MATEMÁTICA ESPECIAL PARA LA FÍSICA
1^{er} cuatrimestre 2011
SERIE VI
PROBLEMA DE STURM-LIOUVILLE

$$-\frac{d}{dx}\left[p(x)\ \frac{d\nu}{dx}\right] + q(x)\ \nu(x) = \lambda\ \rho(x)\nu(x), \qquad \rho > 0, p(x) > 0, 0 < x < l,$$

$$\alpha\nu(0) - \beta\nu'(0) = 0, \qquad \alpha \geq 0, \beta \geq 0, \alpha + \beta > 0$$
$$\gamma\omega(l) - \delta\omega'(l) = 0 \qquad \gamma \geq 0, \delta \geq 0, \gamma + \delta > 0$$

Problema 1:

Escribir la solución del problema de Sturm Liouville en términos de las soluciones $V(x,\lambda)$ y $W(x,\lambda)$ de los problemas de valores iniciales:
$V(0,\lambda) = 1\ V'(0,\lambda) = 0$,
$W(0,\lambda) = 0\ W'(0,\lambda) = 1$.
Mostrar que la condición de contorno en $x = l$ da una ecuación que determina los autovalores.

Problema 2:

Aplicar el resultado del problema 1 a la ecuación:
$-\nu''(x) = \lambda\nu(x)$

Problema 3:

Obtenga los autovalores y autofunciones del problema:
$[(1+x)^2\ \nu']' + \lambda\ \nu = 0, \qquad \nu(0) = \nu(l) = 0$
y normalice las autofunciones.

Sugerencia: Use $t = 1 + x$ para transformar la ecuación dada en una ecuación de Euler.