

Guía 1

Electrostática

1. Calcule el cociente q/m entre la carga y la masa de dos partículas idénticas cuya fuerza de repulsión electrostática tiene la misma magnitud que la fuerza de atracción gravitatoria. Compare el valor hallado con el cociente e/m_e para el electrón.

Datos: $G = 6,7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$; $k = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$; $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$; $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$.

2. Calcule la fuerza gravitatoria entre dos esferas de cobre, de 1 cm de radio, separadas por una distancia de 1 m. Si se retirara a cada esfera un electrón por átomo, ¿cuál sería la fuerza de repulsión electrostática entre ambas?

Datos: $\delta_{\text{Cu}} = 9 \text{ g/cm}^3$; $N_A = 6 \times 10^{23}$; $M_{\text{Cu}} = 63,5 \text{ u}$.

3. Halle la fuerza neta sobre una partícula de carga q ubicada en el centro de un cuadrado de lado L , cuando se han colocado partículas de cargas q , $2q$, $4q$ y $2q$ en los cuatro vértices (en ese orden).

Sugerencia: Utilice la simetría de la configuración de cargas, para simplificar el cálculo.

4. En dos vértices contiguos de un cuadrado de lado L se hallan dos partículas de carga q . En los dos vértices restantes se colocan dos partículas de carga $-q$.

- a) Determine, empleando razonamientos de simetría, cuál es la dirección y el sentido del campo sobre los ejes perpendiculares a los lados del cuadrado, por el punto medio de los mismos.
- b) Calcule el campo eléctrico sobre dichos ejes.

5. Un hilo muy fino de longitud L está cargado uniformemente con una carga total Q . Calcule el campo eléctrico a una distancia r del centro del hilo en dirección perpendicular al mismo.

6. Una corona circular de radios interno a y externo b tiene una densidad de carga uniforme σ .

- a) Halle el campo eléctrico en su eje.
- b) Deduzca del resultado anterior el campo eléctrico en el eje de un disco de radio b y luego el campo eléctrico de un plano infinito, ambos cargados uniformemente.

En cada caso estudie la continuidad del campo y obtenga el valor del “salto” en la discontinuidad.

7. Calcule el flujo de campo eléctrico sobre cada una de las caras de un cubo.

- a) Cuando se coloca una partícula de carga q en el centro del cubo.
- b) Cuando la partícula está en uno de los vértices del cubo.

Sugerencia: Utilice el teorema de Gauss.

8. Para cada una de las siguientes configuraciones de cargas:

- a) Un hilo infinito con densidad lineal uniforme λ .
- b) Un cilindro circular infinito de radio R , con densidad de volumen uniforme ρ .

- c) Un plano infinito con densidad superficial uniforme σ .
- d) Una esfera de radio R con densidad de volúmen uniforme ρ .
- e) Una esfera de radio R con densidad de volúmen $\rho = Ar^n$ (A y $n > -3$ constantes).
 - Identifique las simetrías del sistema y el sistema de coordenadas adaptado a ellas.
 - Mediante estas simetrías halle la dirección del campo eléctrico y su dependencia de las coordenadas. Dibuje las líneas de campo y las superficies equipotenciales.
 - Calcule el campo eléctrico y el potencial electrostático en todo el espacio. Grafique ambos en función de la posición.

9. Para el hilo cargado del Problema 5.

- a) Calcule el potencial electrostático en los puntos del plano perpendicular al hilo, que pasa por su centro.
- b) Verifique que el gradiente del potencial es $-\vec{E}$. ¿Qué ocurre cuando la longitud del hilo se hace infinita?

Nota: El potencial sobre el plano medio no sirve para obtener la componente del campo eléctrico perpendicular a este plano. Sin embargo, por simetría, sabemos que esta componente es nula.

10. Una distribución superficial de carga σ puede considerarse como un caso límite de una carga distribuida dentro de un volumen tal que una de sus dimensiones puede considerarse despreciable.

- a) Considere entonces una lámina plana infinita de espesor D , cargada uniformemente con densidad ρ . Calcule y grafique el potencial electrostático y el campo eléctrico.
- b) Se comprime la lámina de tal forma que D tiende a cero, manteniendo constante la carga en cualquier región finita de la lámina. Escriba ρ como función de D . ¿Cómo definiría la densidad superficial de carga σ ? Encuentre y grafique el potencial electrostático y el campo eléctrico, cuando D tiende a cero.

11. En ciertas condiciones, el campo eléctrico de la atmósfera apunta hacia la superficie de la tierra. Sobre la superficie su valor es de 300 V/m, mientras que a 1400 m de altura es de 20 V/m.

