Veamos cuanto valen las fluctuaciones en esta aproximación.

Comencemos por L

$$L = \bar{\sigma} = \frac{Q_+ - Q_-}{Q} = \frac{\dfrac{Q_+}{Q_-} - 1}{\dfrac{Q_+}{Q_-} + 1} \overset{(2)}{=} \frac{\dfrac{ch(\delta+\gamma)}{ch(\delta-\gamma)} e^{2\delta} - 1}{\dfrac{ch(\delta+\gamma)}{ch(\delta-\gamma)} e^{2\delta} + 1} =$$

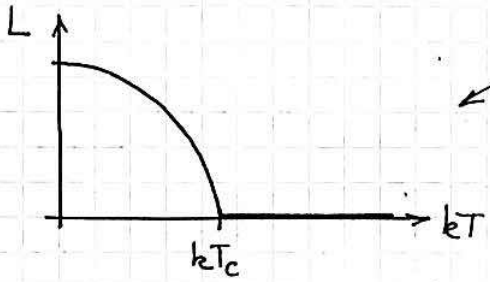
$$= \frac{\dfrac{e^{\delta+\gamma}+e^{-\delta-\gamma}}{e^{\delta-\gamma}+e^{-\delta+\gamma}}\, e^{2\delta}-1}{\dfrac{e^{\delta+\gamma}+e^{-\delta-\gamma}}{e^{\delta-\gamma}+e^{-\delta+\gamma}}\, e^{2\delta}+1} = \frac{e^{3\delta+\gamma}+\cancel{e^{\delta-\gamma}}-\cancel{e^{\delta-\gamma}}-e^{-\delta+\gamma}}{e^{3\delta+\gamma}+e^{\delta-\gamma}+e^{\delta-\gamma}+e^{-\delta+\gamma}} =$$

$$= \frac{\cancel{e^{\gamma}e^{\delta}}\left(e^{2\delta}-e^{-2\delta}\right)}{\cancel{e^{\gamma}e^{\delta}}\left(e^{2\delta}+2e^{-2\gamma}+e^{-2\delta}\right)}$$

$$\Rightarrow \boxed{L = \bar{\sigma} = \frac{\sinh(2\alpha+2\alpha')}{\cosh(2\alpha+2\alpha')+e^{-2\gamma}} = 2\frac{N_+}{N}-1} \qquad (4)$$

y me determina L, M, y $N_+ = \frac{N}{2}(1+L)$

Para $\alpha = 0$ $(B=0)$



$$L = \frac{\sinh(2\alpha')}{\cosh(2\alpha')+e^{-2\gamma}}$$

Para calcular N_{++} (proporcional a las fluctuaciones de corto rango), volvamos a Q. Como necesito calcular la correlación entre pares, ahora sumo sobre todos los spines excepto σ_0 y σ_1

$$Q = \sum_{\sigma_0,\sigma_i} e^{\alpha\sigma_0 + (\alpha+\alpha')\sum_{i=1}^{q}\sigma_i + \gamma\sigma_0\sum_{i=1}^{q}\sigma_i} =$$

$$= \sum_{\sigma_0,\sigma_1} e^{\alpha\sigma_0+(\alpha+\alpha')\sigma_1+\gamma\sigma_0\sigma_1} \cdot \sum_{\sigma_i\neq\sigma_1} e^{(\alpha+\alpha')\sum_{i=2}^{q}\sigma_i + \gamma\sigma_0\sum_{i=2}^{q}\sigma_i} =$$

$$= \sum_{\sigma_0,\sigma_1} e^{\alpha\sigma_0+(\alpha+\alpha')\sigma_1+\gamma\sigma_0\sigma_1} \cdot \left[2\cosh(\alpha+\alpha'+\gamma\sigma_0)\right]^{q-1} =$$

$$= \underbrace{Q_{++}}_{\sigma_0=\sigma_1=1} + \underbrace{Q_{--}}_{\sigma_0=\sigma_1=-1} + \underbrace{Q_{+-}}_{\sigma_0=-\sigma_1=\pm 1}$$

