

Capítulo 1

Mediciones de corriente continua

Esta parte del curso está dedicada al diseño y armado de circuitos de corriente continua y a medir magnitudes eléctricas sobre ellos. Respecto del diseño, se deberá aprender a compatibilizar los rangos de los valores de tensión, corriente y resistencia que se decidan explorar, con las limitaciones propias de todo circuito real, tales como: máxima corriente que una fuente de tensión puede entregar, máxima tensión que una fuente de corriente puede aplicar, máxima potencia que una resistencia puede disipar, y aquellas inherentes a los instrumentos de medición. Respecto del armado, se deberá adquirir habilidad para construir correctamente circuitos reales a partir de sus correspondientes dibujos esquemáticos. Lo referente a las diversas mediciones que sobre tales circuitos se pueden efectuar se tratará a continuación.

1.1. El instrumento básico de medición: el multímetro digital

Existen marcas y modelos tan diversos de multímetros digitales, que es prácticamente imposible describirlos por completo a todos. En la figura 1.1 se presentan tres de ellos.

Lo que un científico hace ante un instrumento específico es consultar su manual (el que el fabricante entrega con el instrumento, si está disponible, o bien obtener dicho manual de una fuente confiable, por ejemplo, de la página web oficial de la empresa que lo fabricó). A pesar de la gran diversidad comentada, los multímetros digitales tienen varias características comunes que pasamos a describir

- **Pantalla digital** Es donde el instrumento indica el resultado de la medición. De acuerdo con su calidad, presenta más o menos dígitos. Las cantidades más comunes son de 3 dígitos y medio, y 4 dígitos y medio. Se denomina medio dígito a uno en



Figura 1.1: Ejemplos de multímetros digitales. Se destacan: la pantalla, llave selectora de función y escala, bornes de entrada, y puntas de prueba.

el que el instrumento sólo puede representar el 0 o el 1, a diferencia de un dígito completo, en el que puede indicar desde el 0 al 9, ambos inclusive. El medio dígito ocupa siempre el lugar más significativo (el de más a la izquierda). Por ejemplo, un instrumento de $3\frac{1}{2}$ dígitos tiene por lectura máxima al **1999**, mientras que uno de $4\frac{1}{2}$ puede indicar hasta el **19999**. El contenido mínimo habitual de la pantalla se completa con: el punto decimal, el signo “-” (menos) cuando corresponde, la unidad en que está expresada la lectura (mV, μ A, k Ω , etc.), y una indicación sobre si la medición de tensión o corriente corresponde a corriente continua (CC o DC en inglés) o alterna (CA o AC en inglés).

Hay instrumentos que en el lugar correspondiente al medio dígito ya mencionado, pueden marcar desde el 2 al 5, ambos inclusive, aunque el 3 y el 5 son los más comunes. En cualquiera de tales casos se habla convencionalmente de $\frac{3}{4}$ de dígito. Por ejemplo, un instrumento de $3\frac{3}{4}$ dígitos puede representar hasta el **3999**, o el **5999**, de acuerdo a la marca y modelo.

Para evitar la ambigüedad del significado de una “fracción de dígito” se recurre al concepto de *número de cuentas*, que se define como la cantidad máxima de números distintos que el instrumento puede representar en la pantalla, ignorando el signo y el punto decimal. Así, un multímetro que por ejemplo puede indicar hasta el **5999**, corresponde a uno de 6000 cuentas (no hay que olvidar al **0000**).

- **Llave selectora de función y escala** Al girarla permite seleccionar una entre las funciones que puede prestar el instrumento y, eventualmente, su escala.

Las funciones que como mínimo suelen brindar los multímetros digitales son: voltímetro, amperímetro (tanto sea en DC o AC en ambos casos) y óhmetro. Los modelos más completos suelen incluir: capacitímetro, frecuencímetro, y probador de pilas, diodos y transistores, entre otras.

- **Bornes de entrada y puntas de prueba** Los multímetros digitales tienen al menos 3 bornes de entrada y dos cables, uno negro y otro rojo, cuyos extremos cuentan con terminales apropiados. Uno de los bornes se denomina “COM” (común), dado

que se lo utiliza para la mayoría de las mediciones. Para evitar confusiones a la hora de interpretar el signo de la lectura, allí se inserta el cable negro. El cable rojo se inserta en alguno de los otros bornes dependiendo de la magnitud que se desea medir. La elección del borne donde se inserta este último cable debe ser compatible con la posición de la llave selectora.