- a) Calcule la carga total contenida en un volumen cilíndrico vertical, cuya base está sobre la superficie terrestre y su altura es de 1400 m. ¿Cuál es la carga media por unidad de volumen en esa región de la atmósfera? (Suponga que el problema es plano).
- b) En la atmósfera podemos encontrar iones negativos y positivos. Suponiendo que el valor absoluto de la carga de cada ión es $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C, escriba la densidad de carga como función de n_- y n_+ (número de iones negativos y positivos por unidad de volumen). ¿Cuál es la diferencia entre el número de iones positivos y negativos en 1 cm^3 ?

12. Utilizando un razonamiento similar al del segundo punto del Problema 10, obtenga el campo eléctrico sobre el eje de un anillo de radio R , cargado uniformemente con densidad λ , partiendo del resultado para la corona circular (Prob.6). Calcule la fuerza que el anillo ejerce sobre un hilo rectilíneo semi-infinito, cargado uniformemente con densidad Λ , que comienza en el centro del anillo y coincide con su eje.

13. Una esfera de radio R , cargada uniformemente con densidad de volúmen ρ , posee una cavidad esférica de radio r en su interior. El centro de la cavidad está a una distancia $d < (R - r)$ del centro de la esfera.
- Obtenga el valor del campo eléctrico sobre el eje de simetría de la configuración.
 - Verifique que en el centro de la cavidad el valor del campo es el mismo que habría en ese punto sin cavidad.
14. Estudie el comportamiento del campo eléctrico a distancias muy grandes (determine en cada caso qué significa esta condición) para las siguientes configuraciones de cargas:
- Tres partículas, una cada vértice de un triángulo equilátero de lado a , con cargas q , q y $-3q$.
 - Idem (a), reemplazando la carga $-3q$ por $-2q$.
 - Tres partículas alineadas: en el centro una de carga $-2q$ y a cada lado, separadas una distancia a , dos cargas iguales de valor q .
 - Las distribuciones de los Problemas 5 y 6,

Grafique las líneas de campo y las superficies equipotenciales.

15. Dos discos paralelos y coaxiales, ambos de radio R , separados por una distancia d , están cargados uniformemente con densidades σ y $-\sigma$.
- Dibuje cualitativamente las líneas de campo en todo el espacio.
 - Calcule y grafique el potencial electrostático y el campo eléctrico sobre el eje de los discos. Calcule el momento dipolar de la distribución.
 - Podemos construir una distribución superficial de momento dipolar, haciendo tender d a cero y σ a infinito, de tal forma que $\sigma d = P_s$. Repita el punto anterior para este caso límite.
16. Un anillo de radio R está cargado uniformemente con una carga total $-q$. En el centro del anillo se coloca una partícula de carga q .
- ¿Cuánto valen los momentos monopolar y dipolar? ¿Depende el momento dipolar del origen de coordenadas?
 - Calcule el potencial y el campo eléctrico sobre el eje del anillo, y estudie el comportamiento a distancias grandes.
17. Calcule el potencial en el centro de un disco de radio R , cargado uniformemente con densidad σ (Respuesta: $2\pi k\sigma R$). Sabiendo esto queremos determinar de manera aproximada el potencial en el centro de un cuadrado de lado L . Sugiera distintas aproximaciones y compare con el valor exacto, que es $4k\sigma L \ln(1 + \sqrt{2})$.
18. Una varilla con una carga $q > 0$, distribuida uniformemente, se curva hasta formar una circunferencia casi completa de 50 cm de radio. La separación de los extremos es de 2 cm (medidos sobre el arco). Utilizando la simetría y el principio de superposición, determine la dirección y sentido del campo eléctrico en el centro de la circunferencia, y estime (sin calcular ninguna integral) su valor. La estimación resulta ¿mayor o menor que el valor real?

19. Calcule el trabajo total para traer una carga Q en cantidades infinitesimales y cuasiestáticamente, desde un punto muy alejado hasta una esfera de radio R , originalmente descargada. Suponer que la distribución de carga es uniforme en todo momento.
- a) Si la esfera es cargada en superficie.
 - b) Si se carga en volumen en las dos siguientes formas
 - 1) Se carga a radio constante R ; ρ crece desde cero hasta ρ_{final} .
 - 2) Se colocan capas sucesivas de densidad ρ_{final} ; el radio crece desde cero hasta R . El resultado debe ser el mismo que en 1).
 - c) Compare con la energía potencial almacenada en el campo eléctrico.