MATEMÁTICA ESPECIAL PARA LA FÍSICA
1^{er} cuatrimestre 2011
SERIE V
FUNCIONES DE GREEN

Problema 1: Considere la ecuación hipebólica

$$\rho(x)\ \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2\ \gamma\ \rho(x)\frac{\partial u}{\partial t} + L\ u = \rho(x)\ F(x),$$

donde $\gamma > 0$ es una constante, $\rho(x) > 0$, y

$$Lu = -\nabla.(p(x)\nabla u) + q(x)\ u, \qquad p(x) > 0,$$

con condiciones iniciales $u(x,0) = f(x)$, $u_t(x,0) = g(x)$, $x \in G$ y condición de contorno

$$\alpha(x)\ u + \beta(x)\partial u/\partial n = B(x,t), \qquad x \in \partial G.$$

Determine una función de Green apropiada para el problema y obtenga la solución $u(x,t)$.

Problema 2:

Determine la función de Green que satisface

$$\frac{\partial^2 K}{\partial x^2} - c^2\ K = -\delta(x-\xi),$$

con condiciones de contorno

$$K(0,\xi) = 0, \partial K(a,\xi)/\partial x = 0.$$

Problema 3:

Encuentre la función de Green para la ecuación del calor en un intervalo infinito

$$\frac{\partial K}{\partial t} - c^2 \; \frac{\partial^2 K}{\partial t^2} = -\delta(x-\xi)\; \delta(t-\tau), \qquad -\infty < x, \xi < \infty, \quad t, \tau < T$$

con condición final

$$K(x, \xi, T, \tau) = 0.$$

Aplique el resultado para resolver el problema

$$\frac{\partial u}{\partial t} - c^2 \; \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = F(x,t), \qquad u(x,0) = f(x).$$

Problema 4:

Halle la solución de la ecuación de Klein-Gordon

$$u_{tt} - \gamma^2 \; u_{xx} + a^2 \; u = F(x,t), \qquad -\infty < x < \infty,$$

con condiciones iniciales $u(x,0) = f(x)$, $u_t(x,0) = g(x)$ usando la función de Green que satisface a

$$Ktt - \gamma^2 \; Kxx + a^2 \; K = \delta(x-\xi)\delta(t-\tau), \qquad -\infty < x < \infty,$$

$$K(x, \xi, T, \tau) = 0, \; K_t(x, \xi, T, \tau) = 0.$$