} es:

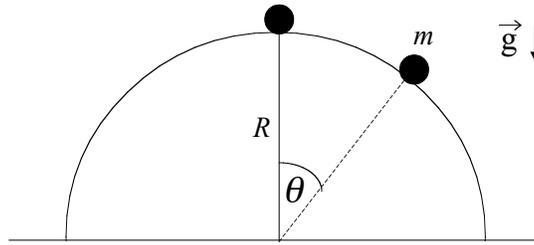
$$a_{1y} = -(m_1 + m_2) g \tan^2 \varphi / (m_2 \sec^2 \varphi + m_1 \tan^2 \varphi).$$

5 - Una varilla de longitud d se deja caer sobre un plano inclinado sin rozamiento como se ve en la figura, con H , L y α como datos. Un segundo después se dispara un proyectil sobre el plano con una velocidad inicial \vec{v}_0 formando un ángulo de 45° con respecto a la base del plano.



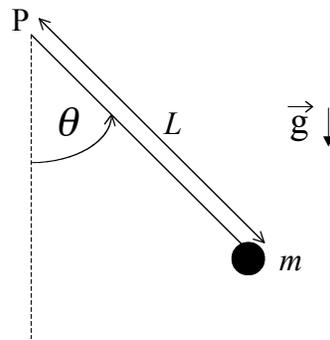
- Escriba las ecuaciones de Newton para el proyectil y la varilla utilizando un sistema de referencia fijo a la superficie del plano.
- Calcule las aceleraciones de ambos cuerpos. Diga para qué valores de v_0 el proyectil alcanza la varilla.

6 - Una masa se desliza sobre una semiesfera de radio R sin fricción.



- Calcular el ángulo θ para el cual se separa de la superficie esférica si inicialmente la masa m es apartada, en un ángulo muy pequeño, de $\theta = 0$ y su velocidad inicial es cero.
- Si la masa m se engarza en un riel semicircular sin fricción de radio R , hallar la velocidad con que llega al suelo. ¿Qué aceleración tangencial tiene m en ese instante ?.
- *c) Si la bolita está engarzada en el riel, estime numéricamente el tiempo que tarda en llegar al suelo si $R = 1\text{ cm}$, 10 cm , 50 cm , 100 cm . Confeccione un gráfico del tiempo de llegada en función de g/R (si lo necesita, calcule el tiempo para otros valores de R).

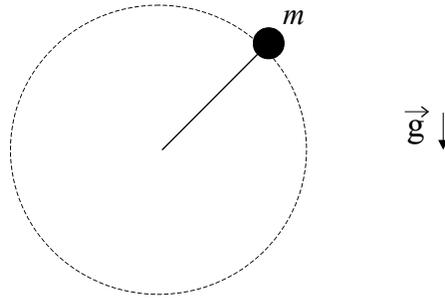
7 - Se tiene una partícula de masa m unida al extremo de una barra rígida, sin masa, de longitud L . La barra es libre de girar (en el plano vertical) alrededor de su otro extremo, fijo en un punto P .



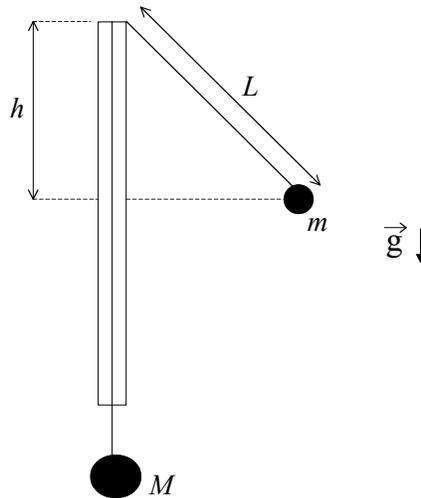
Si se conoce la velocidad v_0 de la partícula cuando pasa por el punto más bajo de su trayectoria, determine:

- El ángulo θ_v para el cual la velocidad se anula.
- El ángulo θ_f para el cual la fuerza que hace la barra sobre la partícula se anula. Observe que θ_f puede no existir.
- ¿Bajo qué condiciones se puede reemplazar la barra por una cuerda inextensible sin modificar la cinemática de la partícula ? Justifique.
- *d) Analice el problema numéricamente para varias condiciones iniciales. ¿Qué tipo de movimiento observa?. Confexione un gráfico que muestre la dependencia del período de movimiento con su amplitud.

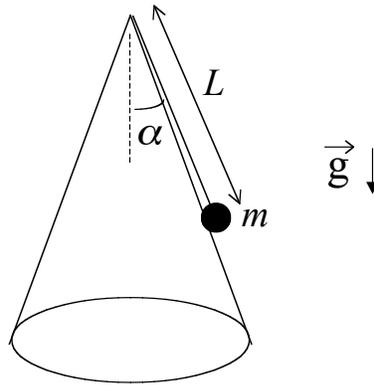
- 8 - Considere una partícula de masa m sujeta a una varilla rígida que le comunica un movimiento circular uniforme con velocidad angular de módulo ω en un plano vertical.