A continuación se describirán las características más relevantes de las funciones más comunes

- **Voltímetro en DC**

Generalmente pueden medir desde 1 mV hasta 1000 V. Su resistencia interna suele ser de 1 M Ω , 10 M Ω o 30 M Ω , de acuerdo a la calidad del instrumento, y normalmente no depende de la escala.

- **Amperímetro en DC**

Normalmente pueden medir desde 100 μ A hasta 2 A. Su resistencia interna suele estar comprendida entre 1 Ω y 1 k Ω , y generalmente depende de la escala.

- **Voltímetro y amperímetro en AC**

Los respectivos rangos de medición se extienden desde 1 o 2 V hasta los 750 V y desde 100 μ A hasta 200 mA.

Muy importante: El rango de frecuencias en que los multímetros pueden realizar mediciones de tensión y/o corriente en AC normalmente se extiende desde 20 Hz hasta 100 Hz, pero algunos llegan hasta 1 o 2 kHz. Fuera de dichos rangos las lecturas son incorrectas. Es necesario entonces, consultar el manual del instrumento disponible para averiguar los límites del rango de frecuencias en que puede operar confiablemente.

- **Ohmetro**

Los multímetros digitales pueden también funcionar como óhmetros, esto es, como medidores de resistencia. Para ello, mediante una fuente interna, el instrumento hace circular una pequeña corriente conocida a través de la resistencia incógnita y simultáneamente mide la diferencia de potencial entre los extremos de esta última. Dado que la corriente es conocida, la conversión de tensión a resistencia es inmediata y la efectúa el propio instrumento. La corriente inyectada depende de la escala, sale por el terminal correspondiente a la medición de resistencia (cable rojo) e ingresa por el terminal común (cable negro). El rango de dichas corrientes abarca desde los μ A hasta las decenas de mA, y depende de la escala.

De lo dicho se desprende que **para medir una resistencia entre dos puntos de un circuito, éste debe estar desenergizado** (todas sus fuentes de energía deben estar desconectadas del mismo), porque de lo contrario, el circuito bajo estudio puede inyectar una corriente al instrumento y dañarlo. Aparte de falsear el resultado buscado.

- **Capacímetro**

Algunos multímetros digitales disponen de un circuito interno que les permite medir la capacidad de un capacitor/condensador eléctrico. Los rangos típicos de medición abarcan desde los nF hasta las decenas de μF .

Del mismo modo que con la función descrita anteriormente, **el capacitor bajo prueba debe estar desenergizado antes de conectarlo al capacímetro**, porque de lo contrario, la carga que eventualmente contenga puede establecer una corriente capaz de destruir al instrumento. Para asegurarse de que el capacitor esté descargado, es conveniente retirarlo del circuito al que estuviese conectado y cortocircuitar sus terminales, **con cuidado y varias veces**, antes de conectarlo al instrumento de medición.

- **Incerteza de medición**

La incerteza de medición de los multímetros digitales depende de la función y escala en que se los emplee. Si la lectura del instrumento es L , su incerteza, ΔL , se calcula como

$$\Delta L = \pm (xL + n \text{ DmS}) \quad (1.1)$$

donde $x \in \mathbb{R}_{>0}$ y habitualmente se lo consigna en términos porcentuales (1.5 %, por ejemplo), $n \in \mathbb{N}$, y DmS corresponde al dígito menos significativo (el de más a la derecha) presentado en la pantalla del instrumento. Los valores de x y n dependen de la función, escala, marca y modelo del instrumento; ambos se consignan en el correspondiente manual.

Ejemplo: Valores típicos para la función y escala correspondientes a mV DC, suelen ser: $x = 0,75\%$ y $n = 2$, de modo que si se tiene una lectura $L = 10,00$ mV, resulta: $\Delta L = \pm (0,075 + 0,02) \text{ mV} = \pm 0,095 \text{ mV}$.