Estas funciones de partición deben ser proporcionales a N_{++}, N_{--}, y N_{+-}

$$\Rightarrow \quad N_{++} = A\, e^{2\alpha+\alpha'+\gamma}\left[2\,\mathrm{ch}\left(\alpha+\alpha'+\gamma\right)\right]^{q-1}$$

$$N_{--} = A\, e^{-2\alpha-\alpha'+\gamma}\left[2\,\mathrm{ch}(\alpha+\alpha'-\gamma)\right]^{q-1} \overset{(3)}{=}$$

$$= A\, e^{-2\alpha-3\alpha'+\gamma}\left[2\,\mathrm{ch}\left(\alpha+\alpha'+\gamma\right)\right]^{q-1}$$

y
$$N_{+-} = A\left\{e^{-\alpha'-\gamma}\left[2\,\mathrm{ch}\left(\alpha+\alpha'+\gamma\right)\right]^{q-1} + e^{\alpha'-\gamma}\left[2\,\mathrm{ch}\left(\alpha+\alpha'-\gamma\right)\right]^{q-1}\right\} \overset{(3)}{=}$$

$$= 2A\, e^{-\alpha'-\gamma}\left[2\,\mathrm{ch}\left(\alpha+\alpha'+\gamma\right)\right]^{q-1}$$

La normalización sale de pedir

$$N_{++} + N_{--} + N_{+-} = \frac{1}{2} q N =$$

$$= A\left[2\,\mathrm{ch}\left(\alpha+\alpha'+\gamma\right)\right]^{q-1} \underbrace{\left(e^{2\alpha+\alpha'+\gamma} + e^{-2\alpha-3\alpha'+\gamma} + 2e^{-\alpha'-\gamma}\right)}_{\parallel}$$

$$e^{-\alpha'}\left(e^{2\alpha+2\alpha'+\gamma} + e^{-2\alpha-2\alpha'+\gamma} + 2e^{-\gamma}\right)$$

$$\Rightarrow \quad A = \frac{1}{2} q N \frac{e^{\alpha'}}{\left[2\,\mathrm{ch}(\alpha+\alpha'+\gamma)\right]^{q-1}} \; \frac{1}{2\,\mathrm{ch}\left(2\alpha+2\alpha'\right)e^{\gamma} + 2e^{-\gamma}}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{N_{++} = \frac{1}{4} q N \frac{e^{2\alpha+2\alpha'+\gamma}}{\mathrm{ch}\left(2\alpha+2\alpha'\right)e^{\gamma} + e^{-\gamma}}} \qquad (5)$$

y $\quad s = \dfrac{4N_{++}}{qN} - 1$

Comparado con campo medio, donde $\dfrac{2N_{++}}{qN} = \left(\dfrac{N_+}{N}\right)^2$, ahora tenemos dependencia en J y T.

vía $e^{\gamma} = e^{J/kT}$

Ahora podemos calcular U y C. Usando (para $B=0$)

$$H = -J\left(4N_{++} - 2qN_+ + \frac{q}{2}N\right)$$

y de (4) y (5) (con $\alpha=0$ pues $B=0$)

$$\boxed{U = -\frac{1}{2} q J N \frac{\cosh(2\alpha') - e^{-2\gamma}}{\cosh(2\alpha') + e^{-2\gamma}}}$$

y $$\boxed{C = \frac{\partial U}{\partial T}}$$

Veamos C para $T > T_c$. En ese caso $\alpha' = 0$ y

$$U = -\frac{1}{2} q J N \frac{1 - e^{-2\gamma}}{1 + e^{-2\gamma}} = -\frac{1}{2} q J N \tanh \gamma$$

$$\Longrightarrow \boxed{C = \frac{1}{2} q N k \gamma^2 \operatorname{sech}^2 \gamma} \neq 0$$

como resultado de la existencia de correlación de corto rango para $T > T_c$

(todavía puedo tener pequeños dominios).