- a) Escriba la ecuación de Newton para la partícula y las condiciones de vínculo a las que está sujeto el movimiento.
 b) Calcule la fuerza ejercida por la barra en función del ángulo φ .
- 9 - Un hilo inextensible pasa a través de un tubo delgado de vidrio y dos cuerpos de masas M y m ($M > m$) penden de los extremos del hilo como se indica en la figura. El cuerpo de masa m realiza una trayectoria circular alrededor del tubo, en un plano horizontal, de tal forma que M permanece en reposo. El período del movimiento es T .

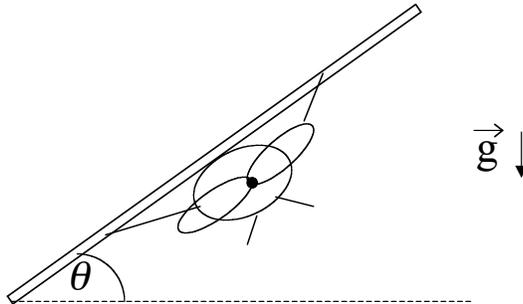


- a) Diga cuál es el ángulo entre el hilo y el tubo en función de m y M .
 b) Exprese el valor de L en función de T , m , M y g .
 c) Exprese T en función de g y h .
- 10 - Un cuerpo de masa m se halla apoyado sobre una superficie cónica sin fricción, colgando del extremo de una cuerda inextensible de longitud L . En el instante inicial el cuerpo rota con velocidad angular de módulo ω_0 .



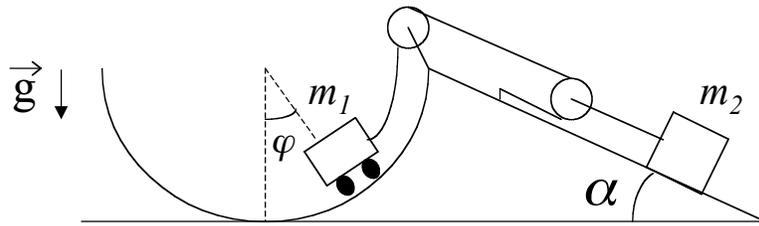
- Escriba las ecuaciones de Newton y las condiciones de vínculo para la partícula.
- Calcule la aceleración de la partícula.
- Halle el valor de la tensión de la cuerda y de la fuerza de interacción ejercida por la superficie. Diga para que valor de ω_0 esta última fuerza se anula.

11 - Para que un avión que vuela con $|\vec{v}| = \text{cte.}$ pueda realizar una trayectoria circular de radio R , debe inclinar el plano de sus alas en un ángulo θ respecto de la horizontal. La fuerza de empuje aerodinámico actúa generalmente hacia arriba y perpendicular al plano de las alas.



- Obtenga la ecuación que da θ en términos de $|\vec{v}|$, R y g .
- ¿Cuál es el ángulo para $|\vec{v}| = 60 \text{ m/seg}$ y $R = 1 \text{ km}$?

12 - Un juego de un parque de diversiones consiste en un carro de masa m_1 que se desplaza sobre un riel semicircular de radio R carente de rozamiento. El carro es arrastrado mediante una soga que se desliza a lo largo del riel y que está enganchada a un sistema de poleas del cual cuelga un contrapeso de masa m_2 . Este contrapeso se mueve sobre un plano inclinado que forma un ángulo α con la horizontal. Considere que las sogas son inextensibles, y que sogas y poleas tienen masas despreciables.



- a) Escriba las ecuaciones de Newton y de vínculo para ambas masas.
- b) Diga para qué valor de φ el carro podrá permanecer en reposo.
- c) Encuentre la velocidad del carro como función de φ .
- *d) Resuelva numéricamente la ecuación de movimiento y encuentre el tiempo que tarda el carrito en subir hasta $\varphi = \pi/2$, suponiendo que $\sin\alpha = 1/2$, $m_1 = m_2$, $\varphi(0) = 0$, $\dot{\varphi}(0) = 0$.

13- Una partícula de masa m y carga q incide en una región con un campo magnético \mathbf{B} uniforme con velocidad inicial \mathbf{v}_0 . Debido al campo magnético, la partícula se ve sometida a una fuerza de Lorentz $\mathbf{F} = (q/c)\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}$, donde c es el módulo de la velocidad de la luz y \mathbf{v} la velocidad de la partícula.

- a) Mostrar que si \mathbf{v}_0 es perpendicular a \mathbf{B} , la partícula realizará un movimiento circular uniforme. Encontrar la frecuencia y el radio de giro en función de m , q , \mathbf{B} y \mathbf{v}_0 .
- b) Cómo será la trayectoria de la partícula si \mathbf{v}_0 es paralelo a \mathbf{B} ?
- c) Describir el movimiento para un caso general, en el que \mathbf{v}_0 forma un ángulo α con el campo magnético.

14- Repita el problema 6 para el caso en que la bolita de masa m tenga carga q y se mueva en presencia de un campo magnético \mathbf{B} perpendicular al plano de movimiento. En ese caso:

- a) Encuentre el ángulo θ para el cual la bolita se separa de la superficie (puede obtener una ecuación para el ángulo de despegue sin determinar explícitamente su valor). Discuta si el ángulo de despegue es mayor o menor que $\theta = \arcsin(3/2)$ para distintos valores del campo magnético. Cambia esta respuesta si se deja caer la masa hacia la izquierda?