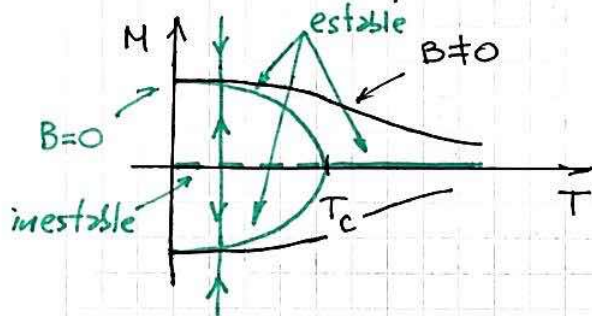


Fenómenos críticos

En Ising (para $d \geq 2$, con d la dimensión del espacio) tenemos un cambio de fase de 2^{do} orden para una $T_c > 0$:



Para $T < T_c$ tenemos una ruptura espontánea de la simetría: una muestra tiene $M > 0$ o $M < 0$ (pero la simetría se recupera estadísticamente, ya que existen ambas soluciones).

De campo medio vimos que cerca de T_c (para $T \rightarrow T_c^-$)

$$M = \mu N L \approx \mu N \sqrt{3} \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{1/2} \leftarrow \text{válido para Bragg-Williams y para Bethe (salvo un prefactor)}$$

y de la sol. exacta en 1D, donde tenemos fluctuaciones

$$\langle \sigma_k \sigma_{k+r} \rangle \sim e^{-r/\xi} \quad \text{con} \quad \xi \xrightarrow{T \rightarrow T_c} \infty$$

Si defino $m(x)$ t.p. $M = \sum_x m(x) \Rightarrow m(x) = M \sigma_x$

$$\Rightarrow \langle m(x) m(x+r) \rangle = \boxed{C(r) \sim e^{-r/\xi}} \leftarrow \text{función de correlación}$$

Este comportamiento es común en muchos sistemas cerca del punto crítico. Veamos un ejemplo:

Gas de Van der Waals

Es un modelo para un gas de partículas interactuantes, con un potencial repulsivo cuando las partículas están cerca. (y atractivo lejos)

Suponiendo

$$P_{ef} \cdot V_{ef} = NkT$$

\leftarrow presión y volumen efectivo

$$\gamma \quad \boxed{\bar{\sigma}_p - \bar{\sigma}_e = 4 \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{1/2}}$$

con el mismo exponente que campo medio en Ising.

Aunque la física microscópica (y las interacciones) son muy diferentes, ambos sistemas se comportan igual cerca del pto. crítico.

Parámetro de orden

Esto sugiere que para $T \approx T_c$, la divergencia de la long. de correlación hace que el sistema esté dominado por los parámetros macroscópicos (termodinámicos).

Definamos el parámetro de orden como el parámetro termodinámico asociado a la ruptura de simetría, que es 0 para $T > T_c$ (sist. simétrico), y $\neq 0$ para $T < T_c$.

Para Ising tenemos M y

$dW = H dM$ ← H es el parámetro termodinámico conjugado, o el "campo de orden".
 para $H \neq 0$ M es una func. regular de T . Para $H = 0$, M tiene derivadas discont.

Cerca del punto crítico, M es el único parámetro termodinámico relevante.

Tomando $t = 1 - T/T_c$ tenemos (para $T < T_c$)

$$\text{Ising} \left\{ \begin{array}{l} M \sim t^\beta \\ C \sim |t|^{-\alpha} \\ \chi = \left. \frac{1}{V} \frac{\partial M}{\partial B} \right|_T \sim |t|^{-\gamma} \\ M \sim H^{1/\delta} \quad (H \neq 0) \end{array} \right. \xrightarrow{\text{para Van der Waals}} \left\{ \begin{array}{l} \bar{\sigma}_p - \bar{\sigma}_e \sim t^\beta \\ C_V \sim |t|^{-\alpha} \\ K_T = - \left. \frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial P} \right|_T \sim |t|^{-\gamma} \\ V - V_c \sim (P - P_c)^{1/\delta} \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{coef. de} \\ \text{compresibilidad} \\ \text{isotérmica} \end{array}$$

p es el parámetro conjugado pues $dW = -pdV$

α, β, γ y δ son los exponentes críticos.

Además, si miro el valor del parámetro de orden en cada punto del espacio $m(x)$ (es decir, miro la correlación), puedo introducir dos exponentes críticos más: ν y η

$$C(r) \sim r^{-p} e^{-r/\xi} \quad \text{con} \quad \left\{ \begin{array}{l} \xi \sim t^{-\nu} \\ p = d-2 + \eta \end{array} \right.$$

depende de la dimensión pues para $d > 1$ el nro. de primeros vecinos crece como una potencia de la distancia.

Otros ejemplos: en un superconductor y un superfluido, el parámetro de orden va a ser $\psi(r)$.

¿Estos exponentes son universales? ¿O son diferentes para cada sistema? De Ising con campo medio y Van der Waals:

$$\boxed{\beta = 1/2, \gamma = 1, \delta = 3, \alpha = 0} \quad \text{; en ambos casos!}$$

En la práctica los exponentes dependen de d , de si las interacciones son de corto o largo rango, etc. Pero existen clases de universalidad muy grandes. Por ejemplo, para sist. magnéticos, mezcla gas-lip., y aleaciones binarias se mide

$$\beta \approx 0.3, \gamma \approx 1.2, \delta \approx 4, \alpha \approx 0$$

¿Cómo podemos calcular en general estos exponentes?