MATEMÁTICA ESPECIAL PARA LA FÍSICA
1^{er} cuatrimestre 2011
SERIE IV
DISTRIBUCIONES

Problema 1:

i) Mostrar que la derivada de $sgn(x)$ es $2\delta(x)$.

ii) Mostrar que la derivada de $|x|$ es $sgn(x)$.

Problema 2:

Hallar la derivada de las siguientes distribuciones:

i) $sin(x)\ H(x-1)$
ii) $x^2\ \delta(x)$
iii) $exp(x)\ \delta'(x-3) - H(x)\ cos^2(x)$
iv) $ln(x)\ H(x-1)$
v) $exp(|x|)$
vi) $ln(|x|)$
donde H(x) es la funcin de Heavyside o función escalón.

Problema 3:

Dado n entero positivo, mostrar que una regularizacin de $1/x^n$ es:

$$\frac{(-1)^{n-1}}{(n-1)!}\ \frac{d^{n-1}}{dx^{n-1}}\ v.p.\ \frac{1}{x}$$

Problema 4:

Dada la distribución f se define su derivada g como $(g, \phi') = -(f, \phi')$. Comprobar que g es una distribucin. Mostrar, adems, que esta definicin de derivada coincide con la distribución dada por el límite para $\Delta x \to 0$ de

$$\frac{f(x) - f(x - \Delta x)}{\Delta x}$$

aqu í $f(x)$ es una distribucin y $f(x - \Delta x)$ su traslacin en Δx.

Problema 5:

Sea una sucesión de funciones $f_n(x)$ localmente sumables, que converge uniformemente a $f(x)$. Mostrar que:

i) $f(x)$ es localmente sumable;

ii) La sucesión de distribuciones f_n converge a la distribución v.p. $1/x$.

Problema 6:

Dada la distribución f definida a partir de la función localmente sumable:

$f_\epsilon(x) = 1/x$, si $|x| > \epsilon$,

$f_\epsilon(x) = 0$, si $|x| \leq \epsilon$,

mostrar que la sucesión de distribuciones $f_\epsilon(x)$ con $\epsilon(x) \to 0$, converge a la distribucin v.p. $1/x$.

Problema 7:

Mostrar que $x^n\ \delta(x)^m(x) = 0\ si\ m < n$

$x^n\ \delta(x)^m(x) = (-1)^n\ \frac{m!}{(m-n)!}\ \delta(x)^(m - n)(x)\ si\ m \leq n\ le0$