1.2. Medición de la resistencia interna del voltímetro

1.2.1. Método 1

Considere el circuito de la figura 1.2. La tensión de la pila, E_0 , se divide proporcionalmente entre la resistencia variable, R , y la interna del voltímetro, R_V , de modo que

$$V_R = \frac{R}{R + R_V} E_0 \quad \text{y} \quad V_{R_V} = \frac{R_V}{R + R_V} E_0 \quad (1.2)$$

donde V_R y V_{R_V} son las caídas de potencial en R y R_V , respectivamente.

Si al variar R se llega al caso particular en que $R = R_V$, el instrumento indicará: $V_V = E_0/2$ (y sólo en ese caso). Se tiene así un método sencillo y rápido para medir R_V . Se

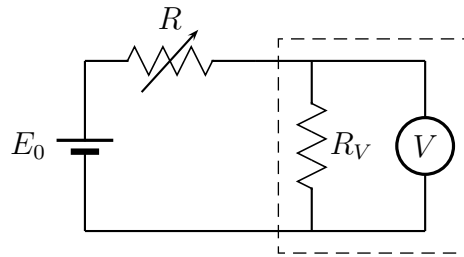


Figura 1.2: Circuito propuesto para medir la resistencia interna del voltímetro. El instrumento real se modela mediante uno ideal con una resistencia interna, R_V , en paralelo.

asumió que $E_0 \neq 0$, que la escala del instrumento permite medir adecuadamente tanto $E_0/2$ como E_0 , y que la resistencia interna de la pila es despreciable frente a R_V .

Observe que el método no pierde su sencillez si se consideran otras posibilidades, tales como: $V_V = E_0/3$, en cuyo caso se deduce que $R_V = R/2$; o $V_V = 2 E_0/3$, lo que a su vez implica $R_V = 2 R$; etc.

1.2.2. Método 2

Si se dispone de una fuente de tensión variable y de un amperímetro, puede considerarse el circuito de la figura 1.3. Variando E puede obtenerse un conjunto de valores V_V de caída de potencial en la resistencia incógnita conjuntamente con la correspondiente corriente que por ella circule i_A . Graficando V_V en función de i_A puede obtenerse R_V como la pendiente de la recta de ajuste.

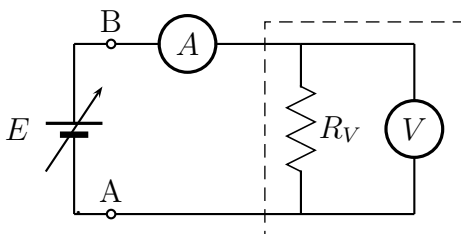


Figura 1.3: Medición de la resistencia interna de un voltímetro empleando un amperímetro y una fuente de tensión continua variable.

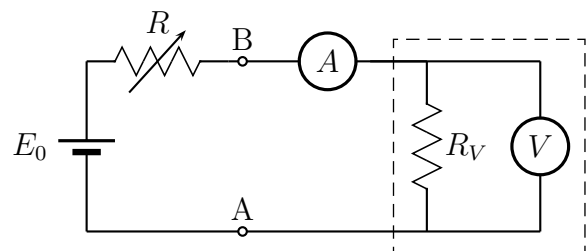


Figura 1.4: Circuito alternativo al de la figura 1.3 si no se dispone de una fuente de tensión continua variable.

Si no se dispone de una fuente de tensión variable, puede armarse el circuito de la figura 1.4. La resistencia variable R forma un divisor de tensión con la resistencia equivalente del conjunto formado por el amperímetro y el voltímetro, de modo que al variar R , variará también la diferencia de potencial entre A y B.

1.3. Medición de la resistencia interna del amperímetro

1.3.1. Método 1

Considere el circuito de la figura 1.5 en el que una fuente de tensión E alimenta, a través de una resistencia limitadora R_L , a un amperímetro que, llave mediante, tiene conectada una resistencia en paralelo r_P . La resistencia interna del instrumento se representa mediante r_A . El conjunto de valores $\{E, R_L\}$ debe elegirse cuidadosamente para no destruir al amperímetro.

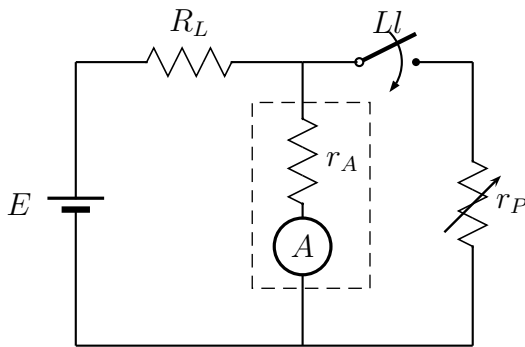


Figura 1.5: Medición de la resistencia interna de un amperímetro. Se asume que $R_L \gg r_A$.

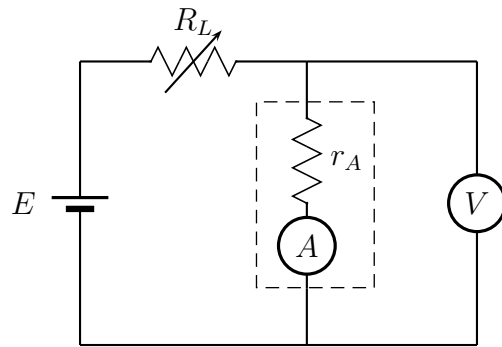


Figura 1.6: Circuito alternativo al de la figura 1.5 si se dispone de un voltímetro.

Supóngase que con la llave abierta la lectura del instrumento, i_A , es i_0 . Tal corriente vale

$$i_0 = \frac{E}{R_L + r_A} \approx \frac{E}{R_L} \quad \text{si} \quad R_L \gg r_A \quad (1.3)$$

Supóngase ahora, siempre bajo la hipótesis $R_L \gg r_A$, que se cierra la llave y se varía r_P hasta lograr que la nueva lectura del instrumento, i'_A , sea la mitad de la anterior, esto es: $i'_A = i_0/2$. En estas condiciones, se tiene que por cada rama del paralelo circula la misma cantidad de corriente ($i_0/2$), de lo que se concluye inmediatamente que $r_A = r_P$. Esto constituye un método sencillo para medir r_A .

La validez del razonamiento anterior se fundamenta en la hipótesis $R_L \gg r_A$. Como consecuencia de la misma, fijado el valor de E , la corriente que entrega la pila, i_0 , depende prácticamente sólo de R_L , y por tanto, dicha corriente es independiente de que la llave esté abierta o cerrada.

Estrictamente hablando, la resistencia total del circuito conectado a la fuente de tensión disminuye al cerrar la llave (tanto más cuanto más pequeña sea r_P), por lo que la corriente

que entrega la fuente aumenta al cerrar la llave. Si se desea remover la hipótesis $R_L \gg r_A$, puede demostrarse que resulta

$$r_A = r_P \frac{1}{1 - \frac{r_P}{R_L}} \quad (1.4)$$

donde r_P sigue denotando a la resistencia tal que, cuando se cierra la llave, la lectura del instrumento se reduce a la mitad de la correspondiente al caso en que la llave esté abierta.

1.3.2. Método 2

Si se dispone de un voltímetro, puede considerarse el circuito de la figura 1.6 en el que una fuente de tensión alimenta, a través de una resistencia limitadora adecuada, a un amperímetro de resistencia interna r_A . La lectura del voltímetro, V_V , es una medida de la caída de potencial en la resistencia incógnita, mientras que la lectura del amperímetro, i_A , indica la corriente que circula por ella. Variando la resistencia limitadora, con cuidado para no exceder la escala del amperímetro, se puede obtener un conjunto de datos $\{(i_{Ak}, V_{Vk})\}_{k=1}^N$ cuyo ajuste lineal permite determinar r_A .

1.4. Leyes de Kirchhoff

El propósito principal de esta sección es familiarizarse con el uso de voltímetros y amperímetros, especialmente en lo referido a la estimación de sus incertezas de medición y al denominado error de inserción, que consiste en la modificación que inevitablemente se produce en el circuito bajo estudio cuando se le conecta (se le agrega) un instrumento real.

Ley de Mallas Se sugiere armar un circuito sencillo y, mediante un voltímetro, poder responder con propiedad si para ese circuito se verifica o no la ley de Mallas. Para ello es esencial estimar correctamente los errores de lectura y de inserción.

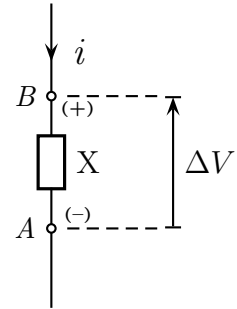
Ley de Nodos Se sugiere proceder de manera análoga al caso anterior, pero midiendo corrientes de rama concurrentes a un nodo, empleando un amperímetro.

1.5. Ley de Ohm

Se dice que un elemento “X” satisface la ley de Ohm cuando la caída de potencial ΔV entre sus extremos guarda una relación de proporcionalidad directa con la corriente i que por él circula

$$\Delta V \equiv V_B - V_A = k i \quad k \in \mathbb{R}_{>0} \quad (1.5)$$

donde la constante de proporcionalidad k es lo que denominamos “resistencia”. Ver la figura adjunta. Debido al sentido elegido para la circulación de la corriente, mediante los signos “(+)” y “(-)” se destaca que el potencial eléctrico del punto B es mayor que el del A .



Varios son los circuitos que permiten determinar si un dado elemento satisface, o no, la ley de Ohm. Dos de ellos se exponen en las figuras 1.7 y 1.8. La idea subyacente en cada uno de ellos es la misma: se busca obtener, directa o indirectamente, un conjunto de valores $\{(\Delta V_n, i_n)\}_{n=1}^N$ con $n, N \in \mathbb{N}$, de cuyo ajuste lineal puede determinarse el valor de la resistencia toda vez que el elemento “X” satisfaga la ley de Ohm.

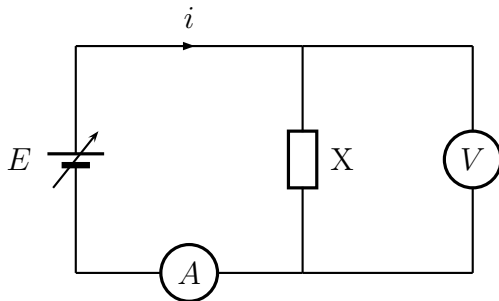


Figura 1.7: Un posible circuito para verificar si el elemento “X” satisface la ley de Ohm.

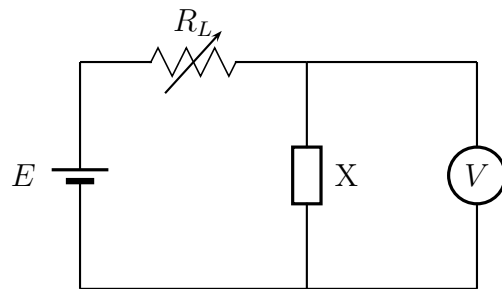


Figura 1.8: Circuito alternativo al de la figura 1.7 si no se dispone de una fuente de tensión variable ni de un amperímetro.

1.6. Teorema de Thevenin

Dado un circuito de cierta complejidad, que por ejemplo incluya varias fuentes y resistencias, se busca verificar experimentalmente que bajo ciertas condiciones se comporta como si estuviera compuesto por una sola pila, de tensión constante E_{eq} , conectada en serie con una sola resistencia, de valor constante R_{eq} . Ver preguntas 8 y 9 (pág 11).

Desde el punto de vista experimental, se sugiere armar un circuito de prueba, conectarle diferentes resistencias de carga de valor conocido R_C y medir la corriente i que por ella circule.

Si el modelo es correcto, graficando la caída de potencial sobre R_C en función de i resultará una recta de cuyos parámetros podrán obtenerse E_{eq} y R_{eq} .

1.7. Teorema de Norton

El Teorema de Norton es similar al de Thevenin, pero donde el circuito equivalente está compuesto por una fuente de corriente i_N conectada en paralelo con una resistencia R_N . Observe que las mismas mediciones que permiten verificar el Teorema de Thevenin sirven también para verificar el de Norton.

1.8. Principio de superposición

Conviene armar un circuito simple, compuesto por al menos 2 pilas, que permita verificar si el estado del circuito cuando todas las pilas están conectadas, es la suma algebraica de los estados de los circuitos resultantes de reemplazar todas las pilas, salvo una, y de a una por vez, por sus resistencias internas.

Por estado de un circuito se entiende al conjunto de valores de caída de tensión sobre, o corriente circulante por, cada uno de sus elementos.

Tenga cuidado de no cortocircuitar ninguna pila al diseñar y armar el circuito.

1.9. Máxima transferencia de potencia

Las fuentes de tensión reales tienen una resistencia interna no nula que debe tenerse en cuenta para describir correctamente las variables medibles en los circuitos de los que forman parte. En la figura 1.9 se ilustra una batería real, recuadrada, modelada mediante una pila ideal de valor constante $E \neq 0$ a la que se le agrega en serie una resistencia interna r_i también considerada constante. Los terminales de la pila real, a los que se puede acceder experimentalmente, se simbolizan con los puntos A y B. La pila real alimenta a una resistencia externa, habitualmente denominada “resistencia de carga” o simplemente “carga”, denotada R_C . Se indica también el sentido considerado positivo para la circulación de la corriente i . Interesa determinar el valor de R_C que extrae la máxima potencia de la pila real.

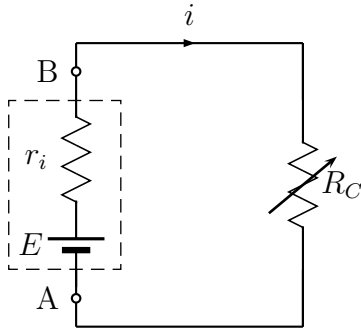


Figura 1.9: Máxima transferencia de potencia: una pila real, de bornes externos A y B, se modela mediante una pila ideal de valor E , a la que se le agrega una resistencia interna en serie r_i de valor constante. Se trata de determinar el valor de la resistencia de carga R_C que logra extraer la máxima potencia de la pila real.

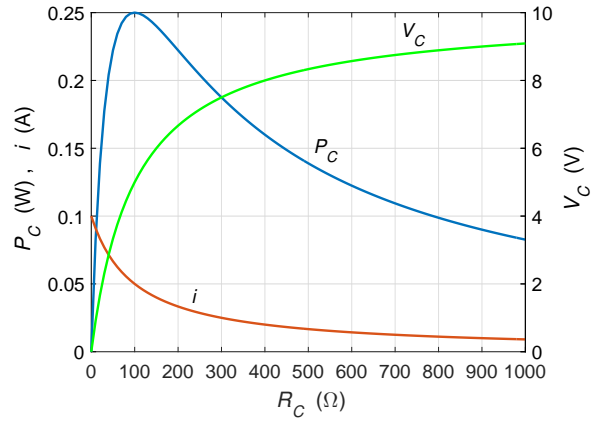


Figura 1.10: Potencia P_C disipada en la resistencia de carga R_C , corriente i y caída de tensión V_C sobre R_C (ver Figura 1.9). Para realizar el gráfico se asumió: $E = 10 \text{ V}$ y $r_i = 100 \Omega$.

La diferencia de potencial entre los terminales A y B resulta ser

$$V_{AB} \equiv V_B - V_A = E - i r_i$$

que difiere del valor ideal E toda vez que $i r_i \neq 0$. El valor de i depende de E , r_i y de la resistencia de carga R_C . Esto significa que la diferencia de potencial que una pila real aplica a su carga depende del valor de esta última.

La potencia, P_C , disipada en la resistencia de carga puede evaluarse como $P_C = i^2 R_C$, y resulta

$$P_C = \left(\frac{E}{r_i + R_C} \right)^2 R_C \quad (1.6)$$

cuyos puntos estacionarios respecto de R_C , si es que existen, se calculan como

$$\frac{dP_C}{dR_C} = 0 \quad \Rightarrow \quad E^2 \frac{r_i - R_C}{(r_i + R_C)^3} = 0$$

de donde se concluye que hay un único punto estacionario dado por $R_C = r_i$. Evaluando la derivada segunda de P_C respecto de R_C se obtiene

$$\frac{d^2 P_C}{dR_C^2} = E^2 \frac{2R_C - 4r_i}{(r_i + R_C)^4} < 0 \quad \text{toda vez que} \quad R_C = r_i \quad (1.7)$$

lo que demuestra que el punto $\boxed{R_C = r_i}$ es un máximo (además de ser único, como ya vimos). La potencia máxima disipada en R_C resulta ser

$$P_{C_{\text{Max}}} = \frac{E^2}{4r_i} \quad (1.8)$$

Nótese que esta misma potencia se disipa además en r_i , es decir, dentro de la batería real. Cuando la potencia entregada por una pila real es excesivamente elevada pueden dañarse tanto la carga como la pila. Tenga esto siempre presente al diseñar y armar un circuito. Los valores máximos permitidos son habitualmente especificados por los fabricantes de la pila y resistencia.

1.10. Preguntas

1. a) Cuáles considera que son los motivos para modelar un voltímetro real mediante uno ideal al que se le coloca una resistencia en paralelo, mientras que para modelar un amperímetro real se recurre a uno ideal pero, en este caso, la resistencia que se agrega se conecta en serie? b) No podría ser al revés, por ejemplo?.
2. Realice un análisis crítico de las hipótesis involucradas en el “método 1” para medir R_V .
3. Con referencia al “método 2” para medir R_V , suponga que dispone de una fuente de tensión que a lo sumo puede entregar 30 V y que el voltímetro bajo estudio presenta una resistencia interna $R_V \sim 10 \text{ M}\Omega$. Qué características debe tener el amperímetro? Cree que uno de 3 $1/2$ dígitos cuya escala más sensible permita medir desde -200 mA a +200 mA le será útil?
4. Cree que hay alguna vinculación entre la ley de Ohm y el principio de superposición aplicado al caso de circuitos eléctricos?. De existir, cuál sería?
5. Las pilas, satisfacen la ley de Ohm?. Y satisfacen el principio de superposición?
6. Los cables ideales (resistencia nula) satisfacen la ley de Ohm?. Y el principio de superposición?
7. Pueden existir elementos de circuito que satisfagan la ley de Ohm pero no el principio de superposición?. Y viceversa?
8. Cuáles son las condiciones de validez del Teorema de Thevenin?
9. El circuito equivalente de Thevenin es único?
10. Es el circuito equivalente de Thevenin, equivalente al de Norton?

1.11. Parte computacional

Simule varios de los circuitos estudiados, no solamente para familiarizarse con la plataforma de simulación comenzando con circuitos sencillos, sino para poder incluir en las simulaciones la resistencia interna de los instrumentos empleados y observar su efecto sobre las mediciones esperadas considerando que dichos instrumentos son ideales. Por ejemplo:

- Ley de mallas: coloque en la malla a estudiar al menos una resistencia comparable con la interna del voltímetro. Realice el experimento y compárelo con la simulación.
- Ley de nodos: puede hacer lo análogo al punto anterior colocando en al menos una de las ramas concurrentes al nodo a estudiar, una resistencia comparable con la del amperímetro.
- Lo equivalente se puede hacer con el resto de los temas a estudiar: teorema de Thevenin, principio de superposición, ley de Ohm y teorema de máxima transferencia de potencia.

No es necesario simular todos los circuitos a ser armados. Lo importante es aprender a simularlos y a comparar los resultados experimentales (con su correspondiente error) con los computacionales.

1.12. Parte experimental

Arme los circuitos necesarios para:

1. Medir la resistencia interna de un voltímetro en al menos 3 de sus escalas y determine si dicha resistencia depende de la escala.
2. Realizar lo análogo al punto anterior para un amperímetro.
3. Verificar cada una de las leyes de Kirchhoff.
4. Verificar si un determinado elemento de circuito satisface la ley de Ohm.
5. Verificar los Teoremas de Thevenin y de Norton.
6. Verificar el Principio de Superposición.
7. Verificar el Teorema de Máxima Transferencia de Potencia.

Indicaciones generales importantes

1. Dedique suficiente tiempo para armar cuidadosamente cada circuito según lo que haya planificado. Un circuito mal armado puede conducir a que se quemen uno o varios de sus elementos, y conduce siempre a resultados experimentales confusos y/o completamente inútiles.
2. Antes de conectar la(s) pila(s) verifique que, por descuido, ninguna resistencia que forme parte del circuito sea nula o de valor excesivamente bajo como para que se quemara ya sea ella o cualquier otro componente del circuito. Para verificar los valores mínimos tolerables revise tanto las limitaciones de las pilas y resistencias que emplee como sus cálculos analíticos y/o simulaciones referentes al circuito.

Preste atención también a cómo conecta los instrumentos de medición y a sus respectivas limitaciones de escala.

2020

César Moreno, Departamento de Física-FCEyN-UBA e INFIP-CONICET.